

骨組膜構造の膜応力の信頼性解析のための基礎式に関する研究

摂動式による信頼性関数の誘導

加藤史郎^{*1}
吉野達矢^{*2}

諸外国の鋼構造等の設計では荷重抵抗係数法(LRFD)が使用されることが多い。骨組膜構造の鋼構造部分の設計でLRFDが適用される場合にあつては膜部分についてもLRFDの適用が望まれる。しかしながら、現状は膜部分の信頼性解析の研究の蓄積が少なく、また、許容応力度設計との関連性も十分には検討されていない。本稿では、膜のLRFDの開発を目指すにあたり必要となる信頼性解析の方法について、その基本式の展開を試みる。膜の信頼性解析は、まだ研究段階であり、一定の方法があるわけではない。したがって、ここでは試みとして定式化を記述する。今後の研究によっては、本記述とは異なるより適切な方法が開発されることを期待しつつ膜の構造解析の基本、および、信頼性を支配するパラメータによる摂動を基本として信頼性関数の誘導を行う。

1. はじめに

膜構造には、鉄骨造等の骨組に膜を張る骨組膜構造、ケーブルと膜で形状をつくるサスペンション構造、内圧で膜を安定させる空気膜構造、内圧を作用させて筒状にしたチューブ膜構造などがある。用いられる膜材には、PTFE 膜材料、ETFE 膜材料あるいは、塩化ビニール樹脂膜材料などがある。これらの構造の設計において国内では膜構造の技術基準[1]、また、米国では張力膜構造設計指針[2]、あるいは、空気膜構造設計指針[3]などが用いられる。

骨組膜構造の鋼構造等の設計では荷重抵抗係数法(LRFD)が使用されることが多い。骨組膜構造の鋼構造の設計にLRFD[4, 5, 6, 7]が適用される場合にあつては膜部分についてもLRFDの適用が望まれる。しかしながら、現状は膜部分の信頼性解析の研究の蓄積が少なく、また、許容応力度設計との関連性も十分には検討されていない。そこで本稿ではPTFE膜材料を使用する骨組膜構造のLRFDの開発を目指すにあたり必要となる信頼性解析の方法についてその基本式の展開を試みる。筆者の文献調査によれば、この試みに先行する研究は無い。したがって、ここで述べる展開は確立されたものでなく、今後の研究により新しい方法につくり替える必要があることを断っておく。

信頼性解析に必要な非線形構造解析の多くは既往の方法と類似であるが、形状解析、荷重に対する膜部分の構造解析等の基本は、信頼性解析の展開に必要なもので重複をいとわず記述する。

具体的に膜応力の破断等の信頼性解析を実施するには、膜応力に影響する種々のパラメータの統計量(平均値、変動係数、確率密度分布)が必要である。これらの統計量は、信頼性解析

ができるほどには現状では十分蓄積されていないと想像されるが、本定式化では与えられていると想定する。また、実際に計算するには多くの未解決の問題に直面するが、今後、これらの問題も順次解決されるものとして計算方法を解説する。

2. 要素座標系、初期張力、変位、ひずみ、応力の定義

座標系 図1のように要素座標系を (x_e, y_e, z_e) とし三角形要素の底辺BCを x_e とする。材料特性に方向性のあるPTFE膜材料を対象とするため、 z_e を半時計回りに角 α を回転させた方向をタテ糸方向 x とする。ヨコ糸方向は y とし、 x - y 平面に直交する方向を z 軸とする。 (x, y, z) をタテ糸・ヨコ糸座標系とする。

要素 式の簡単化のため平面3角形定ひずみ要素を用いる。

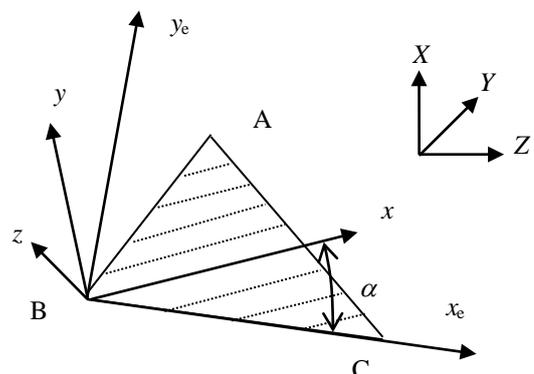


図1 平面3角形要素:要素座標系 (x_e, y_e, z_e)

初期張力 無外力の下で初期張力が作用し、変位がゼロの状態でありつ合いにある状態を想定する。このときの形状を初期曲面(初期形状)、また、膜応力を初期張力[注1、付録A]とする。タ

テ糸とヨコ糸方向の初期張力(単位長さ当たり)を $S_{I(i)}$ と $S_{II(i)}$ とし、初期せん断力を $T_{(i)}$ とする。この初期張力は、骨組膜構造であれば外周の構造材に膜を定着する際に導入される応力[付録 A, D]を指す。なお、膜の設計では初期に導入されるせん断力は無いとされるが、解析法に一般性を持たせるため、ここではこれを考慮する。したがって解析の初期値として以下の式を設定する。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{I(i)} \\ S_{II(i)} \\ T_{(i)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

なお、後述の信頼性解析に関する項では、初期張力の公称値、つまり設計張力を $S_{I(i)(n)}$ 、 $S_{II(i)(n)}$ 、 $T_{(i)(n)}$ で表す。

変位 x, y, z 軸方向の変位を、それぞれ、 u, v, w とする。

タテ糸・ヨコ糸座標系のひずみと応力 変位 u, v, w を用いてタテ・ヨコ糸座標系で定めるひずみを以下のように仮定する[付録 B-1]。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (2-1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (2-2)$$

$$\gamma = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2-3)$$

ここで、 ε_x 、 ε_y 、 γ は、タテ糸方向の伸びひずみ、ヨコ糸方向の伸びひずみ、せん断ひずみである。

変位が u, v, w から $u + \Delta u$ 、 $v + \Delta v$ 、 $w + \Delta w$ に増加すると増分ひずみ $\Delta \varepsilon_x$ 、 $\Delta \varepsilon_y$ 、 $\Delta \gamma$ が生ずる。これを次式で定める。

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) \quad (3-1)$$

$$\Delta \varepsilon_y = \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) \quad (3-2)$$

$$\Delta \gamma = \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} + \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \quad (3-3)$$

この増分ひずみは、増分変位の高次項、つまり、式(3-1)右辺第3項、式(3-2)右辺第3項および式(3-3)右辺第5項を含んでいる。式(2)のひずみに関して線形化部分のひずみを次式 $\Delta \varepsilon_x^\ell$ 、 $\Delta \varepsilon_y^\ell$ 、 $\Delta \gamma^\ell$ で定義する。

$$\Delta \varepsilon_x^\ell = \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) \quad (4-1)$$

$$\Delta \varepsilon_y^\ell = \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) \quad (4-2)$$

$$\Delta \gamma^\ell = \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \quad (4-3)$$

ひずみの非線形の高次項 $\Delta \varepsilon_x^n$ 、 $\Delta \varepsilon_y^n$ 、 $\Delta \gamma^n$ を次式で表す。

$$\Delta \varepsilon_x^n = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) \quad (5-1)$$

$$\Delta \varepsilon_y^n = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) \quad (5-2)$$

$$\Delta \gamma^n = \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \quad (5-3)$$

各節点3自由度の平面3角形要素を適用すると、線形化された増分ひずみは、次式のように3節点の増分変位 $\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A$ 、 $\Delta u_B, \Delta v_B, \Delta w_B$ 、 $\Delta u_C, \Delta v_C, \Delta w_C$ 、および w_A 、 w_B 、 w_C を用いて次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{Bmatrix} = [B(w_A, w_B, w_C)] \{ \Delta d \} \quad (6-1)$$

ただし、

$$\{ \Delta d \}^T = \{ \Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A, \Delta u_B, \Delta v_B, \Delta w_B, \Delta u_C, \Delta v_C, \Delta w_C \} \quad (6-2)$$

一方、非線形増分ひずみは、次式のように3節点の増分変位 $(\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A)$ 、 (w_B, w_B, w_B) および、変位 (w_C, w_C, w_C) を用いて、次のように表される。

$$\Delta \varepsilon_x^n = \frac{1}{2} \{ \Delta d \}^T [C_{xx}(w_A, w_B, w_C)] \{ \Delta d \} \quad (6-3)$$

$$\Delta \varepsilon_y^n = \frac{1}{2} \{ \Delta d \}^T [C_{yy}(w_A, w_B, w_C)] \{ \Delta d \} \quad (6-4)$$

$$\Delta \gamma^n = \{ \Delta d \}^T [C_{xy}(w_A, w_B, w_C)] \{ \Delta d \} \quad (6-5)$$

なお、マトリックス $[B]$ は 3×9 要素の矩形マトリックスであり、 $[C_{xx}(w_A, w_B, w_C)]$ 等は 9×9 要素の正方マトリックスであり、その詳細は付録 B-2 に示す。

応力 ひずみが ε_x 、 ε_y 、 γ の時点の応力(単位長さ当たり)を σ_x 、 σ_y 、 τ とする。増分ひずみ $\Delta \varepsilon_x$ 、 $\Delta \varepsilon_y$ 、 $\Delta \gamma$ によって増加する応力(増分応力) $\Delta \sigma_x$ 、 $\Delta \sigma_y$ 、 $\Delta \tau$ は、次式で与えられる。ただし、弾性あるいは増分剛性係数マトリックス $[E_m]$ は、膜の特性[付録 C, 1, 8, 9, 10, 11, 12, 13]を考慮して定める。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \tau \end{Bmatrix} = [E_m] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} \quad (7)$$

なお、後述するように、無荷重状態における形状を定める(形状解析[14]する場合、また、荷重が作用した場合の応力・変位を求める場合には、それぞれ適切な増分剛性係数マトリックス $[E_m]$ を採用する必要がある。増分ひずみが求めた時点でひずみ ε_x 、 ε_y 、 γ に対応する応力(単位長さ当たり) σ_x 、 σ_y 、 τ に増分応力を加えることで、増分後の応力を次式で計算する。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x + \Delta \sigma_x \\ \sigma_y + \Delta \sigma_y \\ \tau + \Delta \tau \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} + [E_m] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} \quad (8)$$

3. タテ糸・ヨコ糸座標系と要素座標系の座標変換

構造解析では、構造全体に共通する全体座標系が設定される。したがって、図 2 に示すように、タテ糸・ヨコ糸座標系、要素座標系に加え、構造共通の全体座標系 (X, Y, Z) を用いる。

膜要素 ABC の各節点の全体座標系での位置を (X_A, Y_A, Z_A) 、

$(X_B, Y_B, Z_B), (X_C, Y_C, Z_C)$ とする。
座標系間の関係を次式で設定する。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [R_{-ele}^m] \begin{Bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{Bmatrix} = [R_{-glob}^{ele}] \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (9-1, 2)$$

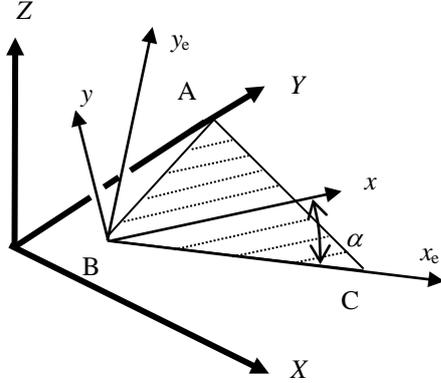


図2 平面3角形要素:全体座標系(X, Y, Z)

ここで, $[R_{-ele}^m]$ と $[R_{-glob}^{ele}]$ は, 各座標間に関する回転マトリックスである。

回転マトリックスを用いると, タテ糸・ヨコ糸座標系の変位, 要素座標系の変位, 全体座標系の変位には次の関係が得られる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [R_{-ele}^m] \begin{Bmatrix} u_e \\ v_e \\ w_e \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} = [R_{-ele}^m] \begin{Bmatrix} \Delta u_e \\ \Delta v_e \\ \Delta w_e \end{Bmatrix} \quad (10-1)$$

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ v_e \\ w_e \end{Bmatrix} = [R_{-glob}^{ele}] \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \Delta u_e \\ \Delta v_e \\ \Delta w_e \end{Bmatrix} = [R_{-glob}^{ele}] \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{Bmatrix} \quad (10-2)$$

したがって次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} = [R_{-ele}^m][R_{-glob}^{ele}] \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{Bmatrix} = [R_{-glob}^m] \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{Bmatrix} \quad (10-3)$$

ここに,

$$[R_{-glob}^m] = [R_{-ele}^m][R_{-glob}^{ele}] \quad (10-4)$$

4. 増分形式の釣合式の誘導とFEM解

4.1 構造全体の釣合

構造全体がつりあっている場合, 仮想仕事の原理[18]から次式(11)の増分ポテンシャルエネルギー ΔU が停留するので, 次式から釣合式を定式化する。

$$\delta(\Delta U) = 0 \quad (11)$$

ここで, 式(1)による初期張力が妥当な方法で決定されているものとする[付録A]。また, p_x, p_y, p_z は, 全体座標系における膜表面に作用する外力とする。なお, 式(12)では, 増分変位の3次以上の項は無視できるものとして省略してある。また, Σ は, すべての要素の総和を意味するものとする。ただし, 無変位状態では, 応力は式(1)で定める。

