

*The Membrane Structures Association of Japan*

**膜構造研究論文集 2016**  
*Research Report on Membrane Structures 2016*

– No. 30–

一般社団法人 日本膜構造協会

---

建築の一分野として確立してきた膜構造は、近年建設数も増し、日本における研究者の数も増しています。これにともない、研究テーマも多岐に亙るようになり、発表される論文も多分野に亙り、その数も多くなっています。これらの状況より、社団法人日本膜構造協会において、膜構造に関する研究成果の発表の場を設定し、「膜構造研究論文集」として、膜構造研究のためのまとまりある資料として、あるいは設計、建設のための指針として位置付け、年次計画で発行することとしています。

内容は3編に分け、1編では研究論文として査読を行い、質の高いものを選び掲載することとしています。2編では、膜構造に関する査読は行わない報告、概説を広く扱うことにしています。また3編では、他誌、国際会議等で発表されたその年の膜構造関係の論文のアブストラクト、または題名を掲載し、研究のための資料とし役立てたいと考えています。このようにして刊行する研究論文集は、広く研究者、研究団体及び関係各位に積極的に配布し、今後の膜構造の発展に寄与することを目的としています。

---

# 膜構造研究論文集 2016

## Research Report on Membrane Structures 2016

### 〔目 次〕

#### 第1編 研究論文

1. ETFE フィルムの粘性特性 ..... 1  
－温度変化を考慮した非線形粘弾性構成方程式と1軸クリープ試験－  
吉野達矢（太陽工業）  
加藤史郎（豊橋技術科学大学）
  
2. Nonlinear finite element procedure for membrane structures ..... 9  
using ETFE films considering friction contact condition  
Quang Hieu Bui（Yokohama National University）  
Masaya Kawabata（Yokohama National University）

[第1編 研究論文]

## ETFE フィルムの粘性特性

### —温度変化を考慮した非線形粘弾性構成方程式と 1 軸クリープ試験—

吉野達矢\*1  
加藤史郎\*2

#### 梗 概

本研究は FEM 解析を行い, ETFE フィルム膜構造の挙動を明らかにすることを目的としている。ETFE フィルムは弾塑性と粘弾性の両方の挙動を示す。これらの特性に注目した研究を著者らは行なってきた。本論文では, 試験および数値解析によって, 1 軸張力場で温度が変化するときの粘弾性特性に注目している。

まず, 温度変化に伴うひずみの変化量を考慮した増分型構成方程式を提案する。この構成方程式は既報における 2 軸張力場の増分型非線形粘弾性構成方程式を拡張したものであり, かつ, FEM 解析に導入可能な形式である。

#### 1. はじめに

ETFE フィルムは高分子材料であることから, 粘弾性特性が顕著に見られる。また, ETFE 樹脂の線膨張係数は鋼材等と比べると, 1桁大きい。そのため, 温度変化に伴い, 伸び縮みが問題になる場合も考えられる。そこで, ETFE フィルム膜構造の設計・施工をするために, 粘弾性特性に注目した研究がなされてきた。

ETFE フィルムの粘性に注目した研究として, 著者らの研究以外に, 森山・河端[1,2]の研究, 丁・河端ら[3,4]の研究, Wuらの研究[7], Galliot and Luchsingerの研究[8], Li and Wuの研究[9]などがある。これらの研究は, 粘性の考慮, 温度変化の考慮, 構成則の FEM への導入のいずれかを行っているものの, すべてを考慮した研究はない。

著者ら[5]は, 温度一定の条件下で, (1) MSAJ 法[10, 11]に基づいて, ETFE フィルムの 2 軸引張試験とせん断試験を行なった。この結果から, 設計用弾性定数を得た。(2) 5種類の応力比について, 2 軸引張試験を行い, 相当応力・相当塑性ひずみの関係を確認した。その結果, 応力比に関係なく, 相当応力・相当塑性ひずみ曲線は一致した。(3) 弾塑性構成則を提案し, 降伏応力および降伏後の応力・ひずみ関係を表現できることを確認した。(4) 正方形平面膜の加圧試験を実施し, 提案する弾塑性構成則で十分に表現可能であることを示した。

さらに, 文献[6]で, 1 軸張力場における増分型の非線形粘弾性構成則を提案し, 文献[13]で, 2 軸張力場に拡張し, その妥当性の確認を行なっている。この構成則は FEM への取り込むこと

を前提として, 増分型で定式化している。また, 時間経過, 応力変化, 温度の違いを考慮することができる。ただし, 温度については, 1)温度の違いが粘性成分に与える影響を時間・温度換算則によって考慮できているが, 2)温度変化に伴う伸縮成分が考慮できていない。

そこで, 本論文では, 既報で示した 2 軸張力場の増分型の非線形粘弾性構成則を温度変化に伴う伸縮成分を考慮できる構成則に拡張し, 時間経過, 応力変化, 温度変化を考慮することが可能な構成則であることを確認する。

具体的には,

- 1) 既報で提案した 2 軸張力場用増分型構成方程式に温度変化に伴う伸縮成分を追加した方程式に拡張する。
- 2) 温度変化に伴う 1 軸クリープ試験を行い, その結果を示す。その結果から, 温度変化に伴う伸縮成分に注目し, 構成方程式に必要な諸定数を算出する。
- 3) 提案する構成則と算出した諸定数を用いて, 温度変化に伴う 1 軸クリープ試験のシミュレーションを行う。

#### 2. ETFE フィルムの増分型構成方程式の定式化

##### 2.1. 増分型の線形粘弾性構成方程式の温度変化による伸縮成分の追加

前報[13]にて, 2 軸張力場を考えるために, 増分型非線形粘弾性構成方程式を提案した。本報では, さらに, 温度変化に伴う伸縮成分を追加する。

2 軸張力場を考えるために, Maxwell 要素および Voigt 要素に

\*1 太陽工業株式会社 技術研究所 博士 (工学)

\*2 豊橋技術科学大学 名誉教授 工学博士

関連する応力とひずみについて偏差成分と体積成分に分ける。分けたものを表 2.1.1 に示す。

### 2.1.1. 増分応力と温度変化

$j$  番目の時刻  $t_j$  における応力  $\sigma(t_j)$  と温度  $T_j$  を考える。増分時間  $\Delta t$  の間に、増分応力  $\Delta\sigma$  変化したと考える。つまり、

$$t_{j+1} = t_j + \Delta t \quad (2.1.1)$$

$$\sigma(t_{j+1}) = \sigma(t_j) + \Delta\sigma \quad (2.1.2)$$

ここで、図 2.1.1 に示すように増分時間  $\Delta t$  の間の応力の変化率が一定だと考える。つまり、

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta t} = \frac{\sigma(t_{j+1}) - \sigma(t_j)}{t_{j+1} - t_j} = \text{const.} \quad (2.1.3)$$

$$\sigma(\tau) = \sigma(t_j) + \frac{\Delta\sigma}{\Delta t}(\tau - t_j) \quad (2.1.4)$$

増分温度  $\Delta T$  だけ変化すると考えると同様に、

$$T(\tau) = T(t_j) + \frac{\Delta T}{\Delta t}(\tau - t_j) \quad (2.1.5)$$

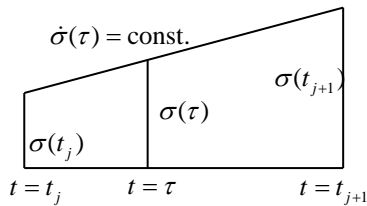


図 2.1.1 増分時間  $\Delta t$  の間の応力の変化

### 2.1.2. 要素の増分型粘弾性ひずみ

図 2.1.2 に示す一般化 Voigt モデルの粘弾性ひずみ増分  $\Delta\epsilon^{el}$  について、偏差成分(′)と体積成分( $m$ )を考える。温度変化に伴う伸縮成分は Maxwell 要素にのみ考える。

表 2.1.1 2 軸張力場の構成方程式の変数表

項目	変数
Maxwell 要素用	下添字 $g$
Voigt 要素用	下添字 $i$
時間間隔	$\Delta t$
温度増分	$\Delta T$
応力増分	$\Delta\sigma', \Delta\sigma_m$
粘弾性ひずみ増分	$\Delta\epsilon^{el}$
Maxwell 要素の増分型ひずみ	$\Delta\epsilon_{g1}', \Delta\epsilon_{g2}',$ $\Delta\epsilon_{g1m}, \Delta\epsilon_{g2m}, \Delta\epsilon_{g3m}$
Voigt 要素 $i$ の増分型ひずみ	$\Delta\epsilon_i', \Delta\epsilon_{im}$
弾性バネ要素のコンプライアンス	$C_{Gg}, C_{Kg},$ $C_{Gi}, C_{Ki}$
粘性係数	$\eta_{Gg}, \eta_{Kg}, \eta_{Gi}, \eta_{Ki}$
緩和時間と遅延時間	$T_g = T_{Gg} = T_{Kg},$ $T_i = T_{Gi} = T_{Ki}$
線膨張係数	$\alpha$