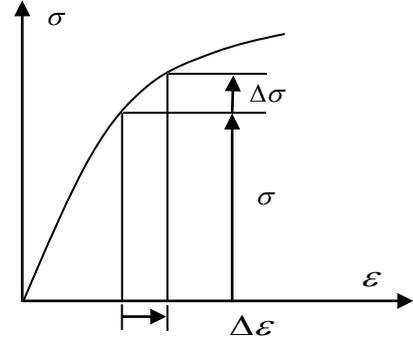


図3 増分ひずみエネルギー

$$\begin{aligned} \Delta U = & \sum_{ele} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta \varepsilon_x^\ell + \Delta \varepsilon_x^n \\ \Delta \varepsilon_y^\ell + \Delta \varepsilon_y^n \\ \Delta \gamma^\ell + \Delta \gamma^n \end{array} \right\}^T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} dx dy \\ & + \sum_{ele} \frac{1}{2} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{array} \right\}^T [E_m] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{Bmatrix} dx dy \\ & - \sum_{ele} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{array} \right\}^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} dx dy \end{aligned} \quad (12)$$

4.2 FEMによる解

式(11)をFEM解析で解けば増分変位が求まる。荷重を順次増加させて設計荷重に対する変位と, この変位に対応する応力を求める。

式(12)をさらに具体的に展開する。

$$\begin{aligned} \Delta U = & \frac{1}{2} \sum_{ele} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{array} \right\}^T [E_m] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{Bmatrix} dx dy \\ & + \sum_{ele} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta \varepsilon_x^n \\ \Delta \varepsilon_y^n \\ \Delta \gamma^n \end{array} \right\}^T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} dx dy \\ & + \sum_{ele} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{array} \right\}^T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} dx dy \\ & - \sum_{ele} \iint \left\{ \begin{array}{c} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{array} \right\}^T \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} dx dy \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、式の簡便化のため、タテ糸・ヨコ糸座標系と全体座標系の3角形要素の増分変位をあらためて

$$\begin{aligned} \{\Delta u_A, \Delta v_A, \Delta w_A, \Delta u_B, \Delta v_B, \Delta w_B, \Delta u_C, \Delta v_C, \Delta w_C\}^T &= \{\Delta d_{ele}\}^T \\ \{\Delta U_A, \Delta V_A, \Delta W_A, \Delta U_B, \Delta V_B, \Delta W_B, \Delta U_C, \Delta V_C, \Delta W_C\}^T &= \{\Delta D_{ele}\}^T \end{aligned} \quad (14-1, 2)$$

とする。

したがって、

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{Bmatrix} &= [B(w_A, w_B, w_C)] \{\Delta d_{ele}\}^T \\ &= [B(w_A, w_B, w_C)] \begin{Bmatrix} [R_{-glob}^m] & 0 & 0 \\ 0 & [R_{-glob}^m] & 0 \\ 0 & 0 & [R_{-glob}^m] \end{Bmatrix} \{\Delta D_{ele}\} \\ &= [B(w_A, w_B, w_C)] [R_{glob}] \{\Delta D_{ele}\} \end{aligned} \quad (15-1)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_x^n &= \frac{1}{2} \{\Delta d_{ele}\}^T [C_{XX}(w_A, w_B, w_C)] \{\Delta d_{ele}\} \\ &= \frac{1}{2} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{-glob}^m]^T [C_{XX}(w_A, w_B, w_C)] [R_{-glob}^m] \{\Delta D_{ele}\} \end{aligned} \quad (15-2)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_y^n &= \frac{1}{2} \{\Delta d_{ele}\}^T [C_{YY}(w_A, w_B, w_C)] \{\Delta d_{ele}\} \\ &= \frac{1}{2} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{-glob}^m]^T [C_{YY}(w_A, w_B, w_C)] [R_{-glob}^m] \{\Delta D_{ele}\} \end{aligned} \quad (15-3)$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{2} \sum_{ele} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{glob}]^T \cdot \iint [B(w_A, w_B, w_C)]^T [E_m] [B(w_A, w_B, w_C)] dx dy \cdot [R_{glob}] \{\Delta D_{ele}\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{ele} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{glob}]^T \cdot \iint [(\sigma_x) \cdot [C_{XX}(w_A, w_B, w_C)] + (\sigma_y) \cdot [C_{YY}(w_A, w_B, w_C)] \\ &\quad \quad + 2(\tau) \cdot [C_{XY}(w_A, w_B, w_C)]] dx dy \cdot [R_{glob}] \{\Delta D_{ele}\} \\ &\quad - \left\langle \sum_{ele} \iint \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta V \\ \Delta W \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} p_X \\ p_Y \\ p_Z \end{Bmatrix} dx dy - \sum_{ele} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{glob}]^T \cdot \iint [B(w_A, w_B, w_C)] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} dx dy \right\rangle \end{aligned} \quad (17-1)$$

なお、

$$[K_{ele}] = [R_{glob}]^T \cdot \iint [B(w_A, w_B, w_C)]^T [E_m] [B(w_A, w_B, w_C)] dx dy \cdot [R_{glob}] \quad (17-2)$$

$$\begin{aligned} [K_{ele-ini}] &= [R_{glob}]^T \cdot \iint [(\sigma_x) \cdot [C_{XX}(w_A, w_B, w_C)] + (\sigma_y) \cdot [C_{YY}(w_A, w_B, w_C)] \\ &\quad + (\tau) [C_{XY}(w_A, w_B, w_C) + C_{YX}(w_A, w_B, w_C)]] dx dy \cdot [R_{glob}] \end{aligned} \quad (17-3)$$

$$\{R_{ele-ini}\} = [R_{glob}]^T \iint [B(w_A, w_B, w_C)] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} dx dy \quad (17-4)$$

$$\begin{aligned} \Delta \gamma^n &= \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} = \{\Delta d_{ele}\}^T [C_{XY}(w_A, w_B, w_C)] \{\Delta d_{ele}\} \\ &= \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{-glob}^m]^T [C_{XY}(w_A, w_B, w_C)] [R_{-glob}^m] \{\Delta D_{ele}\} \end{aligned} \quad (15-4)$$

と書き改める。ただし、

$$[R_{glob}] = \begin{bmatrix} [R_{-glob}^m] & 0 & 0 \\ 0 & [R_{-glob}^m] & 0 \\ 0 & 0 & [R_{-glob}^m] \end{bmatrix} \quad (16)$$

式(13)では増分ポテンシャルエネルギー ΔU において、ひずみエネルギー増分がタテ糸・ヨコ糸座標系で記述されているので、これを全体座標系の増分変位で表示し、式(13)を式(17)と表わす。

膜構造を構成するすべての3角形要素を考慮し、 $\delta \Delta U = 0$ から得られる方程式は略式で次のように表わす。

$$\sum_{ele} \{[K_{ele}] + [K_{ele-ini}]\} \{\Delta D_{ele}\} = \{P_{EXT}\} - \sum_{ele} \{R_{ele-ini}\} \quad (18)$$

なお、 $\{P_{EXT}\}$ は、式(17)の外力項 p_x, p_y, p_z から計算される全体座標系の等価外力である。

$[K_{ele}]$ は、増分剛性による剛性マトリックスである。 $[K_{ele-ini}]$ は、初期張力による幾何非線形効果による幾何剛性マトリックスであり、膜の張力による剛性の増加を表わし、膜構造の抵抗機構の中でこの項が重要な働きをする。 $\{R_{ele-ini}\}$ は膜応力による等価節点内力(外力に対する抵抗成分)であり、式(17-1)の

〈 〉 で示される第3項は、非線形解析では外力成分に対する不釣り合い成分として扱われる。第3項の値が十分に小さければ解が得られたこととなる。

増分ポテンシャルエネルギーの停留条件式(17)から、つまり、式(18)から増分変位 $\{\Delta D_{ele}\}$ が求まる。増分変位前の全体座標系の三角形要素の変位を $\{D_{ele}\}$ とすれば、増分後の新しい変位 $\{D_{ele}\}_{NEW}$ は、次式で得られる。

$$\{D_{ele}\}_{NEW} = \{D_{ele}\} + \{\Delta D_{ele}\} \quad (19-1)$$

全体座標系の変位を式(10-3)で座標変換すれば、タテ糸・ヨコ糸座標系の変位が得られる。

$$\{d_{ele}\}_{NEW} = \{d_{ele}\} + \{\Delta d_{ele}\} \quad (19-2)$$

得られたタテ糸・ヨコ糸座標系の増分変位 $\{\Delta d_{ele}\}$ を式(15-1)に代入すれば、タテ糸・ヨコ糸座標系の線形増分ひずみ $\{\Delta \varepsilon_x^\ell, \Delta \varepsilon_y^\ell, \Delta \gamma^\ell\}$ 、また、式(15-2)に代入すれば非線形増分ひずみ $\{\Delta \varepsilon_x^n, \Delta \varepsilon_y^n, \Delta \gamma^n\}$ が得られる。タテ糸・ヨコ糸座標系の線形増分ひずみ $\{\Delta \varepsilon_x^\ell, \Delta \varepsilon_y^\ell, \Delta \gamma^\ell\}$ を次式

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix}_{NEW} = [E_m] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x^\ell \\ \Delta \varepsilon_y^\ell \\ \Delta \gamma^\ell \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} \quad (20)$$

に代入すれば、増分後の要素の応力が得られる。あるいは、織格子モデルに類する構成方程式[付録B, 10, 11, 12, 13]を用いる場合には、ひずみの履歴を考慮して $\{\Delta \varepsilon_x^\ell, \Delta \varepsilon_y^\ell, \Delta \gamma^\ell\}$ と $\{\Delta \varepsilon_x^n, \Delta \varepsilon_y^n, \Delta \gamma^n\}$ から増分後の応力を求める。

骨組膜構造は一般に鋼等の骨組構造と膜構造の複合構造であり、構造解析では式(18)に骨組の剛性マトリクス等を考慮するとともに節点の3個の回転を考慮して拡張した方程式として扱う必要がある。骨組構造汎用解析パッケージでは膜要素と骨組を合わせて考慮できる機能が開発されており、膜の構造解析はこれらの開発された汎用パッケージを使用することが多い。

4.3 高精度 FEM 要素

膜構造解析に用いる FEM 要素には、種々なものがある。面内応力のみを対象とするものには、1) 先に説明した「定ひずみ三角形平面要素」[8, 14]、2) 「6 節点アイソパラメトリック平面要素」、3) 「6 節点アイソパラメトリック曲面要素」、4) 「低次アイソパラメトリック四辺形曲面要素」[15, 16]、5) 「8 節点アイソパラメトリック平

面要素」、6) 「8 節点アイソパラメトリック曲面要素」[17]などがある。これらは板としての曲げモーメントを考慮しない要素である。一方、面内応力とともに板の曲げを考慮するものもあるが、膜の座屈等を解析対象とする場合以外には、特に、曲げモーメントを考慮する必要は殆ど無い。

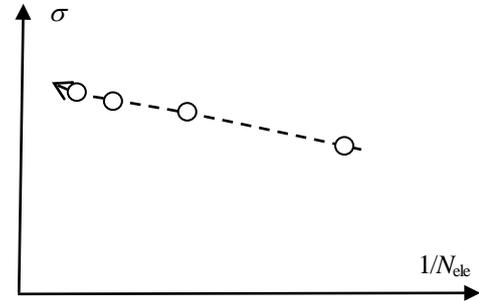


図4 分割数による応力の精度の確認

実務設計では、膜部分については、面内応力を対象とする FEM 要素で十分である。ただし、「定ひずみ三角形平面要素」で解析する場合、応力の解析精度を確保するには、膜部分を比較的多くの要素で分割する必要がある。解析に当たり分割数の異なる FEM 解析を実施し精度を前もって確認しておく配慮がよい。8 節点アイソパラメトリック要素では比較的少ない要素で応力の精度が確保できるが、この場合にあっても要素分割の違いによる精度を確認する配慮が必要である。ただし、応力集中[付録 H]が想定される膜部分では、「定ひずみ三角形平面要素」は無論、アイソパラメトリック要素であっても小さな要素で分割する必要がある。精度の確認のためには、ヨコ軸に要素数 N_{ele} の逆数、タテ軸に応力 σ を描くと精度の判断が容易となる。応力が要素数により変化する様子を分析し、適切な分割数を採用する。