#### 2.1.2.1. Maxwell 要素

Maxwell 要素の増分ひずみを偏差成分(′)と体積成分( $m$ )に分けて考える。なお、増分ひずみは、時刻  $t_j$  から  $t_{j+1}$  を積分して求める。その結果は次式となった。

$$\Delta\epsilon_{g1}^{el'} = \frac{C_{Gg}}{2} \cdot \Delta\sigma' \quad (2.1.6)$$

$$\Delta\epsilon_{g1m}^{el} = \frac{C_{Kg}}{3} \cdot \Delta\sigma_m$$

$$\Delta\epsilon_{g2}^{el'} = \frac{1}{\eta_{Gg}} \Delta t \left( \sigma'(t_j) + \frac{1}{2} \Delta\sigma' \right) \quad (2.1.7)$$

$$\Delta\epsilon_{g2m}^{el} = \frac{1}{\eta_{Kg}} \Delta t \left( \sigma_m(t_j) + \frac{1}{2} \Delta\sigma_m \right)$$

また、温度変化  $\Delta T$  に伴う増分熱ひずみ  $\Delta\epsilon_\theta$  は線膨張係数  $\alpha(T)$  を使って次式で表す。線膨張係数  $\alpha(T)$  は温度  $T$  の関数である。

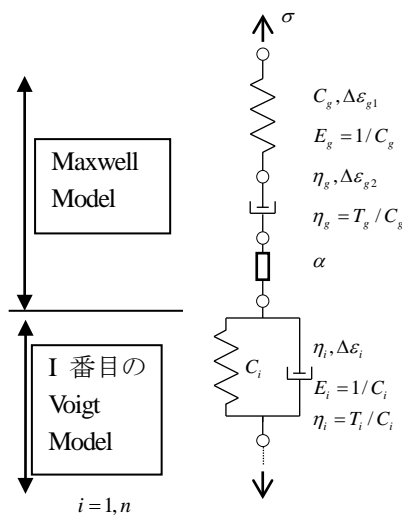


図 2.1.2 一般化 Voigt モデル

$$\Delta \varepsilon^\theta = \alpha(T) \Delta T \quad (2.1.8)$$

### 2.1.2.2. Voigt 要素

同様に Voigt 要素の偏差成分( $i'$ )と体積成分( $m$ )について考える。つまり、次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{i'}^{el'} &= \left( \frac{C_{Gi}}{2} \sigma'(t_j) - \varepsilon_{i'}^{el'}(t_j) \right) (1 - e^{-\Delta t/T_i}) \\ &\quad + \frac{C_{Gi}}{2} \cdot \Delta \sigma' \left( 1 - \frac{T_i}{\Delta t} (1 - e^{-\Delta t/T_i}) \right) \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{im}^{el} &= \left( \frac{C_{Ki}}{3} \sigma_m(t_j) - \varepsilon_{im}^{el}(t_j) \right) (1 - e^{-\Delta t/T_i}) \\ &\quad + \frac{C_{Ki}}{3} \cdot \Delta \sigma_m \left( 1 - \frac{T_i}{\Delta t} (1 - e^{-\Delta t/T_i}) \right) \end{aligned}$$

### 2.1.3. 増分型の線形粘弾性構成方程式

以上から、増分応力は次のようになる。

$$\Delta \sigma = \Delta \sigma' + \Delta \sigma_m = \frac{2\Delta \varepsilon'}{\bar{C}_G(t)} + \frac{3\Delta \varepsilon_m}{\bar{C}_K(t)} - \frac{\Delta \varepsilon'_\alpha}{\bar{C}_G(t)} - \frac{\Delta \varepsilon_{am}}{\bar{C}_K(t)} - \frac{\Delta \varepsilon^\theta}{\bar{C}_K(t)} \quad (2.1.10)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon' &= \frac{1}{2} \left( C_G + \frac{\Delta t}{2\eta_G} \right) \Delta \sigma' \\ &\quad + \sum_i \frac{C_{Gi}}{2} \left\{ 1 - \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Gi}}\right) \right] \frac{T_{Gi}}{\Delta t} \right\} \Delta \sigma' \\ &\quad + \frac{\Delta t}{2\eta_G} \sigma'(t) + \sum_i \frac{C_{Gi}}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Gi}}\right) \right] \sigma'(t) \\ &\quad - \sum_i \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Gi}}\right) \right] \varepsilon_{i'}'(t) \end{aligned} \quad (2.1.11)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_a' &= \frac{\Delta t}{\eta_G} \sigma'(t) + \sum_i C_{Gi} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Gi}}\right) \right] \sigma'(t) \\ &\quad - 2 \sum_i \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Gi}}\right) \right] \varepsilon_{i'}'(t) \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_m &= \frac{1}{2} \left( C_K + \frac{\Delta t}{3\eta_K} \right) \Delta \sigma_m \\ &\quad + \sum_i \frac{C_{Ki}}{3} \left\{ 1 - \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Ki}}\right) \right] \frac{T_{Ki}}{\Delta t} \right\} \Delta \sigma_m \\ &\quad + \frac{\Delta t}{3\eta_K} \sigma_m(t) + \sum_i \frac{C_{Ki}}{3} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Ki}}\right) \right] \sigma_m(t) \\ &\quad - \sum_i \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Ki}}\right) \right] \varepsilon_{mi}(t) \end{aligned} \quad (2.1.13)$$

$$\Delta \varepsilon_{am} = \frac{\Delta t}{\eta_K} \sigma_m(t) + \sum_i C_{Ki} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Ki}}\right) \right] \sigma_m(t) - 3 \sum_i \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Ki}}\right) \right] \varepsilon_{mi}(t) \quad (2.1.14)$$

$$\bar{C}_G(t) = C_{Gg} + \frac{\Delta t}{2\eta_G} + \sum_i C_{Gi} \left\{ 1 - \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Gi}}\right) \right] \frac{T_{Gi}}{\Delta t} \right\} \quad (2.1.15)$$

$$\bar{C}_K(t) = C_{Kg} + \frac{\Delta t}{2\eta_K} + \sum_i C_{Ki} \left\{ 1 - \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_{Ki}}\right) \right] \frac{T_{Ki}}{\Delta t} \right\} \quad (2.1.16)$$

## 2.2. 1 軸張力場における増分型非線形粘弾性構成方程式

ここでは、既報と同様に非線形粘弾性ひずみを求める。ETFE フィルムは応力レベルに依存して、クリープひずみは非線形性を示す。そこで、線形ひずみベクトル  $\{\varepsilon^{el}\}$  と非線形ひずみベクトル  $\{\varepsilon^{nl}\}$  の関係は、非線形化粘弾性係数  $\beta(\bar{\sigma})$  を使って次式で表す。ただし、温度変化に伴う伸縮成分は除外する。すなわち、

$$\{\varepsilon^{nl}\} = \beta(\bar{\sigma}) \cdot \left\{ \{\varepsilon^{el}\} - \{\varepsilon^\theta\} \right\} + \{\varepsilon^\theta\} \quad (2.2.1)$$

ここに、

$$\bar{\sigma} = \left( \sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2 \right)^{1/2} \quad (2.2.2)$$

また、非線形化粘弾性係数  $\beta(\bar{\sigma})$  は次式で表すものとし、係数  $B_2, B_1, B_0$  は別途求める。

$$\beta(\bar{\sigma}_i) = B_2 \bar{\sigma}_i^2 + B_1 \bar{\sigma}_i + B_0 \quad (2.2.3)$$

ここで、時刻  $t_j$  と  $t_{j+1}$  におけるそれぞれのひずみベクトルは次式となる。

$$\{\varepsilon^{nl}_j\} = \beta(\bar{\sigma}_j) \cdot \left\{ \{\varepsilon^{el}_j\} - \{\varepsilon^\theta_j\} \right\} + \{\varepsilon^\theta_j\} \quad (2.2.4)$$

$$\{\varepsilon^{nl}_{j+1}\} = \beta(\bar{\sigma}_{j+1}) \cdot \left\{ \{\varepsilon^{el}_{j+1}\} - \{\varepsilon^\theta_{j+1}\} \right\} + \{\varepsilon^\theta_{j+1}\} \quad (2.2.5)$$