なお、FEM 要素に関する基礎的解説として文献[18]がある。

5. 形状解析

5.1 近似的な形状解析

前述のように外荷重の作用しない状態(無荷重状態)で初期張力だけを作用させた場合の膜の形状を求めることを形状解析という。膜構造の特徴は、前述のように導入される張力で外力に抵抗するところにある。したがって、外荷重が作用する前に必要なだけの張力を膜に作用させ、安定した形状を作る必要がある。この形状は張力(タテとヨコ方向の応力)の比により変化する。一般には、膜は膜周辺の鋼などの構造部材で支持あるいは固

$$\begin{aligned} \Delta U = & \frac{1}{2} \sum_{ele} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{glob}]^T \cdot \iint [B(w_A, w_B, w_C)]^T [E_m] [B(w_A, w_B, w_C)] dx dy \cdot [R_{glob}] \{\Delta D_{ele}\} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{ele} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{glob}]^T \cdot \iint [S_{I(i)} \cdot [C_{XX}(w_A, w_B, w_C)] + S_{II(i)} \cdot [C_{YY}(w_A, w_B, w_C)] \\ & \quad + 2T_{(i)} \cdot [C_{XY}(w_A, w_B, w_C)]] dx dy \cdot [R_{glob}] \{\Delta D_{ele}\} \\ & - \left\langle - \sum_{ele} \{\Delta D_{ele}\}^T [R_{glob}]^T \cdot \iint [B(w_A, w_B, w_C)] \begin{Bmatrix} S_{I(i)} \\ S_{II(i)} \\ T_{(i)} \end{Bmatrix} dx dy \right\rangle \end{aligned} \quad (21-1)$$

定する。したがって、導入張力と周辺の構造との相互作用を考慮して形状を求める必要がある。膜の形状解析法については、文献[14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 23]がある。

形状解析も、前章と同様に式(17-1)が停留する条件から求める。ただし、外力 p_x, p_y, p_z はゼロとし、初期張力 $S_{I0(n)}, S_{II0(n)}, T_{0(n)}$ は設計者が与える。式(21-2)は、全体座標系の増分剛性マトリックスである。式(21-3)は、初期張力による幾何非線形効果による幾何剛性マトリックスであり、膜の張力による剛性の増加を表し、膜構造の抵抗機構の中でこの項が重要な働きをする。式(21-4)は膜の応力による外力に対する等価節点内力(抵抗成分)である。

$$[K_{ele}] = [R_{glob}]^T \cdot \iint [B(w_A, w_B, w_C)]^T [E_m] \cdot [B(w_A, w_B, w_C)] dx dy \cdot [R_{glob}] \quad (21-2)$$

$$[K_{ele-ini}] = [R_{glob}]^T \cdot \iint [S_{I(i)} \cdot C_{XX}(w_A, w_B, w_C)] + S_{II(i)} \cdot [C_{YY}(w_A, w_B, w_C)] + T_{(i)} \cdot [C_{XY}(w_A, w_B, w_C)] + C_{YX}(w_A, w_B, w_C) dx dy \cdot [R_{glob}] \quad (21-3)$$

$$\{R_{ele-ini}\} = [R_{glob}]^T \iint [B(w_A, w_B, w_C)] \begin{Bmatrix} S_{I(i)} \\ S_{II(i)} \\ T_{(i)} \end{Bmatrix} dx dy \quad (21-4)$$

式(21-1)の $\delta\Delta U = 0$ から得られる方程式を略式に表示すると次式となる。

$$\sum_{ele} \{[K_{ele}] + [K_{ele-ini}]\} \{\Delta D_{ele}\} = - \sum_{ele} \{R_{ele-ini}\} \quad (22)$$

式(22)の解から、三角形要素の全体座標系の増分変位($\Delta U_A, \Delta V_A, \Delta W_A, \Delta U_B, \Delta V_B, \Delta W_B, \Delta U_C, \Delta V_C, \Delta W_C$)を求め、元の座標($X_A, Y_A, Z_A, X_B, Y_B, Z_B, X_C, Y_C, Z_C$)に加え、新しい節点座標を定める。

$$\begin{aligned} X_{i(NEW)} &= X_i + \Delta U_i \\ Y_{i(NEW)} &= Y_i + \Delta V_i \\ Z_{i(NEW)} &= Z_i + \Delta W_i \end{aligned} \quad ; \quad i = A, B, C \quad (23)$$

ここで求めた新しい節点座標を用いて、式(10)の $[R_{-ele}^m]$, $[R_{-glob}^{ele}]$, $[R_{-glob}^m]$ および $[R_{glob}]$, さらに、式(15)の $[B(w_A, w_B, w_C)]$, $[C_{XX}(w_A, w_B, w_C)]$, $[C_{YY}(w_A, w_B, w_C)]$, $[C_{XX}(w_A, w_B, w_C)]$, $[C_{YX}(w_A, w_B, w_C)]$ を作成する。式(21)の係数を求め、式(22)から増分変位を求め直す。求めた増分変位から、さらに新しい座標を計算する。この収束サイクルを数回繰り返すことで、初期張力 $S_{I(i)}, S_{II(i)}$ および初期せん断力 $T_{(i)}$ に対してつり合う形状が求められる。この操作を近似的な形状解析という。「近似的」である理由は、式(22)において、膜の剛性マトリックス $[K_{ele}]$ を考慮しているからである。工学的には、式(7)の $[E_m]$ を問題とならない程度の小さな値とすることで実用上の形状が得られる。

5.2 等張力曲面の初期張力と形状解析

初期張力 膜面のあらゆる点でタテ糸とヨコ糸方向の張力が等しく指定された初期張力($S_{I(i)(n)} = S_{II(i)(n)}$)となる曲面を求める方法が一般的である。一般には、要素には初期せん断力は考慮しない、つまり、 $T_{0i}=0$ とする。5.1 節の方法を用いれば、近似的に等張力曲面が求められる。より精密な解法は、文献[15, 17, 19, 20, 21, 22, 23]などを参照されたい。

膜施工に伴う初期張力と経年による初期張力の変化 実際の設計では多くは等張力の初期張力を想定する。その際、膜の材料特性(応力・ひずみ関係および応力緩和・クリープ特性)[24]を考慮して等張力曲面に整合するように膜の裁断形状(裁断図)を作成し、その裁断図に基づき膜材料を切り出し、平面状の膜材料から複数の裁断パーツ[24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]を作成する。複数の裁断パネルの外周どうしを接合することで一枚の大きな膜パネルを製作する。その後、その膜パネルを骨組構造の支持部材に定着するための膜施工が行われる。膜施工後の膜張力が実際に生ずる初期張力である。

膜施工後の膜面に等張力を実現するためには十分に小さな裁断パーツを用いて膜パネルを製作し現場膜施工することが必要である。しかしながら、現状の膜の裁断は、解析に使用したような十分に小さな裁断パネルが実際に接合されるわけでない。経済的で工学的に許容される大きさの裁断パーツが接合されるので、材料のクリープ、リラクゼーション、また、現実の展張・定着の膜施工時の各種の要因により、厳密には等張力曲面とはならない。つまり、設計で想定する等張力からずれた初期張力となり、また、結果として膜構造内のそれぞれの要素には異なる初期張力が導入される[24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]。現状の設計では、このずれは安全率で考慮している。

膜施工後の各要素内の初期張力の大きさに関する実験に基づく研究[付録 D]は比較的少なく、信頼性解析を想定した基礎データに関する研究もない。数値解析による研究[28, 29, 30, 31]によれば設計初期張力の0.3~2.5倍、研究[25, 27]によれば設計初期張力の0.0~2.4倍程度の結果であり、また実験[24, 付録 D-1]によれば、設計初期張力の0.74、文献[34]によれば12年後の膜張力の経年変化で減少(導入張力の約0.5)するとともに、膜内での変動係数が0.50と報告されている。いずれも経年変化で張力が低減し膜内部では等張力ではなく不均等で相当に大きな変動が現れている。信頼性設計のためには膜内のそれぞれの位置における導入張力の平均値、変動係数、確率分布の計測・蓄積が必要であり、このためには、膜材の塑性、クリープ、リラクゼーションの長期予測理論[8, 24, 32, 33]の構築、また、計測に便利な張力計[35, 36]の開発が必要である。

5.3 非等張力曲面の形状解析

膜施工後に時間が十分経過した時点で、膜面に皺[8, 16, 27]がみられる状況は非等張力の典型である。タテ糸方向とヨコ糸方向に導入する初期張力が異なる場合の形状解析には多くの問題がある。等張力の場合と同様の問題に加え、以下の課題がある。

膜施工時のひずみの定量的把握、また、ひずみを応力に換

算できる弾性定数の定量的同定が必要となる。比較的短時間(1日程度)の展張・定着作業で張力が導入されるが、張力導入後のリラクゼーションあるいはクリープによりタテ糸とヨコ糸の応力比、また応力も変化する。この変化は、タテ糸とヨコ糸方向では異なるので、膜構造の信頼解析で必要となる膜施工後の導入張力の平均値、変動係数の値、また、確率分布には、研究は十分でなく未知な問題が多い。

6. 外荷重時の骨組構造と膜構造の応力解析

6.1 公称値による構造解析

設計では、基本的には公称値を用いて挙動を分析する。6.2～6.4節の解析では、構造の特性、荷重はすべて公称値で計算するものとする。ただし、初期張力は一律でないとする。

6.2 初期張力、外荷重

式(18)を用いれば、外荷重に対する膜応力が求められる。この場合、膜の応力・ひずみ関係式として、織格子モデルのようなひずみ履歴を考慮できる構成方程式[付録 C, 10, 12, 13, 37, 38, 39]の適用が望ましいが、実務設計の観点からは、応力・ひずみ関係式は線形と仮定し直交異方性仮定に基づく式(26)に拠ることとなる。式(26)の場合には PTFE 膜材料に対して弾性定数マトリックス $[E_m]$ を適切に設定する必要がある。工学的には、膜構造協会の技術基準[1]を使用することとなる。なお、式(18)の適用にあたり骨組構造も合わせて解析する。

式(18)で解析するにあたり、初期張力は、2章あるいは4.1節で説明したように、外荷重の作用する前に公称値膜応力 $S_{I(i)(n)}$ 、 $S_{II(i)(n)}$ 、 $T_{(i)(n)}$ が作用しているものとする。また、荷重マトリックスは、次式のように設計に用いる固定荷重 $\{P_{D0(n)}\}$ 、雪荷重 $\{P_{S0(n)}\}$ 、風荷重 $\{P_{W0(n)}\}$ に分解する。なお、雨荷重は雪荷重に考慮されているものとする。

$$\{P_{EXT(n)}\} = \tilde{\gamma}_D \{P_{D0(n)}\} + \tilde{\gamma}_S \{P_{S0(n)}\} + \tilde{\gamma}_W \{P_{W0(n)}\} \quad (25)$$

$\{P_{D0(n)}\}$ 、 $\{P_{S0(n)}\}$ 、 $\{P_{W0(n)}\}$ を荷重の公称値、 $\tilde{\gamma}_D$ 、 $\tilde{\gamma}_S$ 、 $\tilde{\gamma}_W$ は、対応する荷重係数とする。ただし、荷重係数の値は、それぞれ主となる状況に応じて定めるものとする。

初期張力 $S_{I(i)(n)}$ 、 $S_{II(i)(n)}$ 、 $T_{(i)(n)}$ はもともと作用しているものとする。固定荷重時の解析では、 $\tilde{\gamma}_D = 1$ 、 $\tilde{\gamma}_S = 0$ 、 $\tilde{\gamma}_W = 0$ とし、雪荷重時には、 $\tilde{\gamma}_D = 1$ 、 $\tilde{\gamma}_S = 1$ 、 $\tilde{\gamma}_W = 0$ とし、風荷重時には、 $\tilde{\gamma}_D = 1$ 、 $\tilde{\gamma}_S = 0$ 、 $\tilde{\gamma}_W = 1$ とする。

6.3 構造要素の分割

構造解析に当たり、膜構造全体の中から重要な一般部の膜要素、定着部、溶着部、応力集中部を必要なだけ m_i 個取り出す。式(25)の荷重が作用した場合のそれぞれの膜要素(m_i)のタテ軸方向の応力、ヨコ軸方向の応力、せん断応力をそれぞれ、 $\sigma_{x0(m_i)(n)}$ 、 $\sigma_{y0(m_i)(n)}$ 、 $\tau_{0(m_i)(n)}$ とする。

設計の重要性に基づいて分類されるべきであるが、ここでは、便宜的に構造全体を膜部分、骨組部分、また、膜を吊り上げる部材群、ケーブル部材に分類する。また、それぞれ構造特性の

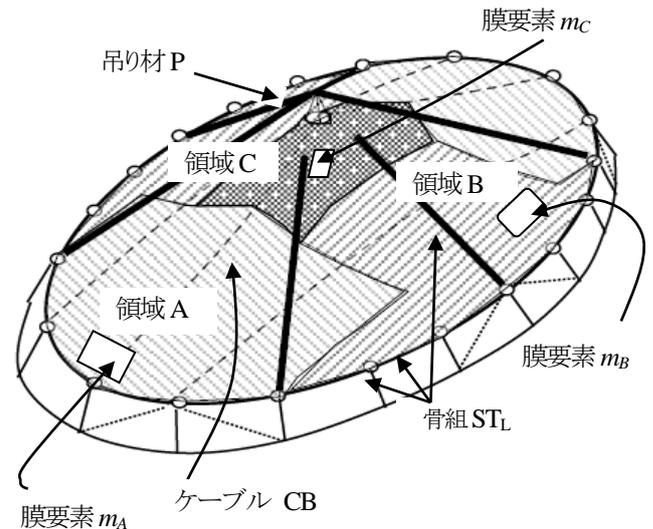


図5 構造物の要素分類

異なる状況を想定し、膜部分を領域 A、B と C、骨組部分を領域 L、また、ケーブル部分 CB、吊り材部分 P に分類する。なお、ここでは、このように分類したが、基本的には、同じ構造要素でも応力の大きさや材料特性の違いに応じて、複数の領域を設定する。