さらに、非線形粘弾性ひずみ増分ベクトル  $\{\Delta \varepsilon^{nl}_{i+1}\}$  は式(2.2.4)と式(2.2.5)の差分から、次式となる。

$$\begin{aligned} \{\Delta \varepsilon^{nl}_{j+1}\} &= \{\varepsilon^{nl}_{j+1}\} - \{\varepsilon^{nl}_j\} \\ &= \left[ \beta(\bar{\sigma}_{j+1}) - \beta(\bar{\sigma}_j) \right] \left[ \{\varepsilon^{el}_j\} - \{\varepsilon^\theta_j\} \right] \\ &\quad + \beta(\bar{\sigma}_{j+1}) \left[ \{\Delta \varepsilon^{el}_{j+1}\} - \{\Delta \varepsilon^\theta_{j+1}\} \right] + \{\Delta \varepsilon^\theta_{j+1}\} \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

以上より、非線形化粘弾性係数  $\beta(\sigma)$  を使って、非線形粘弾

性ひずみ増分ベクトル  $\{\Delta\varepsilon_{j+1}^n\}$  を求める。

### 2.3. 時間・温度換算則

一般的に、高分子材料は時間・温度換算則[12]が成り立つ。ETFE フィルム材料についても、森山・河端らにより、時間・温度換算則に関する特性が確認されている。時間と温度の換算関係は次式で表される。

$$t' = t / a_{T_0}(T) \quad (2.3.1)$$

これは、実温度  $T$  の環境における実時間  $t$  をシフトファクター  $a_{T_0}(T)$  に用いて、参照温度  $T_0$  の環境における換算時間  $t'$  を求めるものである。

シフトファクター  $a_{T_0}$  は活性化エネルギー  $\Delta H$  を用いて、次式より求める。

$$\log_{10} a_{T_0}(T) = \frac{1}{2.303} \frac{\Delta H}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (2.3.2)$$

ここに、 $R = 8.314 \times 10^{-3} \text{ kJ} / (\text{mol} \cdot \text{K})$ 。

## 3. 増分型構成方程式で使用する定数の評価

### 3.1. 活性化エネルギー $\Delta H$

本論文では、既報と同様に森山・河端[1,2]によって得られた活性化エネルギー  $\Delta H$  を使用する。その値を表 3.1.1 と図 3.1.1 に示す。

表 3.1.1 活性化エネルギー  $\Delta H$  [1,2]

温度 $T$	活性化エネルギー $\Delta H$
$T < 313\text{K}$ ( $T < 40^\circ\text{C}$ )	113.707
$313\text{K} < T < 363\text{K}$ ( $40^\circ\text{C} < T < 90^\circ\text{C}$ )	342.261
$363\text{K} < T$ ( $90^\circ\text{C} < T$ )	447.237

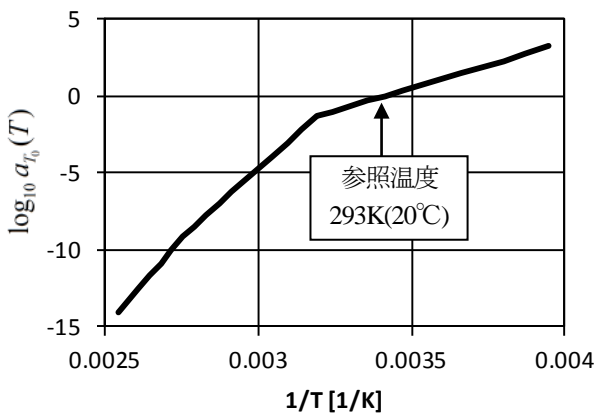


図 3.1.1 温度  $T$  とシフトファクターの関係

### 3.2. ETFE フィルムのクリープコンプライアンス

既報[5]で、森山・河端[1,2]の実験結果に合うように、一般化 Voigt モデルの定数を推定した。本報では、Voigt モデルを 26 個として、表 3.2.1, 3.2.2 に示す値を用いる。

表 3.2.1 Maxwell 要素の定数の緩和時間  $T_g$  とコンプライアンス  $C_g$

$T_g$	0	$C_g$	5.27E-04

表 3.2.2 Voigt 要素の定数の遅延時間  $T_i$  とコンプライアンス  $C_i$

$i$	$T_i$	$C_i$	$i$	$T_i$	$C_i$
1	9.13E+13	9.12E-04	14	1.50E+04	2.22E-05
2	3.65E+12	2.37E-04	15	2.99E+03	1.35E-04
3	7.30E+11	6.65E-04	16	5.98E+02	3.49E-05
4	1.46E+11	2.65E-04	17	1.20E+02	1.28E-04
5	2.92E+10	1.07E-03	18	4.79E+00	6.30E-05
6	5.84E+09	1.54E-04	19	9.57E-01	1.25E-05
7	1.17E+09	7.95E-04	20	1.91E-01	6.04E-05
8	2.34E+08	1.21E-04	21	7.66E-03	1.66E-05
9	4.67E+07	4.61E-04	22	1.53E-03	8.20E-07
10	9.35E+06	1.72E-05	23	3.06E-04	1.48E-04
11	1.87E+06	2.69E-04	24	1.23E-05	1.92E-05
12	3.74E+05	4.70E-05	25	2.45E-06	5.54E-05
13	7.48E+04	1.98E-04	26	4.90E-07	7.44E-06

### 3.3. 線膨張係数 $\alpha(T)$

線膨張係数  $\alpha(T)$  は JIS K 7197-1991 「プラスチックの熱機械分析による線膨張率試験方法」に基づいた試験より求める。フィルムを室温から 423K まで温度上昇し、-223K まで除冷する。その後、再度 423K まで上昇させて、線膨張係数を求めている。その結果を図 3.3.1 に示す。この結果から次の近似式を得た。

$$\alpha(T) = -2.057 \times 10^{-8} T^4 + 3.289 \times 10^{-5} T^3 - 1.847 \times 10^{-2} T^2 + 4.443 T - 379.6 \quad (3.3.1)$$

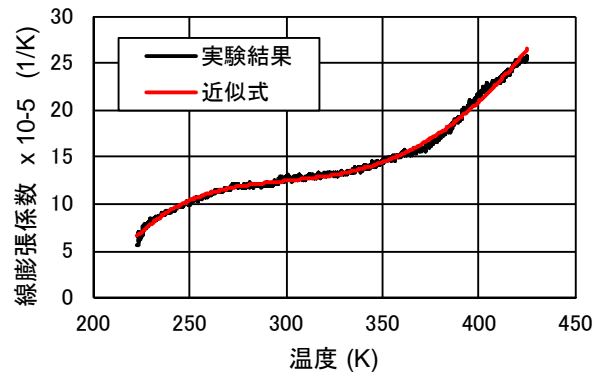


図 3.3.1 線膨張係数  $\alpha(T)$



#### 4. ETFE フィルムの1軸クリープ試験

##### 4.1. 温度一定1軸クリープ試験

1軸引張試験機で、温度一定で1軸クリープ試験を行う。

試験片形状を図 4.1.1 に、試験条件を表 4.1.1 に示す。

クリープ試験結果を図 4.1.2 に示す。なお、ひずみは、温度変化に伴い、治具自身が線膨張係数分だけ伸び縮みする。そこで、試験結果として得られたひずみから、治具の伸び分だけ差し引いて、ETFE フィルムだけのひずみを求めた。他の試験結果についても同様である。

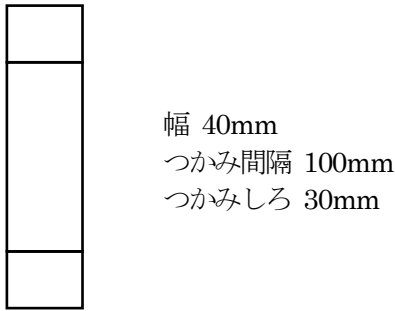


図 4.1.1 1軸クリープ用試験片形状

表 4.1.1 1軸引張試験の条件

フィルム厚さ	250 $\mu$ m
方向	MD
試験片幅	40mm
チャック間距離	100mm
最大応力	6.1MPa
载荷速度	0.5MPa/min.
設定温度	温度一定 4, 25°Cの2通り

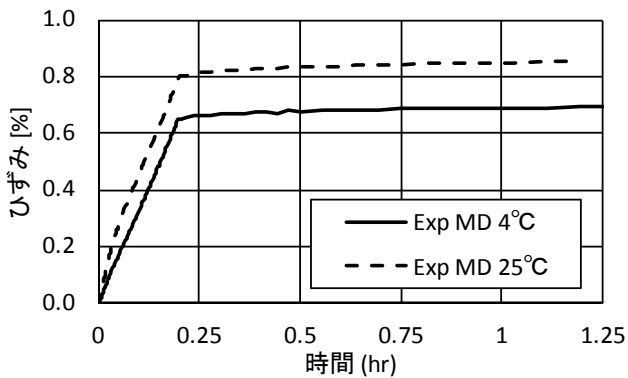


図 4.1.2 ひずみ・時間関係

##### 4.2. 30°Cの温度変化のある1軸クリープ試験

1軸引張試験機で、温度変化を伴うクリープ試験を行う。温度変化の条件を表 4.2.1 に、その他の条件は表 4.1.1 に示す。試験片は図 4.1.1 の形状とする。

温度は表 4.2.1 に示す温度を設定したが、試験機の仕様によ

り、図 4.2.1 に示す値となった。試験結果を図 4.2.2, 4.2.3 に示す。

表 4.2.1 温度変化の設定

設定温度	初期温度 30°C, 载荷時と1時間放置 30~0°C, 6 サイクル サイクル時の温度速度 30°C/1hr.
------	--

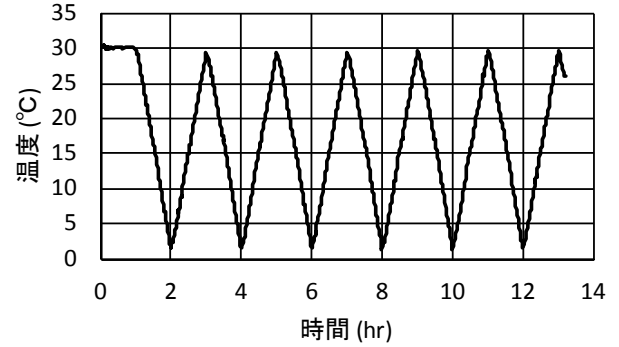


図 4.2.1 クリープ試験の温度

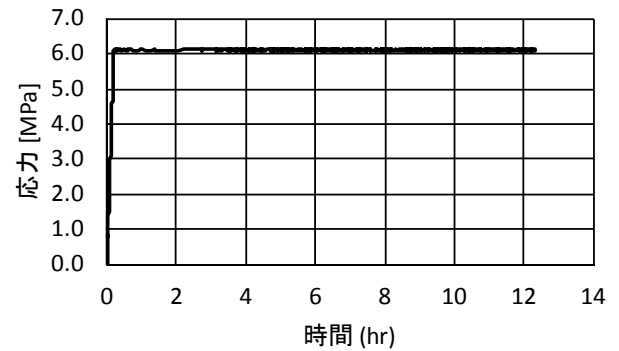


図 4.2.2 応力・時間関係

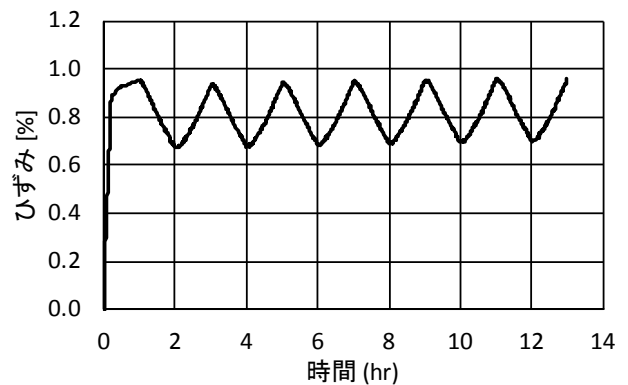


図 4.2.3 ひずみ・時間関係

##### 4.3. 10°Cの温度変化のある1軸クリープ試験

1軸引張試験機で、温度変化を伴うクリープ試験を行う。温度変化の条件を表 4.3.1 に、その他の条件は表 4.1.1 に示す。試

験片は図 4.1.1 の形状とする。

温度は表 4.3.1 に示す温度を設定したが、試験機の仕様により、図 4.3.1 に示す値となった。試験結果を図 4.3.2, 4.3.3 に示す。

表 4.3.1 温度変化の設定

設定温度	初期温度 30°C, 载荷時と 3 時間放置 30~20°C, 20~10°C, 10~0°Cを それぞれ各 5 サイクル サイクル時の温度速度 10°C/15min.
------	---

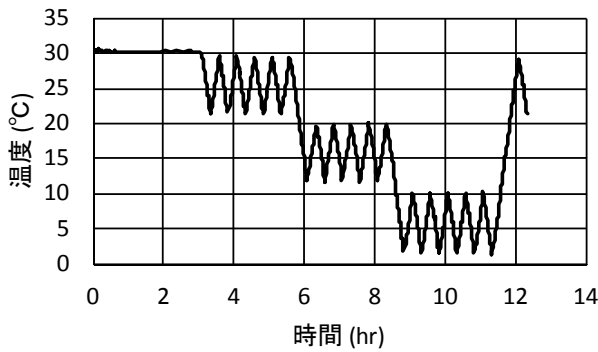


図 4.3.1 クリープ試験の温度

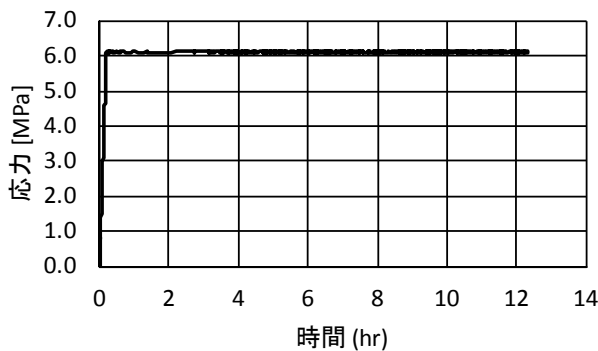


図 4.3.2 応力・時間関係

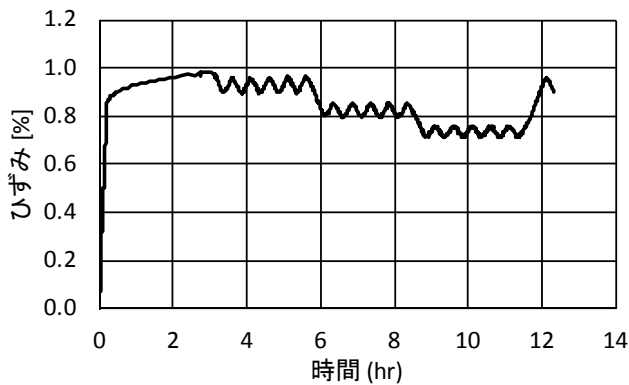


図 4.3.3 ひずみ・時間関係

## 5. 試験のシミュレーション

提案した構成則を用いて 4 章で実施した 1 軸クリープ試験のシミュレーションを行う。諸定数は 3 章に示す値を用いる。

シミュレーションの結果を図 5.1~5.3 に示す。いずれも十分にクリープひずみを推定できていることが確認できる。

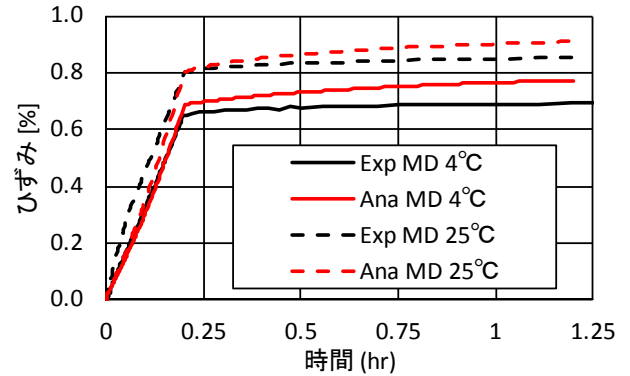


図 5.1 ひずみ・時間関係(温度一定)

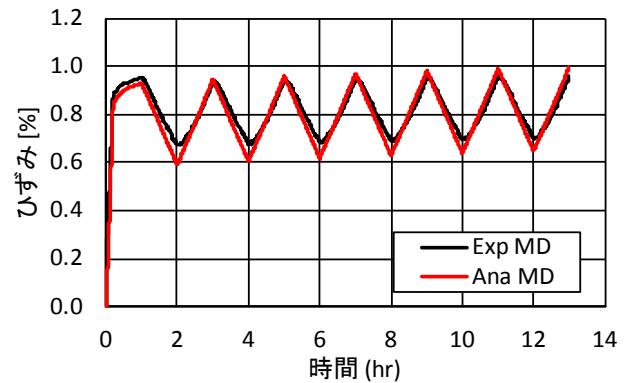


図 5.2 ひずみ・時間関係(30°C変化)