膜構造

領域 A 部分 m_A 、領域 B 部分 m_B 、領域 C 部分 m_C

骨組構造(鋼の部材のほか支持部分も含む)

領域 L の構造部分 ST_L

ケーブル部分

ケーブル部材 CB

吊り材部分

膜を吊り上げる部材 P

骨組膜構造の特性として、重要なパラメータを設定する。一般には鋼構造等に塑性化が生ずるが、ここでは、線形弾性とする。以下に、例題として想定するパラメータを以下に示す。なお、設計値(公称値)は下添え字(n)で表示する。

膜構造に関するパラメータ

- 1) 初期張力 $S_{I0(n)}$ 、 $S_{II0(n)}$ 、 $T_{0(n)}$
- 2) 弾性定数マトリックス $[E_m]$

$$[E_{m0(n)}] = \begin{bmatrix} (Et_{I0})_{(n)} & (v_{xy0}Et_{I0})_{(n)} & 0 \\ (v_{yx0}Et_{II0})_{(n)} & (Et_{II0})_{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & (Gt_0)_{(n)} \end{bmatrix} \quad (26-1)$$

$$(v_{xy0}Et_{I0})_{(n)} = (v_{yx0}Et_{II0})_{(n)} \quad (26-2)$$

- 3) タテ糸の角度 $\alpha_{0(n)}$

骨組構造に関するパラメータ

- 1) ヤング率 $E_{S0(n)}$
- 2) 部材断面積 $A_{S0(n)}$

3) 部材断面2次モーメント $I_{S0(n)}$

ケーブル部材

- 1) ヤング率 $E_{C0(n)}$
- 2) 断面積 $A_{C0(n)}$
- 3) プレストレスを与えるための初期ひずみ $\varepsilon_{C0(n)}$
- 4) 部材長 $\ell_{C0(n)}$

吊り材部分

- 1) ヤング率 $E_{p0(n)}$
- 2) 断面積 $A_{p0(n)}$
- 3) プレストレスを与えるための初期ひずみ $\varepsilon_{p0(n)}$
- 4) 部材長 $\ell_{p0(n)}$

上記の分類のパラメータを表 1 に示す。荷重も同様に分類し表 2 に示す。また、解析法等の違いによる精度を反映させる解析法パラメータ ω を表 3 のように設定する。したがって、公称値を用いる構造解析から、次のように膜の応力が求められる。

$$\omega \sigma_{x0(m i)(n)}, \quad \omega \sigma_{y0(m i)(n)}, \quad \omega \tau_{0(m i)(n)} \quad (27)$$

ただし、この解析法パラメータ ω は、構造解析からは求められない量であり、過去の経験等を反映した値を採用することとする。

現在、信頼性解析に直接応用できるようなデータが十分に蓄積されていないので、現状では付録等のデータを参照してパラメータの算定に当たることとなる。より精度の高い解析のためには、今後データを蓄積する必要がある。

膜構造では変位も大きくなり、安全性確認のためには、ポンディング、また、膜材と構造部材の接触問題、膜とケーブルとの摩擦・すべり等、さらには、ケーブルや膜構造等の支持構造要素も検討課題であるが、ここでは省略する。

6.4 膜応力の摂動解による近似表現

表 1, 2, 3 の各パラメータの公称値を用いると、膜応力の公称値 $\sigma_{x0(m i)(n)}$, $\sigma_{y0(m i)(n)}$, $\tau_{0(m i)(n)}$ は、式(18)から計算される。式(18)は、非線形であり、繰り返し収束計算から求めることとなる。ここで、各パラメータの公称値を $X_{i0(n)}$ とあらわすこととする。

実際のパラメータは、一般には設計値とのずれがあり、ある確率分布に従う確率変数 X_i とみなせる。確率変数である各パラメータを用いて、式(18)から解を求めることは極めて困難である。そこで、パラメータ X_i に対して膜応力を直接求めることを避け、各パラメータが、公称値 $X_{i0(n)}$ からずれた場合の応力の近似解を摂動解として求める。

先に述べたように、 ω 以外の各パラメータの公称値による応力は式(18)から求め、 $\sigma_{x0(m i)(n)}$, $\sigma_{y0(m i)(n)}$, $\tau_{0(m i)(n)}$ とする。ここで、 ω 以外のパラメータ X_i が、 $(X_i - X_{i0(n)})$ だけずれた場合の解を近似的に求める方法を採用する。まず、ある特定のパラメータ x_i が、有限な差 $\Delta \bar{X}_i$ だけずれ、 $X_{i0(n)} + \Delta \bar{X}_i$ に対する応力

$$\begin{aligned} & \sigma_{x0(m i)(n)} + \Delta \bar{\sigma}_{x(m i)} \\ & \sigma_{y0(m i)(n)} + \Delta \bar{\sigma}_{y(m i)} \\ & \tau_{0(m i)(n)} + \Delta \bar{\tau}_{(m i)} \end{aligned} \quad (28)$$

表 1 構造パラメータ(パラメータの数 35 個)

| 要素の分類 | 箇所 | パラメータ |
|-------|------|---|
| 膜 | 領域 A | $S_{I0}=X_1, S_{II0}=X_2, T_0=X_3,$ $Et_{I0}=X_4, Et_{II0}=X_5,$ $\nu_{xv0}Et_{I0}=X_6, Gt_0=X_7, \alpha_0=X_8$ |
| | 領域 B | $S_{I0}=X_9, S_{II0}=X_{10}, T_0=X_{11},$ $Et_{I0}=X_{12}, Et_{II0}=X_{13},$ $\nu_{xv0}Et_{I0}=X_{14}, Gt_0=X_{15}, \alpha_0=X_{16}$ |
| | 領域 C | $S_{I0}=X_{17}, S_{II0}=X_{18}, T_0=X_{19},$ $Et_{I0}=X_{20}, Et_{II0}=X_{21},$ $\nu_{xv0}Et_{I0}=X_{22}, Gt_0=X_{23}, \alpha_0=X_{24}$ |
| 骨組 | 領域 D | $E_{S0}=X_{25}, A_{S0}=X_{26}, I_{S0}=X_{27}$ |
| ケーブル | CB | $E_{CB0}=X_{28}, A_{CB0}=X_{29},$ $\varepsilon_{CB0}=X_{30}, \ell_{CB0}=X_{31}$ |
| 吊部材 | P | $E_{p0}=X_{32}, A_{p0}=X_{33},$ $\varepsilon_{p0}=X_{34}, \ell_{p0}=X_{35}$ |

表 2 荷重パラメータ(パラメータの数 3 個)

| 要素の分類 | パラメータ |
|-------|--------------|
| 固定荷重 | $p_D=X_{36}$ |
| 雪荷重 | $p_S=X_{37}$ |
| 風荷重 | $p_W=X_{38}$ |

表 3 解析法パラメータ(パラメータの数 1 個)

| 要素の分類 | パラメータ |
|-----------------|-----------------|
| 解析法の違い等によるパラメータ | $\omega=X_{39}$ |

を求める。

ここで、求めた応力の増分量から、次の係数を定義する。

$$\begin{aligned} a_i &= \Delta \bar{\sigma}_{x(m i)} / \Delta \bar{X}_i / \sigma_{x0(m i)(n)} \\ b_i &= \Delta \bar{\sigma}_{y(m i)} / \Delta \bar{X}_i / \sigma_{y0(m i)(n)} \\ c_i &= \Delta \bar{\tau}_{(m i)} / \Delta \bar{X}_i / \tau_{0(m i)(n)} \end{aligned} \quad (29)$$

ここで、係数 a_i, b_i, c_i は、当面、有限の一定値であるとする。

ω 以外のすべてのパラメータに対して、係数 a_i, b_i, c_i が求められたとすると、これを用いて応力の近似解が次のように得られる(ここでパラメータの総数 $n=39$)。

$$\begin{aligned} \sigma_{x(m i)} &= \sigma_{x0(m i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n a_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\ \sigma_{y(m i)} &= \sigma_{y0(m i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n b_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\ \tau_{(m i)} &= \tau_{0(m i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n c_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

あるいは、2 次増分量の誤差を無視すると、以下の式でも近似できる。

$$\begin{aligned}
\sigma_{x(m i)} &= \sigma_{x0(m i)(n)} \cdot \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + a_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\
\sigma_{y(m i)} &= \sigma_{y0(m i)(n)} \cdot \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + b_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\
\tau_{(m i)} &= \tau_{0(m i)(n)} \cdot \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + c_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\}
\end{aligned} \quad (31)$$

ここで解析係数 ω を考慮して求める応力を次式で再設定する。

$$\begin{aligned}
\sigma_{x(m i)} &= \omega \cdot \sigma_{x0(m i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n a_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\
\sigma_{y(m i)} &= \omega \cdot \sigma_{y0(m i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n b_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\
\tau_{(m i)} &= \omega \cdot \tau_{0(m i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n c_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\}
\end{aligned} \quad (32)$$

あるいは、以下の式でも近似できる。

$$\begin{aligned}
\sigma_{x(m i)} &= \omega \cdot \sigma_{x0(m i)(n)} \cdot \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + a_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\
\sigma_{y(m i)} &= \omega \cdot \sigma_{y0(m i)(n)} \cdot \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + b_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\
\tau_{(m i)} &= \omega \cdot \tau_{0(m i)(n)} \cdot \prod_{j=1}^n \left\{ 1 + c_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\}
\end{aligned} \quad (33)$$

式(32), (33)をここでは(近似)摂動解とよぶこととする。

摂動解を導入する理由は近似解を構成するためであり、また現状ではパラメータ間の非線形的関連を考慮できるほどの技術的蓄積はそれほど多くないからである。したがって、式(32)あるいは(33)を用いれば、膜応力の近似値が求まる。ただし、表 1, 2, 3 のパラメータの確率分布が必要となる。これらの表に示すパラメータについても現状では裏づけのデータは十分でないと思像されるが、既往の鋼構造の設計指針や膜構造指針等により設定できるものとする。

以下では、表 1 の構造パラメータおよび表 3 の解析パラメータに関して正規分布あるいは対数正規分布を仮定し、表 2 の荷重に対しては、荷重指針等[40, 41]に従い、ここでは固定荷重は対数正規分布、雪荷重と風荷重については、グンベル分布等を仮定する。

一方、摂動解を採用すると以下の式(34), (35)も想定される。ここでは、(固定荷重+初期張力)の後に風荷重あるいは雪荷重が作用するものとする。固定荷重の下で導入される設計初期張力による公称膜張力を初期張力と見做し、特定の膜面位置の公称膜応力等を $S_{j(m i)(n)}$ 等とし、一般部の膜応力(タテあるいはヨコ)、定着部の膜応力、あるいは応力集中部の応力と対応させる。裁断図に基づいた裁断パーツ[付録 A, D]を膜施工した後に固定荷重を作用させ、この段階で導入される膜応力[24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]を $\sigma_{xl(m i)}$ 等とする。したがって、この時点での膜張力は次式で表される。ただし、膜施工後の初期張力は、膜面内部の位置によって変動している点に留意が必要である。

$$\begin{aligned}
\sigma_{xl(m i)}^{ini} &= \frac{\sigma_{xl(m i)}^{ini}}{S_{xl(m i)(n)}^{ini}} \cdot S_{xl(m i)(n)}^{ini} \\
\sigma_{yl(m i)}^{ini} &= \frac{\sigma_{yl(m i)}^{ini}}{S_{yl(m i)(n)}^{ini}} \cdot S_{yl(m i)(n)}^{ini} \\
\tau_{(m i)}^{ini} &= \frac{\tau_{(m i)}^{ini}}{T_{(m i)(n)}^{ini}} \cdot T_{(m i)(n)}^{ini}
\end{aligned} \quad (34)$$

この応力状態に対して雪荷重あるいは風荷重等の外力が作用したとき、その増分膜応力をそれぞれ次式で表す。なお、膜張力の位置による不均一性と膜張力の大小、幾何非線形、材料非線形を考慮してこの増分量を求める。

$$\begin{aligned}
\sigma_{xl(m i)}^e &= \frac{\sigma_{xl(m i)}^e}{S_{xl(m i)(n)}^e} \cdot S_{xl(m i)(n)}^e \\
\sigma_{yl(m i)}^e &= \frac{\sigma_{yl(m i)}^e}{S_{yl(m i)(n)}^e} \cdot S_{yl(m i)(n)}^e \\
\tau_{(m i)}^e &= \frac{\tau_{(m i)}^e}{T_{(m i)(n)}^e} \cdot T_{(m i)(n)}^e
\end{aligned} \quad (35)$$