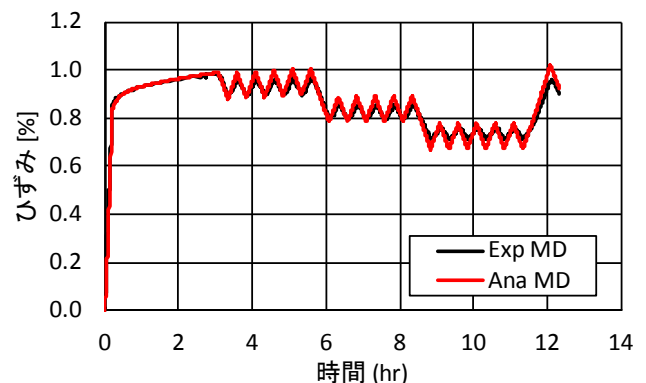


図 5.3 ひずみ・時間関係(10°C変化)

## 6. まとめ

本論文では、2 軸張力場用の増分型の非線形粘弾性構成則を、温度変化に伴う伸びの成分を考慮できるように拡張した。温度変化に伴う伸びの特性は熱機械分析により、線膨張係数として得た。

また、温度一定および温度変化のある1軸クリープ試験を行い、温度に依存した1軸クリープ特性を確認した。

さらに、提案した構成則を用いて、温度に依存した1軸クリープ試験のシミュレーションを行い、クリープ特性を表現可能であることを示した。

以上より、時間経過、応力変化、温度変化を考慮することが可能な構成則であることを確認した。限られた条件の試験結果との比較であるため、さらなる比較検討が必要である。例えば、任意の応力比における2軸クリープや温度変化を伴う場合などが考えられる。

#### 謝辞

研究の遂行にあたり、旭硝子株式会社有賀広志氏に貴重なデータを提供頂きました。厚くお礼申し上げます。

#### 参考文献

- 1) 河端昌也, 森山史朗, 會田裕昌:ETFE フィルムの粘弾性挙動について, 膜構造研究論文集 2005, No.19, pp.1~8, 2006年2月
- 2) 森山史朗:ETFE フィルム空気膜構造における粘弾性挙動に関する研究, 横浜国立大学 博士論文, 2006
- 3) 丁乙碩, 河端昌也:ETFE フィルムの粘塑性構成式 — 粘塑性定数の決定と1軸引張の負荷過程に関する検討—, 膜構造研究論文集 2009, No.23, pp.9~14, 2010年3月
- 4) 丁乙碩, 河端昌也:ETFE フィルムの粘塑性構成式 — アニール処理に従う1軸・2軸引張時におけるの応力-ひずみ関係の検討—, 膜構造研究論文集 2011, No.25, pp.55~64, 2012年3月

- 5) 吉野達矢, 瀬川信哉, 小田憲史:ETFE フィルムの2軸引張特性と弾塑性応力・変形解析, 膜構造研究論文集 2004, No.18, pp.31~39, 2005年2月
- 6) Tatsuya Yoshino, Shiro Kato : Formulation of non-linear incremental constitutive equation of ETFE film structure considering the dependence on temperature change, Proceedings of IASS 2013, 2013
- 7) Wu M., Li Y. : Revised finite element formulation for membrane creep analysis, Proc. of the IASS-SLTE 2014, Paper No. 209, 2014
- 8) Galliot C, Luchsinger RH. : Uniaxial and biaxial mechanical properties of ETFE foils, Polymer Testing, 2011; 30(4); 356-365.
- 9) Li Y., Wu M., Wang H. : biaxial creep tests of ETFE foil, Proc. of the IASS-SLTE 2014, Paper No. 136, 2014
- 10) (社) 日本膜構造協会 : 膜材料弾性定数試験方法 (MSAJ/M-02-1995), 1995年
- 11) (社) 日本膜構造協会 : 膜材料面内剪断剛性試験方法 (MSAJ/M-01-1993), 1993年
- 12) 日本レオロジー学会編:講座・レオロジー, 高分子刊行会, 2001年
- 13) 吉野達矢, 加藤 史郎:ETFE フィルムの粘性特性 —2軸張力場における非線形粘弾性構成方程式—, 膜構造研究論文集 2015, No.29, pp.13~20, 2016年3月

#### Viscous characteristics of ETFE Film sheet

- Non-linear visco-elastic constitutive equations that consider the change in temperature and uniaxial creep tests -

Tatsuya Yoshino<sup>\*1)</sup>  
Shiro Kato<sup>\*2)</sup>

#### SYNOPSIS

In our researchs ,using FEM analysis, the target is to clarify the behavior of ETFE film sheets. ETFE film shows both of elasto-plastic and visco-elastic behaviors. The authors have carried out studies focusing on these characteristics.

In this paper, through experimental and numerical analysis, we will focus on visco-elastic characteristics when temperatures change during uniaxial tension.

First, the incremental constitutive equations which takes into account the change in amount of strain due to change in temperature is proposed.

These constitutive equations are extension of the previous nonlinear incremental visco-elastic constitutive equations for biaxial tensions.

Yet, they are in a format that can be used in FEM analysis.

---

\*1) Ph. D., Advanced Structures R&D Department, Taiyo Kogyo Corporation

\*2) Ph. D., Professor Emeritus, Toyohashi University of Technology



# Nonlinear finite element procedure for membrane structures using ETFE films considering friction contact condition

Quang Hieu BUI 1\*<sup>1</sup>  
Masaya KAWABATA 2\*<sup>2</sup>

## Synopsis

In frame-supported membrane structures type, one of techniques to introduce the pre-stress on the membranes is extending the boundary. In this case, the friction contact between the membrane and the frame-supported, such as steel arch, was observed. Therefore, the analytical method of membrane structures considering the friction contact is essential.

This paper describes a nonlinear finite element procedure, which includes the non-linear geometry of membrane elements and friction contact condition. In this analysis, the friction contact between membrane elements and frame-supported elements was replaced by Gap elements. The proposed method will be applied to investigate the sliding between ETFE film and steel arch of the parallel steel arch model under forced displacement condition. The accuracy and applicability of proposed procedure was confirmed by an experiment.

## 1. Introduction

Recently, ETFE film is well used in membrane structures because its advantages, such as transparent, light weight, easy to fabricate a large-sized panel by heat-sealing and excelling in the durability over ultraviolet rays. In term of design of ETFE membranes structure, since the ETFE film possesses no flexural stiffness, its shape, the load on structure and the internal stresses interact in a nonlinear manner to satisfy the equilibrium equations. Therefore, various kinds of analysis procedure have been proposed to solve those geometrical nonlinear problems. One of them was the finite element technique. The procedure of this technique was described clearly in many previous reports [1][2].

In term of suspension and frame-supported ETFE membrane structures, one of techniques to introduce the pre-stress on the membranes is extending the boundary. In this case, the friction contact between the films and the frame-supported was observed. Therefore, the analytical method of membrane structures considering the friction contact is essential. Computationally, the analysis of frictional contact problems is extremely difficult, even for static cases involving the simplest constitute relation [3]. The reasons could be explained as the boundary conditions are unknown a priori and the contacting surfaces change in size and shape as load is applied. There had two main approaches to solve the contact problem in FEM analysis, which

are the Lagrange multiplier method and Penalty method. The later method were attracted researchers to develop the Gap/Friction element. Contact element stiffness matrices are symmetric for frictionless contact problems. Unfortunately, problems involving sliding friction result in an unsymmetrical stiffness matrix which makes the problems in convergence criteria. In 1995 Ju et al suggested the symmetrical stiffness matrix for 3D frictional contact element which can be implemented into an existing nonlinear finite element program to solve the nonlinear friction contact [4][5].

In this paper, the FEM procedure which includes the non-linear geometry of membrane elements and nonlinear friction contact problem using Ju's method, is proposed. The proposed method will be applied to investigate the sliding between ETFE film and steel arch of the parallel steel arch model under forced displacement condition. The accuracy and applicability of proposed procedure was confirmed by an experiment.

## 2. Finite element formulation

### 2.1 Membrane elements

The triangular membrane elements with three nodes and nine degrees of freedom per element were used in this paper. The equilibrium equation for a single element in local coordinate system may be obtained via the principle of virtual work, as follows:

---

\*1 Graduate student, Graduate School of Urban Innovation, Yokohama National University, Japan

\*2 Associate Prof., Graduate School of Urban Innovation, Yokohama National University, Japan

$$\int_{V^e} \delta \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (2.1)$$

where,  $\boldsymbol{\sigma}$ : stress,  $\mathbf{p}$ : the external node force vector,  $\boldsymbol{\epsilon}$ : strain,  $\mathbf{u}$ : the node displacement vector,  $\mathbf{0}$ : zeroes vector and  $V^e$ : the element volume. The relation between the strain  $\boldsymbol{\epsilon}$  and node displacement vector  $\mathbf{u}$  can be described as follows:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{B}_0 \mathbf{u} + 0.5 \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}; \quad \delta \boldsymbol{\epsilon} = (\mathbf{B}_0 + \mathbf{A} \mathbf{G}) \delta \mathbf{u} \quad (2.2)$$

here, the matrices  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $\mathbf{G}$  can be referenced in [2]. In this paper, the large displacements and small strains are considered, so the constitute relations for plane stress analysis may be used as:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon} + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (2.3)$$

where,  $\boldsymbol{\sigma}_0$  denotes the initial stress vector and  $\mathbf{D}$  is the elastic matrix defined as:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

here,  $E$  and  $\nu$  are the Young's modulus and Poisson's ratio.

Substituting (2.2) and (2.3) into (2.1) and eliminating  $\delta \mathbf{u}^T$ , we have:

$$\int_{V^e} (\mathbf{B}_0 + \mathbf{A} \mathbf{G})^T [\mathbf{D} (\mathbf{B}_0 \mathbf{u} + 0.5 \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\sigma}_0] dV - \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (2.4)$$

The above equations must be transformed to global coordinates and finally assembled to obtain the global equilibrium equations. Since the global equations will be solved iteratively by Newton-Raphson method, the linearize process of the governing equation, at the element level, can be described after the  $i$ th iteration as follow:

$$\mathbf{k}_m^i \Delta \mathbf{u}^i = \mathbf{p} - \mathbf{r}^i \quad (2.5)$$

here, the node force vector after  $i$ th iteration  $\mathbf{r}^i$  can be determined by (2.6):

$$\mathbf{r}^i = \int_{V^e} (\mathbf{B}_0 + \mathbf{A}^i \mathbf{G})^T [\mathbf{D} (\mathbf{B}_0 \mathbf{u}^i + 0.5 \mathbf{A}^i \boldsymbol{\theta}^i) + \boldsymbol{\sigma}_0] dV \quad (2.6)$$

and the element tangent stiffness matrix,  $\partial \mathbf{r}^i / \partial \mathbf{u}$ , consists of two parts as (2.7):

$$\mathbf{k}_m^i = \int_{V^e} (\mathbf{B}_0 + \mathbf{A}^i \mathbf{G})^T \mathbf{D} (\mathbf{B}_0 + \mathbf{A}^i \mathbf{G}) dV + \int_{V^e} \mathbf{G}^T \mathbf{M}^i \mathbf{G} dV \quad (2.7)$$

here, the matrix  $\mathbf{M}$  can be also referenced in [2].

## 2.2 Gap elements

A Gap element is considered to connect nodes A and B. The local coordinate  $xyz$  of this element is shown in Fig. 1. The normal direction of Gap element is assumed in  $z$  direction, while the sliding direction, when Gap element is in sliding status, is assumed in  $x$  direction. The  $y$  direction is determined from  $x$  and  $z$  directions

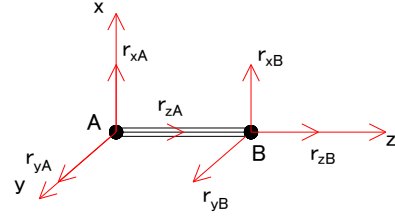


Fig.1 The local coordinate of Gap elements

The relation between the internal node force vector and incremental displacement vector for Gap element via the penalty method can be determined as follows:

$$\mathbf{r} = \mathbf{k}_g \Delta \mathbf{u} \quad (2.8)$$

here,  $\Delta \mathbf{u} = [\Delta u_A \quad \Delta v_A \quad \Delta w_A \quad \Delta u_B \quad \Delta v_B \quad \Delta w_B]^T$  is incremental node displacement vector, in which  $\Delta u$ ,  $\Delta v$  and  $\Delta w$  are incremental displacements in  $x$ ,  $y$  and  $z$  directions, respectively;  $\mathbf{r} = [r_{xA} \quad r_{yA} \quad r_{zA} \quad r_{xB} \quad r_{yB} \quad r_{zB}]^T$  is the internal node force vector of Gap element; and  $\mathbf{k}_g$  is Gap element stiffness matrix and determined as equation (2.9) [4]:

$$\mathbf{k}_g = \begin{bmatrix} \mathbf{k} & -\mathbf{k} \\ -\mathbf{k} & \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

where,  $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & k_s & 0 \\ 0 & 0 & k_n \end{bmatrix}$  is used when Gap element is in stick

status and  $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mu^2 k_n & 0 & \mu k_n \\ 0 & k_s & 0 \\ \mu k_n & 0 & k_n \end{bmatrix}$  is used when Gap element is

in sliding status;  $k_n$  is an input large penalty constant for normal direction of Gap element;  $k_s$  is the penalty constant for sliding directions and  $\mu$  is the static friction coefficient.

In sliding status, because the assumption of sliding direction is  $x$  direction, the internal friction force  $f_s = r_{xA} = -r_{xB}$  and the normal force  $f_n = r_{zA} = -r_{zB}$  obey the Mohr-Coulomb friction theory ( $f_s = \mu f_n$ ) according to the equations (2.8)&(2.9); however the increment of normal force  $f_n$  contains the term,  $\mu k_n (\Delta u_A - \Delta u_B)$ . If this term is omitted from the calculation of the total normal force, the contact analysis from equations (2.8)&(2.9) will produce a similar result at the convergence state ( $\Delta u_A - \Delta u_B \cong 0$ ).

### 2.3. Membrane structures include Gap elements

The principle of virtual work for the membrane structure include Gap elements can be expressed as:

$$\int_V (\delta \epsilon_m)^T \sigma_m dV + \delta \mathbf{U}^T \mathbf{R}_g - \delta \mathbf{U}^T \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

where,  $\epsilon_m$  and  $\sigma_m$  are the strain and stress of membrane elements;  $\mathbf{R}_g$  is internal force of Gap elements;  $\mathbf{U}$  is the whole structure node displacement vector and  $\mathbf{P}$  is the external node vector.

After eliminating  $\delta \mathbf{U}^T$  and solving the global equation (2.10) by Newton-Raphson method, the governing equation after the  $i$ th iteration can be described as:

$$(\mathbf{K}_m^i + \mathbf{K}_g^i) \Delta \mathbf{U}^i = \mathbf{P} - \mathbf{R}_m^i - \mathbf{R}_g^i \quad (2.11)$$

here,  $\mathbf{K}_m^i$  and  $\mathbf{R}_m^i$  are the tangent stiffness matrix and internal force vector of membrane elements, which calculated by assembly the elements stiffness in equation (2.7) and the element internal force in equation (2.6) respectively;  $\mathbf{K}_g^i$  and  $\mathbf{R}_g^i$  are the tangent stiffness matrix and internal force vector of Gap elements, which calculated by assembly the elements stiffness in equation (2.9) and the element internal force in equation (2.8) respectively depend on the status of elements.

The displacements after  $(i+1)$ th iteration can be determined as:

$$\mathbf{U}^{i+1} = \mathbf{U}^i + \Delta \mathbf{U}^i \quad (2.12)$$

This updating of the node point displacements in the iteration is continue until the incremental displacements,  $\Delta \mathbf{U}^i$ , are small or nearly zeroes. This convergence criteria will satisfy the condition of using the symmetric stiffness matrix of Gap elements in case of sliding status.