なお、式(34), (35)の $S_{xl(m i)(n)}^e$ 等は、荷重等の公称値を用いた場合の増分量であり、この算定では、FEM の精度、膜の裁断・膜施工による初期張力の不均一性、外荷重による増分応力への存在初期張力の不均一性が及ぼす効果・応力集中に対する精度、増分剛性の変動性の影響などは考慮されていないものとして、これらの影響を別の係数で考慮する方法を考える。FEM 要素の種類・分割方法の解析精度を ω_{FEM} 、膜施工による初期張力の不均一性を ω_{Cl} 、増分応力への効果・応力集中に対する精度を ω_{CL} 、増分剛性の変動性の影響を ω_{ST} で代替し、それらの影響等を、それぞれ、前もって検討しておき、確定値あるいは荷重と分離された変動性のある解析係数 $\omega_{FEM}, \omega_{Cl}, \omega_{CL}, \omega_{ST}$ として得られているものとする。これを考慮した膜応力を次式で設定しこの大幅な近似で荷重の変動性を構造解析等の変動性から分離する。

$$\begin{aligned}
\sigma_{xl(m i)} &= \omega_{FEM} \left[\omega_{Cl} \frac{\sigma_{xl(m i)}^{ini}}{S_{xl(m i)(n)}^{ini}} \cdot S_{xl(m i)(n)}^{ini} \right. \\
&\quad \left. + \omega_{CL} \omega_{ST} \frac{\sigma_{xl(m i)}^e}{S_{xl(m i)(n)}^e} \cdot S_{xl(m i)(n)}^e \right] \\
\sigma_{yl(m i)} &= \omega_{FEM} \left[\omega_{Cl} \frac{\sigma_{yl(m i)}^{ini}}{S_{yl(m i)(n)}^{ini}} \cdot S_{yl(m i)(n)}^{ini} \right. \\
&\quad \left. + \omega_{CL} \omega_{ST} \frac{\sigma_{yl(m i)}^e}{S_{yl(m i)(n)}^e} \cdot S_{yl(m i)(n)}^e \right]
\end{aligned} \quad (36)$$

$$\tau_{(mi)} = \omega_{FEM} \left[\omega_{Cl} \frac{\tau_{(mi)}^{ini}}{T_{(mi)(n)}^{ini}} \cdot T_{(mi)(n)}^{ini} + \omega_{CL} \omega_{ST} \frac{\tau_{(mi)}^e}{T_{(mi)(n)}^e} \cdot T_{(mi)(n)}^e \right]$$

上記のように表示することで、近似的であるが、初期張力および荷重の変動性に直接関係させることができる[注2]。

7. 信頼性解析

7.1 信頼性関数

3種類の膜応力に対して、それぞれ、以下の信頼性関数 Z を設定する。ここで、 R_{σ_x} 、 R_{σ_y} 、 R_{τ} は、一般の膜部、定着部、応力集中部など重要な部分におけるタテ糸の強度、ヨコ糸の強度、およびせん断強度であり、いずれも正規分布、対数正規分布あるいはワイブル分布等に従う確率変数とする。また、これらの値は経年変化の影響を考慮した値とする。 $\sigma_{x0(m_i)}$ 、 $\sigma_{y0(m_i)}$ 、 $\tau_{0(m_i)}$ は対応する部分の応力である。なお、ここでは応力の摂動解として式(32)を用いる。

$$\begin{aligned} Z_{\sigma_x(m_i)} &= R_{\sigma_x(m_i)} - \omega \cdot \sigma_{x0(m_i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n a_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\ Z_{\sigma_y(m_i)} &= R_{\sigma_y(m_i)} - \omega \cdot \sigma_{y0(m_i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n b_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \\ Z_{\tau(m_i)} &= R_{\tau(m_i)} - \omega \cdot \tau_{0(m_i)(n)} \cdot \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n c_j (X_j - X_{j0(n)}) \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

一般に膜の強度の検討は、タテ糸、ヨコ糸に対してなされるので、安全確率は、次式で p 判定される。

$$\begin{aligned} P_{f(\sigma_x)(m_i)} &= P_f \{ R_{\sigma_x(m_i)} \leq \sigma_{x(m_i)} \} \\ P_{f(\sigma_y)(m_i)} &= P_f \{ R_{\sigma_y(m_i)} \leq \sigma_{y(m_i)} \} \end{aligned} \quad (38)$$

7.2 信頼性の計算

この信頼性関数の計算には AFOSM 法[5, 42]が便利に利用できる。この方法は、裾野の確率分布を等価な正規分布に置き替えることで確率計算を行っている。ここでは、それぞれの膜要素 (m_i) について、次式を適用することでタテ糸とヨコ糸の破壊確率 $P_{f(\sigma_x)}$ 、 $P_{f(\sigma_y)}$ を計算する。

$$P_{f(\sigma_x)(m_i)} = 1 - \Phi(\beta_{\sigma_x(m_i)}); \quad \beta_{\sigma_x(m_i)} = \frac{\mu_{Z(\sigma_x)(m_i)}}{\sigma_{Z(\sigma_x)(m_i)}} \quad (39-1)$$

$$P_{f(\sigma_y)(m_i)} = 1 - \Phi(\beta_{\sigma_y(m_i)}); \quad \beta_{\sigma_y(m_i)} = \frac{\mu_{Z(\sigma_y)(m_i)}}{\sigma_{Z(\sigma_y)(m_i)}} \quad (39-2)$$

なお、ここで、 Φ は標準正規確率密度関数、 $\mu_{Z(\sigma_x)}$ と $\sigma_{Z(\sigma_x)}$ は、つり合い点(設計点)における Z_{σ_x} の平均値と標準偏差であり、同様に、 $\mu_{Z(\sigma_y)}$ と $\sigma_{Z(\sigma_y)}$ は、つり合い点(設計点)における Z_{σ_y} の平均値と標準偏差である。 β_{σ_x} と β_{σ_y} は、応力度 $\sigma_{x(m_i)}$ と

$\sigma_{y(m_i)}$ の信頼性指標である。式(36)によれば、手計算で解を求めることのできる場合もある[注2]。

信頼性解析では、設計された膜構造について信頼性指標がいくつになるかを計算する。前述のように、そのための計算には、表1, 2, 3のそれぞれの確率変数について、サンプルの統計値である平均値、変動係数等が必要となる。

7.3 敏感性解析による特性の分析

信頼性解析に当たり、破壊確率、あるいは、信頼性指標 β がそれぞれのパラメータの変動でどの程度変化するかを分析する。これをパラメータに対する敏感性の検討という。

敏感性の検討は、平均値の変動に関するものと変動係数に関するものに大きく分類できる。たとえば、初期張力 S_i に関する敏感性の検討を行うものとする。導入される初期張力 S_i の平均値 2.5kN/m、変動係数が 0.50 と想定されている状況を設定する。(1)変動係数を 0.50 としたまま、張力を 1kN/m あるいは 4.5kN/m に変更した場合に信頼性指標 β_{σ_x} がどの程度に変化するかを検討する、また、(2)張力を 2.5kN/m にしたまま変動係数を 0.125、あるいは 2.5 に変更した場合、信頼性指標 β_{σ_x} がどの程度に変化するかを検討する。この検討で β_{σ_x} が大きく変化する場合には敏感性が高い。敏感性が高いパラメータの場合は、その平均値と変動係数をより精度よく求める必要がある、あるいはより安全性が確保できるような設計値を定める必要がある。一方、パラメータを変化させてもそれほど大きく β_{σ_x} が変化しなければ、信頼性解析では定数とする。しかしながら既往の研究の調査からは、骨組膜構造の膜応力について体系的にこの敏感性を検討した研究や資料は比較的すくない。

耐力の R_{σ_x} と R_{σ_y} については、膜構造基準で定める実験から設定可能と考えられる。なお、膜一般部[付録 E-1]、溶着部、定着部[付録 G](折り曲げ角の小さな部分、折り曲げ角の発生する部分)、応力集中部[付録 H]、繰返し応力部分[付録 F]などに応じた耐力特性を使用する必要がある。いずれにしても高精度の確保には多くの試験片による結果の蓄積が必要である。

注2)に敏感性の検討の1例として、式(36)を用いた信頼性解析を行い、LRFD における荷重係数の算定例を示す。また、付録には、骨組、膜構造について膜構造部分の膜応力の信頼性解析に影響の大きいと思われるパラメータに関する注意事項等、問題点を記述する。

7.4 膜構造における信頼性指標について 既往の設計基準等

信頼性解析では、目標信頼性指標 β_T を定める。文献[6, 43]によれば、一般の鋼構造物では、50年再現期待値の荷重に対しておおむね、(固定荷重+雪荷重+積載荷重)では信頼性指標 $\beta=3$ 、(風荷重+固定荷重+積載荷重)では $\beta=2.5$ 、(地震荷重+固定荷重+積載荷重)では $\beta=1.75$ が対応していると報告されている。

この信頼性に対応する荷重として、以下の荷重の組み合わせが提示[43]されている。

$$\begin{aligned}
&1.4D \\
&1.2D+1.6L \\
&1.2D+1.6S+(0.5L \text{ or } 0.8W) \\
&1.2D+1.3W+(0.5L) \\
&1.2D+1.5E+(0.5L \text{ or } 0.2S) \\
&0.9D-(1.3W \text{ or } 1.5E)
\end{aligned} \tag{40}$$

なお、これとほぼ同様な荷重の組み合わせが、文献[6]に採用されている。

一方、日本建築学会 鋼構造限界状態設計規準(案)・同解説[7]では、50年再現期待値の荷重に対して一般積雪地域では終局限界用の荷重組み合わせ(基準期間50年[付I-2])として以下の式を提示している。

$$\begin{aligned}
&1.3D && ; \beta = 2.5 \\
&1.1D+1.6L && ; \beta = 2.5 \\
&1.1D+1.6S+0.6L && ; \beta = 2.0 \\
&1.1D+2.0E+0.4W && ; \beta = (1.5) \\
&1.1D+1.6W+0.6L && ; \beta = 2.0 \\
&0.9D-1.6W && ; \beta = 2.0
\end{aligned} \tag{41}$$

なお、 D , L , S , E , W は、それぞれ固定荷重、積載荷重、雪荷重、地震荷重、風荷重である。

ASCE Tensile Membrane Structure[2]では、以下の荷重の組み合わせを示している。なお、信頼性指標の値は本文中に明記されていない。

$$\begin{aligned}
&P+D+Ds && ; \bar{\beta} = 0.17 \\
&P+D+(L \text{ or } S \text{ or } R)+Ds && ; \bar{\beta} = 0.27 \\
&P+D+Ds+W \text{ or } E && ; \bar{\beta} = 0.33 \\
&P+D+Ds+T && ; \bar{\beta} = 0.27
\end{aligned} \tag{42}$$

ここで P は初期張力による荷重効果、 Ds は付加的な固定荷重、 R は雨荷重、 T は温度荷重、不同沈下の荷重である。なお、支持構造の骨組等では LRFD[6]の値を採用している[膜構造解析の増分剛性については日本の研究成果が引用されている]。また、2軸膜張力(1軸張力の場合、定着部等の他の構造要素はここでは省略)に関しては次式で安全性を検定している。

$$\begin{aligned}
&T_r = \bar{\beta} L_t T_{sw} \geq T_{fw} \\
&T_r = \bar{\beta} L_t T_{sw} \geq T_{ff}, \quad 0.8\bar{\beta} L_t (T_{sw} + T_{sf}) \geq T_{fw} + T_{ff}
\end{aligned} \tag{43}$$

上式において、 $\bar{\beta}$ は荷重の組み合わせに対応した強度低減係数(耐力係数)、 L_t はライフサイクル係数(経年係数)であり表4の数値が適用されている。

たとえば、タテ糸方向については、恒久膜、張力再導入しない条件、かつ、設計張力の75%を維持する場合には、以下の式となる。

$$\begin{aligned}
&\text{雪荷重時 } T_r = 0.27 \times 0.75 \times T_{sw} \geq T_{fw}; \quad T_r = 0.205 \times T_{sw} \\
&\text{風荷重時 } T_r = 0.33 \times 0.75 \times T_{sw} \geq T_{fw}; \quad T_r = 0.248 \times T_{sw}
\end{aligned} \tag{44}$$

また、ASCE: Air-Supported Structures[3]では、以下の荷重の

表4 ライフサイクル係数 L_t

| 溶着あるいは継目 | 数値 |
|-----------|-------------------------------------|
| 基布 | 0.75(恒久建築、張力の再導入無しで設計張力の75%を維持するもの) |
| 熱溶着 | 基布と同じ(0.75) |
| 接着 | 基布の50%(0.375) |
| 縫合(保護無し) | 基布の60%(0.45) |
| 縫合(保護あり) | 基布の90%(0.675) |
| 一般部膜、機械継手 | 基布と同じ(0.75) |

組み合わせを示している。荷重係数は、内圧を除けばAISC[6]とほぼ同様な値が採用されている。なお、信頼性指標の値は明記されていないが、荷重係数の値からは、再現期間50年と考えられる。なお、記号の説明は省略する。

$$\begin{aligned}
&1.4D-1.0P_0 \\
&0.9D-1.6P_0 \\
&1.2D+(0.2L_r \text{ or } 1.65S \text{ or } 1.6R)-1.0P_0 \\
&1.2D+1.3W+(0.1L_r \text{ or } 0.5S \text{ or } 0.5R)-1.0P_0 \\
&0.9D-1.3W+(0.1L_r \text{ or } 0.5S \text{ or } 0.5R)-1.6P_0 \\
&0.9D-1.3W-1.1P_m \\
&1.2D+1.0E-1.0P_0 \\
&0.9D-1.0E-1.6P_0
\end{aligned} \tag{45}$$