### 3. Analysis procedures

The analysis procedures for membrane structures include Gap elements are listed below:

- (a) Input data
- (b) Assume all Gap elements are in stick condition for the first loop of Newton-Raphson method
- (c) Determinate the structure stiffness matrix at step  $i$ :  $\mathbf{K}_m^i + \mathbf{K}_g^i$
- (d) Determinate the internal force vector at step  $i$ :  $\mathbf{R}_m^i + \mathbf{R}_g^i$
- (e) Determinate the incremental displacement vector by Eq. (2.11)
- (f) Check the Gap elements status: the Gap elements will be assumed in stick status until equation (2.13) is reached. And it is assumed that if Gap elements change into sliding status, this status will be remained till the end of Newton-Raphson loop:

$$\sqrt{r_x^2 + r_y^2} - \mu |r_z| = 0 \quad (2.13)$$

here,  $r_x = r_{xA} = -r_{xB}$  and  $r_y = r_{yA} = -r_{yB}$  are the friction forces in x and y directions and  $r_z = r_{zA} = -r_{zB}$  is the normal force in z direction of Gap elements in stick condition, which are determined by Eq. (2.8)

- (g) Check the convergence for the incremental displacement  $\Delta \mathbf{U}^i$
- (h) If step (g) converges, then output the results
- (i) If step (g) does not converge, then return to step (c) for the next iteration.

### 4. Analysis examples

This numerical example is based on the experiments of new method of form-finding for ETFE film structure.

#### 4.1. Experiments overview

For the tension type of ETFE membrane structure, the films are pulled outward from the exterior to introduce membrane tension. In those experiments, the stretching boundary of ETFE film with two parallel steel arch model were took place. The dimension of specimens are described as Fig. 2. There are three type of arch height  $H$  (200mm, 300mm and 400mm), which determined depend on the span of outside frame.

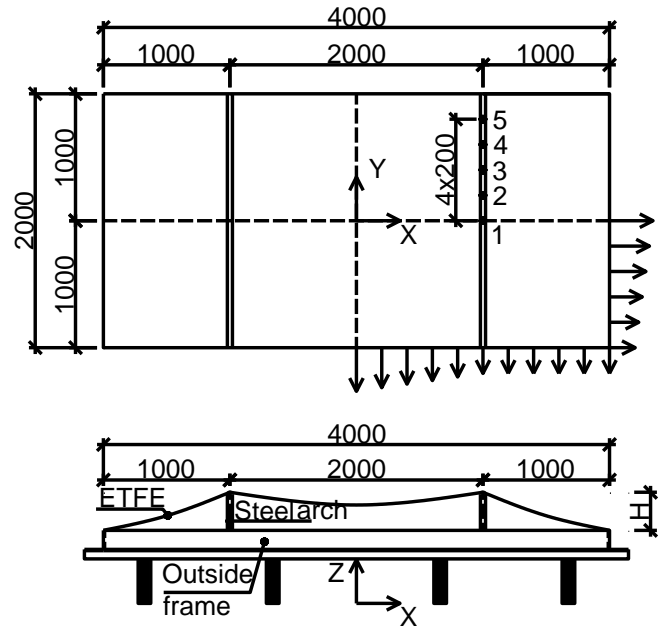


Fig.2 Specimens overview (all dimensions in millimeter)

First, the outside frames and steel arches were fixed first. After that, the flattening ETFE film was put on the steel arches and outside frame. After the ETFE film was fixed with outside frame, the forced displacement was input in Z direction step by step until getting the target values. During the experiments, the movement of offset points on ETFE films in X and Y direction, which shown in 1/4 model of specimens in Fig. 2, were observed and were used for the forced displacement condition in analysis. Those value can be referred in [6].

In addition, during the experiments, the sliding between the ETFE films and steel arches were also observed at special points (from 1 to

5) in Fig. 2. Those experiments results were shown in Table 1 at the final step of experiments

Table 1. Experiments results on sliding observation

Specimens	Sliding distances on arch direction (mm)				
	Observed points				
	1	2	3	4	5
200_Spec	0.0	-1.0	2.5	4.5	6.5
300_Spec	0.0	6.0	11.0	16.5	21.0
400_Spec	1.0	8.0	15.0	21.0	27.0

**4.2. Input data of analysis examples**

In this analysis examples, the triangular elements will be used to model the ETFE membrane. And the friction contact between ETFE films and steel arch was modeled by Gap elements. The formulations of those elements were described in section 2 and section 3. The general view of this analysis will be shown in Fig. 3. However because of the symmetric, 1/4 analysis model is used to save the time of calculation.

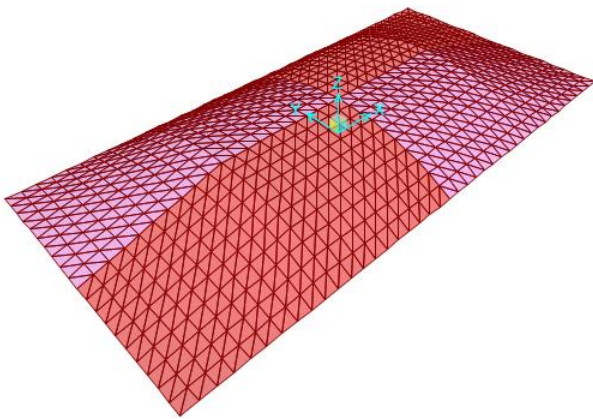


Fig 3. The general view of analysis model

The Fig. 4 shows the dimension of 1/4 analysis model, the position of Gap elements and the boundary conditions. In this model, two hundreds triangular ETFE membrane elements were used. The contacts between ETFE membrane and steel arch were replaced by nine Gap elements at arch position. The input forced displacements at fixed nodes (1\*→31\*) were determined from the experiments [6].

**4.3. The assumption of local coordinate of Gap elements**

In this analysis, the normal direction (z axis) of Gap element is assumed from the center of the arch to contact points. The sliding direction (x axis) is assumed as the tangent direction of arch in point contacts. The y direction is determined from x and z direction. This local coordinate of Gap elements is assumed unchanged during the calculation. The Fig. 5 illustrates the local coordinate of Gap elements.

**4.4 Results and discussions**

For penalty method, the large penalty constant which can achieve convergence is strived to find. The very large penalty constant usually

yields an oscillated numerical solution; however the small penalty constant typically results in easy convergence, but the numerical results might be less reliable. In this paper, the recommendation of S.H. Lee [7] for those value were used. The normal stiffness penalty value  $k_n$  was get as three high order than ETFE films, and the lateral stiffness penalty value  $k_s$  was get as 0.1  $k_n$ .

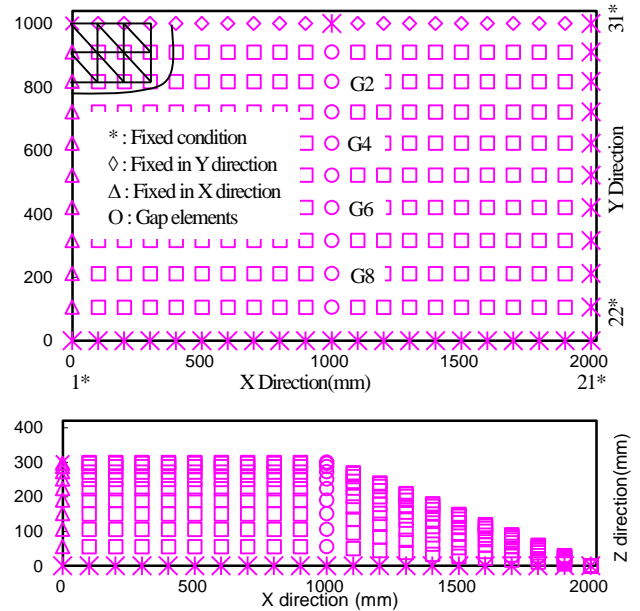


Fig. 4. Initial nodes coordinates for the modeling in case of 300mm Arch model

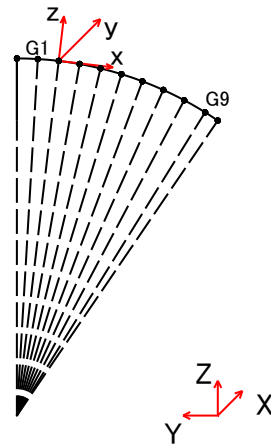


Fig. 5. The assumptions of local coordinate of Gap elements

The equivalent stresses on membrane elements and the deformation shape, when static friction coefficient was chosen as 0.2 in case of 300mm arch model, were shown in Fig. 6. As it can be seen from Fig. 6, the sliding between the ETFE film and steel arch can be only seen in arch direction. The reason can be explained as the assumption of local coordinate of Gap elements in section 4.3. Although this results is different with experiment results, this assumption still be used for the next investigation because the sliding



in arch direction is mainly observed in experiments.