ただし、 P_0 , P_m と R は、通常運転時の内圧、設計用最大内圧、および雨荷重である。なお、2軸膜張力(1軸張力の場合、定着部等の他の構造要素はここでは省略)に関しては次式で安全性を検定している。

$$\begin{aligned}
&T_r = \phi L_t T_{sw} \geq T_{fw} \quad \phi = 0.5 \\
&T_r = \phi L_t T_{sw} \geq T_{ff} \quad L_t = 0.5 \text{ to } 0.65
\end{aligned} \tag{46}$$

ここで、 ϕ は耐力係数、 L_t はライフサイクル係数であり恒久膜で張力再導入無しの条件において供用期間内で設計張力の90%を維持できるものでは0.65、維持できないものでは対応して低減させた値を、再張力導入を義務つけるのを前提とする場合には0.5未満とされている。

既往の設計指針等の破壊確率のオーダー

文献[42]には、表5が紹介されている。表5によれば、鋼構造物のような耐力時にひずみ硬化が期待できる構造(耐力が維持できる)に対して(I)、ひずみ硬化の期待できない、かつ、非ぜい性構造(II)の許容破壊確率は、さらに 10^{-1} だけオーダーの低い許容破壊確率が想定されていると理解できる。

PTFE膜材料はひずみ硬化の期待できない構造ではあるが、文献[8, 9]によれば、クリンプ交換性のある異方性材料であり、比較的変形量が大きく、高強度、高耐候性、防火性があり、低膜応力では材料非線形性が高く、ある程度の粘性のある、かつ、材料強度の変動性の少ない安定した工業化材料である。膜特性は安定した工業化材料であるが、ぜい性材料か、あるいは、非ぜい性材料かの議論はみあたらない。

目標信頼性指標の値は、建築の使用性、破壊に伴う損傷を勘

案して定められる値であるが、ここでは既往の規準等の値を用いるとどのような数値に対応するかを略算する。限界状態設計規準(案)・同解説[7]によれば、建築鋼構造物は、終局限界状態に対して雪荷重時、風荷重時の信頼性指標は $\beta = 2.0$ であり、

対応する破壊確率は0.0228となる。ひずみ硬化の期待できない非ぜい性材料については、これの 10^{-1} と想定すると破壊確率は0.00228, 対応する信頼性指標は 2.8 程度となる。ぜい性材料であれば許容破壊確率は 0.000228 となり対応する信頼性指標は 3.5 程度となる。一方、AISC の設計指針[6]では、鋼構造の梁等では、 $\beta = 3$ と想定されており、これを参照すると対応する鋼構造の破壊確率は 0.00135, 非ぜい性材料ではさらに 10^{-1} を想定すると破壊確率は 0.000135, 対応する信頼性指標は 3.6 程度に算定され、ぜい性材料では破壊確率は 0.0000135, 対応する信頼性指標は 4.2 程度となる。

文献[1]と[2]は、ほぼ同程度の荷重係数、許容引張強度を採用している点を勘案すると、それぞれが想定している信頼性指標の値も同程度と想定される。

ここでは、設計に用いる目標信頼性の大きさについては議論しない。また、現状では信頼性を解析できるほどにはデータの蓄積はなく、また、解析法も整っていないと考える。したがって報告では、信頼性解析の方針の議論ことども、目標信頼性は今後の課題とする。

表5 ノルウェーの建築構造物設計示方書の許容破壊確率
文献[42]、下表の()内は信頼性指標 β

| 破壊の結果 (重大さ) | 破壊モード | | |
|----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| | I | II | III |
| 重大でない | 10^{-3} ($\beta = 3.09$) | 10^{-4} ($\beta = 3.71$) | 10^{-5} ($\beta = 4.26$) |
| 重大 | 10^{-4} ($\beta = 3.71$) | 10^{-5} ($\beta = 4.26$) | 10^{-6} ($\beta = 4.75$) |
| 大変に重大 | 10^{-5} ($\beta = 4.26$) | 10^{-6} ($\beta = 4.75$) | 10^{-7} ($\beta = 5.29$) |

I: ひずみ硬化により耐力を保つ破壊モード, II: 耐力を保たないモード, III: ぜい性破壊および不安定

8. まとめと今後の課題

膜構造の設計法[1, 2, 8, 9, 14]はすでに確立しているが、骨組構造が LRFD で設計される場合には膜構造についても LRFD が必要と考え、膜応力に関する信頼性解析に必要となる計算法を試みた。前述したように、この方法を具体化するには、多くの課題がある。中でも、(1)裁断パーツの膜施工後の膜応力の膜内の分布状況の把握と対応する算定法、(2)経年変化に応じた膜応力の変化の実態とその算定法、(3)弾性あるいは粘弾塑性材料としての構成式の定式化と設計への適用、(4)経年変化に伴う膜応力の変化を考慮した初期張力の設定と裁断パーツの製法について、また、(5)定着部や応力集中部の強度の統計値の研究などについての構造面を、一方、(6)雪荷重等の荷

重[40, 41]の荷重面を総合的に勘案して過不足のない考察が今後の課題と考える。

(7)骨組膜構造において鋼等の骨組構造と膜構造の両者について LRFD が可能となっても、骨組構造と膜構造は同一建築物を構成しているので、それぞれの構造の安全性指標を相対的にどのような位置に置くかという大きな課題がのこる。この相対的位置づけは今後の課題の一つである。

この稿は、著者が、参考文献に示す研究資料を調査・分析した範囲でまとめたものである。本来ならば既往の文献を十分に調査・考察すべきであるので、今後さらに貴重な文献の調査・分析をすすめ、その結果に基づいて具体的に信頼性解析を進める予定である。

文末になりますが、この稿をまとめるあたり貴重な意見を頂いた豊橋技術科学大学・中澤祥二教授、太陽工業株式会社・武田文義博士に厚く感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 日本膜構造協会等：膜構造の建築物・膜材料等の技術基準及び同解説, pp.163, 平成 15 年 8 月
- 2) ASCE; Tensile Membrane Structure, 2010
- 3) ASCE; Air-Supported Structures, pp.5-6, 1997
- 4) 日本建築学会：鋼構造限界状態設計指針・同解説, 1998
- 5) 日本建築学会：建築物の限界状態設計指針・同解, 2002
- 6) AISC: Manual of Steel Construction LOAD & RESISTANCE FACTOR DESIGN, first edition, 1986
- 7) 日本建築学会：鋼構造物限界状態設計規準(案)・同解説, 1990
- 8) 石井一夫：膜構造用膜材料概説 力学的挙動モデルと解析モデル, 膜構造研究論文集 '92, No.6, pp.91-119, 1992
- 9) 石井一夫：膜材料弾性定数試験法及び設計用弾性定数の決定法について, 膜構造研究論文集 '95, No.9, pp.87-118, 1995
- 10) 南 宏和, 山本千秋, 瀬川信哉, 河野義裕：多段線形近似による膜の材料非線形解析のための弾性パラメータ算定法, 膜構造協会論文集'96, No.10, pp.45-51, 1996
- 11) 加藤史郎, 吉野達矢, 武田文義, 小野智子：織構造格子モデルの構成則の検証 ー日本膜構造協会の新試験法による実験結果との比較ー, 膜構造研究論文集 '96, No.10, pp.1-16, 1996
- 12) 加藤史郎, 吉野達矢：膜の材料非線形性を考慮した応力・変形解析, 膜構造協会論文集 '96, No.10, pp.17-28, 1996
- 13) 加藤史郎, 武田文義, 吉野達矢：繰り返し荷重を受ける四フツ化エチレン樹脂コートガラス繊維織物の履歴特性に関する実験的研究, 構造工学論文集 '96, No.10, Vol.42B, pp.369-378, 1996
- 14) 石井一夫：膜構造の形状解析(形状決定の問題)概説, 膜構造研究論文集 '89, No.3, pp.83-108, 1989
- 15) 正岡典夫, 石井一夫：低次四辺形膜要素による形状解析について, 膜構造研究論文集 '90, No.4, pp.19-30, 1990
- 16) 正岡典夫, 石井一夫：低次四辺形膜要素による応力変形

- 解析, 膜構造研究論文集 '91, No.5, pp.1-12,1991
- 17) 加藤史郎, 吉野達矢, 松本恵美, 武田文義: アイソパラメトリック曲面要素を用いた膜構造解析, 膜構造研究論文集 '95, No.9, pp.9-21, 1995
 - 18) O.C.ツイエンキーヴィッツ著, 吉識雅夫, 山田嘉昭監訳, C. Zienkiewicz: マトリックス有限要素法, 培風館, 1984
 - 19) 大森博司, 荻原伸幸, 松井徹哉, 松岡 理: 有限要素法による極小曲面の数値解析, 膜構造研究論文集 '88, No.2, pp.1-10, 1988
 - 20) 石原 競, 大森博司, 八木孝憲: 極小曲面の数値解析法に関する研究, 膜構造研究論文集 '93, No.7, pp.57-63, 1993
 - 21) 八木孝憲, 石原 競, 大森博司: 極小曲面法による膜構造の原型曲面解析, 膜構造研究論文集 '95, No.9, pp.23-28, 1995
 - 22) 鈴木俊男, 半谷裕彦: 等張力曲面形状の数値解析, 膜構造研究論文集 '89, No.3, pp.1-12, 1989
 - 23) 鈴木俊男, 半谷裕彦: 異方張力曲面形状の数値解析, 膜構造研究論文集 '90, No.4, pp.1-12, 1990
 - 24) 小竹達也, 菊島 誠, 西川 薫: 膜材の織布特性を考慮した縮小率の設定, 膜構造研究論文集 '96, No.10, pp.71-78,1996
 - 25) 坪田張二, 栗原和夫, 播 繁, 黒川泰嗣, 吉田 新: 裁断図をもとにした膜構造物の解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.297-298, 昭和 61 年
 - 26) 坪田張二, 栗原和夫, 吉田 新, 播 繁, 山田俊一, 黒川泰嗣: ユニット式テンション膜構造の実験的研究(その 1), (その 2), (その 3), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1155-1160, 昭和 60 年
 - 27) 坪田張二, 吉田 新, 黒川泰嗣: 裁断図をもとにした膜構造物の実初期つりあい状態の解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 73 号, pp.101-110, 昭和 62 年 3 月
 - 28) 加藤史郎, 吉野達矢, 南 宏和, 瀬川信哉: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析 — 織構造格子モデルによる定式化と解析 —, 膜構造研究論文集 '98, No.12, pp.11-25,1998
 - 29) 加藤史郎, 吉野達矢, 南宏和: 膜の粘弾塑性特性を考慮した裁断形状決定, 膜構造研究論文集 '99, No.13, pp.7-14, 1999
 - 30) 加藤史郎, 吉野達矢: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析 — 曲率を有する形状の場合 —, 膜構造研究論文集 2000 No.14, pp.9-15,2000
 - 31) 加藤史郎, 吉野達矢: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析 — 自重を考慮した曲面形状の場合 —, 膜構造研究論文集 2001, No15, pp.33-39, 2001
 - 32) 加藤史郎, 吉野達矢, 南 宏和: 膜構造物の応力減少に関する解析的予測, 膜構造研究論文集 '97, No.11, pp.13-21, 1997
 - 33) 加藤史郎, 吉野達矢, 小野智子, 南 宏和, 瀬川信哉: 織構造格子モデルによる膜構造の粘弾塑性解析 — 実験と解析との比較 —, 膜構造研究論文集 '97, No.11, pp.1-12, 1997
 - 34) Yuichi Koitabayashi, Nobutaka Kashimoto, The Structural Design of the Membrane Roof of Niigata Stadium (Big Swan) and its Subsequent Aging, Proc. of IASS 2013, Wroclaw, pp.1-12, 2013
 - 35) 陳 商煜, 大森博司: 膜構造物の簡易膜張力測定装置の開発, 膜構造研究論文集 2005, No.19, 2005
 - 36) 佐々木直哉, 坪田張二: 膜張力計測システムの開発, 日本建築学会大会講演梗概集 '93, No.7, 1993
 - 37) 吉野達矢, 加藤史郎; 膜材料の 2 軸引張破断試験の数値シミュレーション, 膜構造研究論文集 2003, No.17, pp.1-5, 2003
 - 38) Shirop Kato, Tatsuya Yoshino, Hirokazu Minami: Formulation of constitutive equations for fabric membranes based on the concept of fabric lattice model, Engineering Structures 21, pp.691-708, 1999.3
 - 39) 日野吉彦, 石井一夫: 膜構造解析における材料非線形の評価, 膜構造研究論文集 '94, No.8, pp.35-49,1994
 - 40) 日本建築学会: 建築物荷重指針・同解説, 2015
 - 41) 小竹達也, 伊東敏幸, 苫米地 司: 膜屋根構造物の屋根積雪荷重評価について, 膜構造研究論文集 '95, No.9, pp.79~86,1995
 - 42) 星谷 勝, 石井 清: 構造物の信頼性設計法(4. 3 節), 鹿島出版, pp.144, 昭和 61 年
 - 43) B., Galambos, T.V., MacGregor, J.G., Cornell, C.A.: Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58, NBS Special Publication 577, 1980
 - 44) 坪田張二, 日下彰宏, 石田雅利, 工藤邦昭, 瀬戸 裕: 実構造物における膜パネルのリラクゼーション計測, 膜構造研究論文集, pp33~36, 1998
 - 45) 細澤 治, 小竹達也, 斎藤嘉仁, 瀬川信哉: A 種膜材における長期クリーブ破断, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), 2006
 - 46) 瀬川信哉, 藤原 淳, 吉野達矢: 膜材料のクリーブ破断特性に関する検討 — 円形膜材料の加圧によるクリーブ試験 —, 膜構造研究論文集 2006, No.20, 2006
 - 47) 吉野達矢, 瀬川信哉, 藤原 淳: 膜材料のクリーブ破断特性に関する検討 — 円形膜材料の加圧によるクリーブ試験を模擬した応力・変形解析 —, 膜構造研究論文集 2006, No.20, 2006
 - 48) 渡邊明之, 佐伯和浩, 加藤精亮, 中出千博: トンネル緩衝工に用いる膜材料に関する研究, 土木学会第 63 回年次学術講演会, pp.307-308, 平成 20 年
 - 49) 渡邊明之, 佐伯和浩, 谷口美佐, 中出千博: トンネル緩衝工に用いる膜材料の凍結融解に関する研究, 土木学会第 63 回年次学術講演会, pp.329-330,平成 21 年
 - 50) 金 熙均, 河端昌也: 膜構造の定着部における応力伝達機構に関する研究 その 3 ボルト定着部における膜材料の伸長および破断性状, 日本建築学会大会梗概集,

pp.805-806, 2006

- 51) 播 繁, 山田俊一, 黒川泰嗣, 坪田張二, 栗原和夫, 山田登志郎: ユニット式テンション膜構造の実験的研究(その4 膜取付部の強度試験), 日本建築学会大会梗概集, pp.1161-1162, 昭和 60 年
- 52) 播 繁, 山田俊一, 黒川泰嗣, 坪田張二, 栗原和夫: 膜材取付部の引張耐力に関する実験的研究, 日本建築学会大会梗概集, pp.299-300, 昭和 61 年
- 53) 吉野達矢, 加藤史郎; 2 軸引張状態における膜材料の破断強度の推定, 膜構造研究論文集 2002, No.16, pp.1-6, 2002
- 54) ASCE: TENSION FABRIC STRUCTURES, (edited by R. E. Shafferr), 1996
- 55) 高浜良弘, 谷口徹郎: 押えケーブル廻り膜定着部強度試験結果報告, 日本建築学会大会梗概集, pp.1219-1220, 1989

注

注 1 一般には, 外荷重が無く初期張力が作用した状態を初期形状という。この初期形状は膜の初期張力の比で決定される。膜構造の解析では, 原則として, この初期形状から生ずる変位を解析対象とする。膜は極めて軽量で膜に作用する固定荷重は多くの場合ほとんど無視できるので, 膜の固定荷重が作用した場合とそうでない場合の違いは小さい。したがって, 膜の固定荷重が作用した場合をもって, 近似的に初期状態とすることもあ

注 2 信頼性と敏感性の略算例

式(36)で信頼性指標と敏感性を検討する。なお, 膜応力, 引張破断強度とも計算簡便化のため正規分布と仮定する。

$$\sigma_{xl(mi)} = \omega_{FEM} \left[\omega_{CI} \frac{\sigma_{xl(mi)}^{ini}}{S_{xl(mi)(n)}^{ini}} \cdot S_{xl(mi)(n)}^{ini} + \omega_{CL} \omega_{ST} \frac{\sigma_{xl(mi)}^e}{S_{xl(mi)(n)}^e} \cdot S_{xl(mi)(n)}^e \right] \quad (36-1)$$

ここで, 公称値として次の値を仮定する。

$$\text{設計初期張力} \quad S_{xl(mi)(n)}^{ini} = 2.50 \text{ kN/m}$$

$$\text{積雪荷重による増分膜応力} \quad S_{xl(mi)(n)}^e = 34.0 \text{ kN/m}$$

存在膜張力 $\sigma_{xl(mi)}^{ini}$ の平均値は, 設計張力に同じと仮定し, 変動係数は 0.5 と設定する。一方, 積雪による増分応力の平均値は公称値 34.0kN/m, その変動係数は積雪荷重の変動係数とほぼ同じ 0.30 と仮定する。 ω_{FEM} , ω_{CI} , ω_{CL} , ω_{ST} については, 一般膜部を想定し, 詳しい計算なしで $\omega_{FEM} = 1.2$, $\omega_{CI} = 2.0$, $\omega_{CL} = 1.2$, $\omega_{ST} = 1.2$ 程度とする。また $\omega = 1.1$ とする。応力集中部では ω_{CL} はもっと大きな値を採用されるであろう。また, 定着部についても, 膜応力の外力等に対する応答性状を勘案し ω_{FEM} 等を設定する必要があるのは論を待たない。

したがって, 平均値:

$$\begin{aligned} E[\sigma_{xl(mi)}] &= 1.1 \times 1.2 (2.0 \times 2.50 + 1.2 \times 1.2 \times 34.0) \\ &= 6.6 + 64.6 = 71.2 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

標準偏差:

$$\sigma[\sigma_{xl(mi)}] = \sqrt{(6.6 \times 0.5)^2 + (64.6 \times 0.30)^2} = 19.7 \text{ kN/m}$$

タテ方向の破断耐力の平均値と標準偏差は, 付録 E-1 を参照して下記のように仮定する。

$$E[R_{xl(mi)}] = 163 \text{ kN/m}, \quad \sigma[R_{xl(mi)}] = 5.4 \text{ kN/m}$$

したがって信頼性関数の平均値と標準偏差は以下の値

$$E[Z_{xl(mi)}] = 163 - 71.2 = 91.8 \text{ kN/m}$$

$$\sigma[Z_{xl(mi)}] = \sqrt{(19.7)^2 + (5.4)^2} = 20.4 \text{ kN/m}$$

また, 信頼性指標 $\beta[Z_{xl(mi)}]$ が次の値となる。

$$\beta[Z_{xl(mi)}] = 91.8 / 20.4 = 4.5$$

Lind の分離係数 $\alpha = 0.80$, 荷重の分離係数 $\bar{\alpha} = 0.88$ を用いると, 信頼性指標 $\beta = 4.5$ に対して公称耐力 $R_{xl(mi)(n)}$ と荷重係数 α 公称膜応力の関係が次のように得られる。

$$R_{xl(mi)(n)} = 7.0 S_{xl(mi)(n)}^{ini} + 3.8 S_{xl(mi)(n)}^e$$

上記のように $\omega = 1.1$, $\omega_{FEM} = 1.2$, $\omega_{CI} = 2.0$, $\omega_{CL} = 1.2$, $\omega_{ST} = 1.2$ 程度に設定ができる場合には, 荷重係数が設計初期張力に対して 7.0, 外荷重に対して 3.8 程度となる。なお, この例では許容破断強度は基準強度 $R_{xl(mi)(n)}$ の 1/4 となる。

もし, 構造解析精度が高ければ, ω_{FEM} の値は小さくなり, 結果として $E[\sigma_{xl(mi)}]$ と $\sigma[\sigma_{xl(mi)}]$ の値は小さく算定され, 信頼性指標 β の数字は高くなる。

この計算からも理解できるように, ω_{FEM} , ω_{CI} , ω_{CL} , ω_{ST} 等のパラメータの精度, 初期張力と荷重の平均値と標準偏差の精度が大きな影響を及ぼすことが理解できる。信頼性解析を行う場合には, これらの係数の精度を確保することが肝要となる,

したがって, 信頼性指標を定める設計法では, 膜の製作精度や解の精度を上げ, ω_{FEM} , ω_{CI} , ω_{CL} , ω_{ST} 等の値を抑えることができれば信頼性が向上するので, 同じ信頼性指標の値にとどめる場合には, 公称短期許容応力を上げることができる。

付録

付録 A 設計膜張力と膜施工時導入膜張力

設計では, 施工後ある程度期間が経過した後に安定した膜応力状態となることを期待しており, 無荷重の下でこの安定した状態を想定して初期状態が設定され, 対応して初期張力が定められる。この初期張力を設計初期張力とする。ただし, 一般に膜自重は無視できるほどに小さいので膜自重の影響は殆ど無い。初期形状を初期曲面という。多くの場合, タテ糸方向, ヨコ糸方向の初期張力が等しくなる状態(等張力状態)を設定し, かつ, 2~3kN/m 程度の大きさが設計初期張力として設定される。

膜施工時には設計張力より大きめの 6~7kN/m 程度の張力が導入される。この当初に導入される張力は, 膜材料の粘性特性(リラクゼーション, 応力緩和)により時間とともに低下する。現状は, ある限度(再張力限界)より低下する場合には, 張力の再導入を行う管理体制がとられている。

たとえば、文献[34]によれば、膜施工から12年経過した時点で、平均タテ糸方向応力 3500N/m、標準偏差 1500N/m(変動係数 0.43)とある。また、施工時張力 6.4KN/m、設計張力 2kN/m程度を想定した文献[24]によれば、約 100 日後の膜張力(ロット張力から理論予測値)148kg/m(理論予測値 190kg/m の 78%)、設計張力 2kN/m に対して計測膜張力が約 74%(施工時張力の 6.4KN/m の 23%)であったと報告されている。存在張力の大きさにより、外力に対する応答は異なるので、信頼性解析にあつてはこれらの変動を考慮する必要がある。しかし、長期間にわたる張力の観測データの蓄積例は少ない。

膜施工時に導入される張力は、文献[24]にあるように、裁断パーツの縮小率および膜施工後のリラクゼーションを考慮する必要があるが、上記のように長期にわたる観測データは少ない。信頼性解析には、単に設計張力でなく、膜施工後の膜面の各部の存在膜張力の統計データが必要となる。

付録B FEMの基本式

付録B-1 膜要素のひずみ

曲面座標系の膜の工学ひずみの誘導、8 節点アイソパラメトリック要素による膜の形状解析、非線形解析は文献[11, 12, 13, 17]を参照されたい。精度の高い解が得られている。

一般には平面要素の膜のひずみとして工学的には以下の式が採用されている[1]。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (\text{付 1-1})$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{付 1-2})$$

$$\gamma = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{付 1-3})$$

本文の式(1)では、幾何非線形項の影響の誘導を簡略に示すため面内変位 u , v の非線形項を省略してある。 u , v の非線形項を考慮した膜構造の非線形解析の基本式は、本文と同様に誘導できる。結果として、式(6)は以下の変更となる。

$$[B(w_A, w_B, w_C)] \Leftarrow [B(u_A, u_B, u_C)] + [B(v_A, v_B, v_C)] + [B(w_A, w_B, w_C)] \quad (\text{付 2-1})$$

$$C_{XX}(w_A, w_B, w_C) \Leftarrow C_{XX}(u_A, u_B, u_C) + C_{XX}(v_A, v_B, v_C) + C_{XX}(w_A, w_B, w_C) \quad (\text{付 2-2})$$

等。なお、多くの場合、膜の幾何学的非線形の影響は、面外変位 w によって生ずる。

付録 B-2 定ひずみ三角形要素の剛性等の誘導

タテ糸・ヨコ糸座標系 (x, y, z) の変位を u, v, w とする、3 角形定ひずみ要素では、要素内の変位は次の式で表される。

$$\begin{aligned} u &= a_1 x + a_2 y + a_3 \\ v &= b_1 x + b_2 y + b_3 \\ w &= c_1 x + c_2 y + c_3 \end{aligned} \quad (\text{付 3})$$

3 角形の頂点 A, B, C の座標を、 $(x_A, y_A), (x_B, y_B), (x_C, y_C)$ とする。付 3 の係数 $(a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3), (c_1, c_2, c_3)$ は次の関係となる。

$$\begin{aligned} a_1 x_A + a_2 y_A + a_3 &= u_A \\ a_1 x_B + a_2 y_B + a_3 &= u_B \\ a_1 x_C + a_2 y_C + a_3 &= u_C \end{aligned} \quad \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{Bmatrix} \quad (\text{付 4})$$

$$\begin{aligned} b_1 x_A + b_2 y_A + b_3 &= v_A \\ b_1 x_B + b_2 y_B + b_3 &= v_B \\ b_1 x_C + b_2 y_C + b_3 &= v_C \end{aligned} \quad \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{Bmatrix} \quad (\text{付 5})$$

$$\begin{aligned} c_1 x_A + c_2 y_A + c_3 &= w_A \\ c_1 x_B + c_2 y_B + c_3 &= w_B \\ c_1 x_C + c_2 y_C + c_3 &= w_C \end{aligned} \quad \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_A \\ w_B \\ w_C \end{Bmatrix} \quad (\text{付 6})$$

ここで、 $[g_{ij}]$ は、次のマトリックスとする、

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_A & 1 \\ x_C & y_A & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{付 7})$$