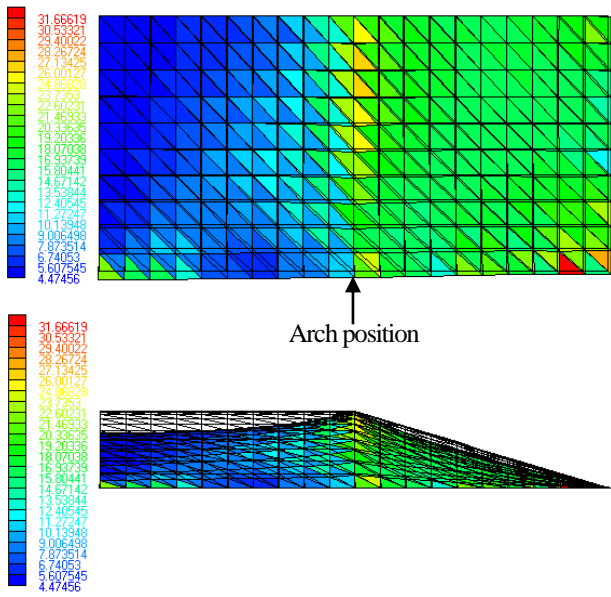


Fig. 6 The equivalent stress on membrane elements (N/m<sup>2</sup>)

A various values of static friction coefficients were used in order to illustrate the accuracy and applicability of above proposed procedure. In case of 300mm arch model, the figure 7 shows the sliding values between ETFE films and steel arch at 9 Gap elements positions in Fig 2. As we can see in Fig. 7, the larger friction coefficient the smaller sliding values. Those analysis results were completely coincide with the physically phenomenon.

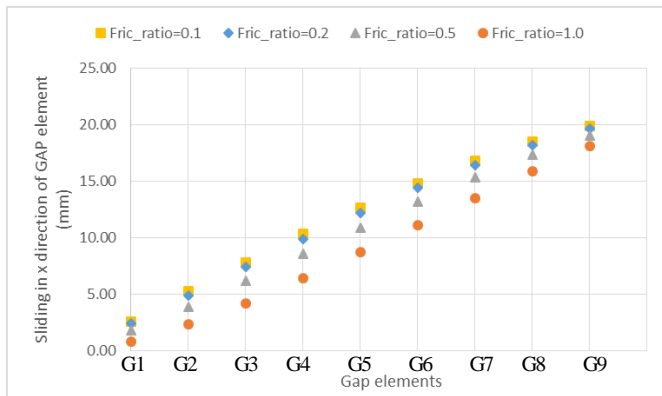


Fig. 7 The sliding results in x direction of Gap elements 300mm arch model

In many technical reports for the properties characteristics of ETFE films, the friction coefficient between ETFE films and steel was described as 0.2 [8]. Therefore, this value was used for the next investigation. The figure 8 shows the sliding values in arch direction in both experiments and analyses. The dash line shows the experiments results while the solid line shows the analysis results. Four observed point (2→5) in experiments in Fig. 2 were

corresponding with G2, G4, G6 and G8 Gap elements in analysis in Fig. 4.

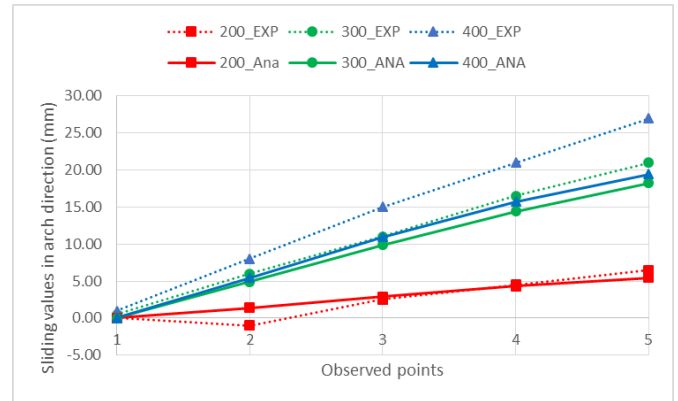


Fig. 8 The sliding results of experiments and analysis

As we can see in Fig. 8, the analysis results and experiment results were almost the same in case of 200mm and 300mm arch models. In case of 400mm arch model, the large difference between analysis and experiment was observed. The reason can be explained as the sliding in analysis was observed in x local direction of Gap elements as the tangent direction of arch, while in the experiment the sliding value was measured on the curve of arch.

### 5. Conclusions

In this research, the friction contact of ETFE film and steel arch is both investigated by experiments and analysis. The experiments show the large effect of friction contact on the ETFE films during the extending boundary construction work. The finite element procedure, which combined the nonlinear geometry of membrane elements and nonlinear boundary condition of friction contact, therefore, was proposed. The node-to-node contact elements or Gap elements whose symmetric stiffness matrix could be used to model the friction contact in nonlinear geometry analysis. The comparison between the experiments and analysis illustrated the accuracy and applicability of the proposed method. However, the assumption of local coordinate of Gap elements should be studied more in the future in order to have a better evaluation for the friction contact.

**Acknowledgements**-The support for the experiments from Taiyo Kogyo Corporation is gratefully acknowledged.

### References

- [1] Kazuo Ishii: State-of-the-art report on the stress deformation analysis of membrane structure, Research report on membrane structures 1990, Japan, pp69-105.
- [2] B. Tabarrok, Z. Qin: Nonlinear analysis of tension structures, Computers & Structures Vol. 45, No. 5/6, pp. 973-984, 1992
- [3] K.J. Bathe, A. Chaudhary: A solution method for planar and axisymmetric contact problems, Int. J. Numer. Meth. Engng 21, 65-

88, 1985

[4] S.H. Ju, J.J. Stone, R.E. Rowlands: A New symmetric contact element stiffness matrix for frictional contact problems, Computers & Structures, Vol 54, No.2, pp. 289-301, 1995

[5] S.H. Ju, R.E. Rowlands: A Three-dimensional frictional contact element whose stiffness matrix is symmetric, Journal of Applied Mechanics, Vol. 66, pp. 460-467, 1999

[6] Eisuke Ishida: The study on form finding via extending the outer boundary of parallel arch model using ETFE films, Bachelor Thesis (in Japanese only)

[7] S.H. Lee: Rudimentary considerations for adaptive Gap/Friction element based on the penalty method, Computers & Structures, Vol 47, No.6, pp. 1043-1056, 1

[8] The technical report for ETFE films, Asahi Glass Co..

### 摩擦接触条件を考慮した ETFE 膜を用いた膜構造の非線形有限要素法

BUI Quang Hieu<sup>\*1)</sup>

河端 昌也<sup>\*2)</sup>

#### 梗概

フレームに支持された膜構造タイプでは、膜にプレストレスを導入する技術の一つが境界を延伸することである。この場合、膜と支持されたフレームの摩擦接触が観察された。したがって、摩擦接触を考慮した膜構造の解析手法が不可欠である。

本論文では、膜要素の非線形幾何と摩擦接触条件を含む非線形有限要素法について述べる。この分析では、膜要素とフレーム要素との間の摩擦接触を Gap 要素で置き換えた。提案手法を適用して、並行アーチでの筋アーチと ETFE フィルムとの間のすべりを強制変位条件下で調べる。提案された手順の精度と適用性は、実験によって確認された。

---

\*1) 横浜国立大学大学院 都市イノベーション学府 大学院生

\*2) 横浜国立大学大学院 都市イノベーション研究院 准教授



## 「膜構造研究論文集 2017」原稿応募規定

研究内容 : 膜構造に関する学術・技術についての論文・報告とし、未発表のもの。ただし、これまで発表された論文の展開、追加、詳細等、新しい内容が盛り込まれたものは可とします。

研究論文応募方法 : 応募者に制限はなく、申込み用紙にアブストラクト数行程度を書き、膜構造協会に9月30日までに申し込んでください。申込みのあった方に本論文の執筆要領などを送付します。本論文の提出締切 2017年12月15日(金)

研究論文査読方法 : 研究論文は協会に設けられた論文審査委員会により査読を行い、採否を決定します。なお、査読を行わない、報告・記事の枠もありますので、この場合はその旨を明記の上ご応募ください。

論文集 : 発行2018年3月(予定)

著作権 : 掲載された論文の著作権は著者の占有としますが、協会は編集著作権を持つものとします。

論文集の配布方法 : 各大学、研究所の他、膜構造に関係のある研究者、設計者及び関係各位に無料配布を行なう他、希望者にも有料配布します。

連絡先 〒105-0001 東京都港区虎ノ門 1-13-5 一般社団法人 日本膜構造協会 論文係  
E-mail: ronbun@makukouzou.or.jp  
Tel (03)3501-3535  
Fax (03)3501-3548

一般社団法人日本膜構造協会