線形ひずみは、式(4)であるので、次式がえられる。

$$\begin{aligned} B_{11} &= g_{11} \\ B_{13} &= (g_{11} w_A + g_{12} w_B + g_{13} w_C) g_{11} \\ B_{14} &= g_{12} \\ B_{16} &= (g_{11} w_A + g_{12} w_B + g_{13} w_C) g_{12} \\ B_{17} &= g_{13} \\ B_{19} &= (g_{11} w_A + g_{12} w_B + g_{13} w_C) g_{13} \\ B_{22} &= g_{21} \\ B_{23} &= (g_{21} w_A + g_{22} w_B + g_{23} w_C) g_{21} \\ B_{25} &= g_{22} \\ B_{26} &= (g_{21} w_A + g_{22} w_B + g_{23} w_C) g_{22} \\ B_{28} &= g_{23} \\ B_{29} &= (g_{21} w_A + g_{22} w_B + g_{23} w_C) g_{23} \\ B_{31} &= g_{31} \\ B_{32} &= g_{31} \\ B_{33} &= (g_{11} w_A + g_{12} w_B + g_{13} w_C) g_{21} + (g_{21} w_A + g_{22} w_B + g_{23} w_C) g_{11} \\ B_{34} &= g_{22} \\ B_{35} &= g_{12} \\ B_{36} &= (g_{11} w_A + g_{12} w_B + g_{13} w_C) g_{22} + (g_{21} w_A + g_{22} w_B + g_{23} w_C) g_{12} \\ B_{37} &= g_{23} \\ B_{38} &= g_{13} \\ B_{39} &= (g_{11} w_A + g_{12} w_B + g_{13} w_C) g_{23} + (g_{21} w_A + g_{22} w_B + g_{23} w_C) g_{13} \\ B_{12}, B_{15}, B_{18}, B_{21}, B_{24}, B_{27} &= 0 \end{aligned}$$

(付 8)

$$\begin{aligned}
C_{XX33} &= g_{11}g_{11}, C_{XX36} = g_{11}g_{12}, C_{XX39} = g_{11}g_{13} \\
C_{XX63} &= g_{12}g_{11}, C_{XX66} = g_{12}g_{12}, C_{XX69} = g_{12}g_{13} \\
C_{XX93} &= g_{13}g_{11}, C_{XX96} = g_{13}g_{12}, C_{XX99} = g_{13}g_{13} \\
C_{YY33} &= g_{22}g_{21}, C_{YY36} = g_{21}g_{22}, C_{YY39} = g_{21}g_{23} \\
C_{YY63} &= g_{22}g_{21}, C_{YY66} = g_{22}g_{22}, C_{YY69} = g_{22}g_{23} \\
C_{YY93} &= g_{23}g_{21}, C_{YY96} = g_{23}g_{22}, C_{YY99} = g_{23}g_{23} \\
C_{XY33} &= g_{11}g_{21}, C_{XY36} = g_{11}g_{22}, C_{XY39} = g_{11}g_{23} \\
C_{XY63} &= g_{12}g_{21}, C_{XY66} = g_{12}g_{22}, C_{XY69} = g_{12}g_{23} \\
C_{XY93} &= g_{13}g_{21}, C_{XY96} = g_{13}g_{22}, C_{XY99} = g_{13}g_{23}
\end{aligned}
\tag{付9}$$

なお、これ以外の成分はゼロであり、マトリックス C_{YX} の成分には、以下の対称性がある。

$$C_{YXij} = C_{XYji} \tag{付10}$$

付録 C 増分膜剛性および裁断に伴うタテ糸の方向の変化 増分弾性剛性

膜の構成式は要素ごと、応力比ごと、応力レベルごとに異なるが、実用的に使用される線形化された増分構成式として日本膜構造協会の膜構造の建築物・膜材料等の技術基準及び同解説[1](計算例 5.4, ページ 168)には、以下の増分剛性が紹介されている。なお、式(26)に対応するように変形してある。

高応力に対して

$$[E_{m0(n)}] = \begin{bmatrix} 2,330\text{kN/m} & 886\text{kN/m} & 0 \\ 886\text{kN/m} & 1,330\text{kN/m} & 0 \\ 0 & 0 & 63.5\text{kN/m} \end{bmatrix}$$

低応力に対して

$$[E_{m0(n)}] = \begin{bmatrix} 887\text{kN/m} & 260\text{kN/m} & 0 \\ 260\text{kN/m} & 294\text{kN/m} & 0 \\ 0 & 0 & 63.5\text{kN/m} \end{bmatrix}$$

が例示されている。なお、高応力は2~3kN/m以上、低応力は2~3kN/m未満と想定される。高応力は、2~3kN/m程度の初期張力が安定的に導入された状態に外荷重が作用し、膜応力が30~40kN/m程度まで増加する場合を想定している。さらに荷重が増加すれば増分剛性がこれよりも高くなるので信頼性解析では、膜の破断に関係する高応力の増分剛性が必要となる。

増分剛性の誘導について、石井[8, 9]が詳しく解説している。膜材料の特性の詳細な解説、また、より精度の高い構成式の誘導について織布の構造を考慮した方法が紹介されている。

線形化された剛性は一般に膜応力が大きいほど大きくなり対応して積雪荷重時には剛性が高いほど発生応力が大きくなる傾向がみられる。また、積雪荷重や風荷重に対する膜応力は剛性に敏感に反応するので、また、膜の剛性はロットごとに変化するので、定められた実験方法(2軸引張試験[1, 9])で確認して用いる必要がある。

したがって、上記の弾性係数は膜応力の大きさによって変化させる必要があるので膜の各部で異なる値を用いる必要があるが、実際の設計では工学的に許容される近似値として、膜応力の大きさにかかわらず膜全体に対して共通した値を適用してい

る。信頼性解析では特に高応力となる膜部分(応力集中部)等の応力を対象とするので、精度よく膜応力、変位を求めるには、発生する応力比に対応した、かつ、材料強度付近を対象とする弾性係数を使用する必要がある。

タテ糸の方向の変化

また、膜構造解析では、図2に示すタテ糸の方向を示す角度 α が必要となる。ここで、設計時に膜応力解析を行うにあたり、タテ糸方向を設定する。しかし、実際の裁断パーツの膜要素のタテ糸方向が設計時のタテ糸方向と必ずしも一致しない場合が十分に考えられる。

膜施工後ある程度経過した時点の初期張力の値の不確定性、また、線形化された平均的な増分剛性に近似度等等、それらの不確定性と含めれば構造解析の応力の精度はそれほど高いとは言えない[54]。この点も勘案して比較的高い安全率が設定される。国内の設計[1]では、その他の各種の要因と合わせて、膜一般部に対して長期荷重に対して8、短期荷重に対して4が適用されている。

信頼性解析では、設計初期張力、弾性係数、タテ糸の角度の平均値、変動係数、確率分布関数が必要となる。現状では、これらを十分適切に定める基礎データは見当たらない。したがって、データの蓄積を図るとともに、解析では妥当な仮定のもとにこれらの数値を設定することになる。

多段線形近似による弾塑性構成式

文献[24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]によれば同一膜構造の中で膜内の位置により応力比が大きく変化することが実験あるいは解析で示されている。荷重の変化とともにこの荷重比も変化する。

このような荷重比の変化に追従できる構成方程式として、多段線形近似による構成方程式がある。これは、応力比空間に表示された3次元表示の構成方程式[10]であり、20段階の応力の大きさに応じて定義されており、精度良く効果的に使用できる。ただし、クリープやリラクゼーションを伴う場合や繰り返しひずみ履歴などには対応できない。

織構造格子モデルによる増分剛性

応力比、応力の大きさを考慮できる織構造格子モデル[11, 12, 13, 37, 38]が提案されて高応力域(50kg/cm)までの実験との比較から妥当性が検討されている。また、同じ織構造格子モデルを用いて材料の粘弾塑性に対応する構成方程式[32]が提案され実験との比較[33]から妥当性が検討されている。

付録 D 膜の裁断形状、導入張力と残存膜応力

付録 D-1 裁断パーツの縮小率およびリラクゼーション

膜の裁断パーツ作成では適切な初期張力を導入するため膜はあらかじめ適切に小さく裁断されている。複数の裁断パーツを接合して膜パネルが製作される。膜施工後に適切な初期張力を導入するためには、それぞれの裁断パーツを適切な縮小率で作成する必要がある。文献[24]によれば、膜パネルの施工性、クリンプ交換と粘弾性特性を考慮した上で、施工時張力を6.4kN/m、設計張力2kN/m程度を想定し、タテ糸方向とヨコ糸方向の縮小率はそれぞれ0.5%、4.0%が提案され、さ

らに長時間にわたるモックアップ試験体(シアフィル IIA)についての実測値が報告されている。かつ、膜材料の粘弾性特性を考慮した膜施工機構、張力導入サイクルの工夫・研究の必要性が強調されている。実測例では、膜張力導入(約1日間)、25日後の膜張力(ロッド張力から理論予測値)225kg/m、約100日後の膜張力(ロッド張力から理論予測値)148kg/m(理論予測値190kg/mの78%)と報告されており、設計張力2kN/mに対して計測膜張力が約74%(施工時張力の6.4kN/mの23%)であったと報告されている。

織布のガラス繊維にフッ素樹脂をコーティングしたPTFE膜材料は、2kN/m程度の低応力では、外力が与えられた時点ではコーティング材も相当の応力を負担する。しかし、粘弾性特性のあるコーティング材では、時間の経過により、タテ糸およびヨコ糸方向の材料が当初負担していた応力はリラクゼーション(応力緩和)のため低下し、応力をガラス繊維が負担するようになる。また、織構造の特性から応力の変化によりガラス繊維にクリンプ交換が生じ当初の裁断形状から変化する。この形状変化により膜施工直後に導入された張力は変化する。このため、裁断パーツの作成時には、長期にわたる応力・変形状を想定して縮小率が定め、長期にわたる応力の変化の後に等張力となるようにタテとヨコの寸法を適切に縮小して製作する必要がある。

PTFE膜材料の材料特性は、材料としての不確定性のため適切な縮小率で製作されたとしても、展張・定着時作業の不可避の誤差や長期間の荷重履歴が原因して等張力からずれる。信頼性解析では、長時間後の応力の統計的基礎データ(導入後の安定した張力の平均値、変動係数等)が必要となる。

初期張力の統計値の把握には、2軸応力下の、また、異なる応力の大きさの下のPTFE膜材料の粘弾性特性の実験的研究[24, 34]、また、織格子構造による構成側等[11, 12, 13]が必要となる。文献[32, 33]では、PTFE膜材料の粘弾塑性を考慮して、リラクゼーションと積雪荷重を対象にしたHP膜の応力・変形状の時間的経緯の解析的研究があるものの、実験を伴う研究が不足している。

付録 D-2 実構造物のリラクゼーション

計測期間1年にわたる実測文献[44]によれば、設計膜張力(両方向)300kg/mに対して、抑えケーブル緊張(5.5tf)した竣工直後は、タテ、ヨコの膜張力はそれぞれ390kg/m(変動係数0.03)と380kg/m(変動係数0.02)、1年後には、タテ糸は平均で $390 \times 0.79 = 308$ kg/m(変動係数0.02)、ヨコ糸は $380 \times 0.91 = 346$ kg/m(変動係数0.01)に変化したことが報告されている。一方、施工中は、施工直後の膜応力を基準としてタテ糸方向は $390 \times 0.57 = 222$ kg/m(変動係数0.19)、タテ糸方向は $380 \times 0.74 = 281$ kg/m(変動係数0.11)が報告されている。

付録 D-3 実構造物のリラクゼーション

計測期間12年にわたる計測[34]によれば、A種膜、設計張力2kN/m、再張力導入限界1.6kN/mに対して初期導入張力4~7kN/mの実構造物の12年間にわたる計測結果(春季の積雪

の融解後)が報告されている。張力の数値は、発表の図からの読み取り値である。

付表1 残留張力

| 測定時期 完成から | 糸 方向 | 平均 [N/m] | 標準偏差 [N/m] | 変動 係数 |
|--------------|---------|-------------|---------------|----------|
| 2年目 | タテ | 4600 | 1400 | 0.30 |
| | ヨコ | 2750 | 950 | 0.35 |
| 5年目 | タテ | 3000 | 1800 | 0.60 |
| | ヨコ | 2500 | 550 | 0.22 |
| 7年目 | タテ | 4250 | 1400 | 0.33 |
| | ヨコ | 2350 | 1050 | 0.45 |
| 12年目 | タテ | 3500 | 1500 | 0.40 |
| | ヨコ | 2000 | 1000 | 0.50 |

時間経過で残存張力は低下し、張力の変動係数は増加する。変動係数は、鋼構造の強度のそれに比べて大きな値である。

付録 E 膜材料の強度、強度の経年変化

付録 E-1 A種膜材料の材料強度

1 軸引張試験による材料強度[本研究に当たり収集した資料(2014年段階)]の結果は、付表2の通りである。ただし、破断強度は変形前の長さに対して適用した値である。また、試験片形状は幅30mm、長さ200mmである。

国内の膜構造については、許容応力度設計では、膜面の応力については、長期荷重に対しては材料強度の8分の1、短期荷重に対しては4分の1が使用される。つまり、材料安全率として長期8、短期4としている。

信頼性解析では、許容応力度設計と同様に、経年変化を考慮して定めた膜面のタテ糸、ヨコ糸の強度相関だけでなく、定着部、溶着部等の強度の統計値(平均値、返答系集、確率分布)が必要となる。

付表2 A種膜材料の材料強度

| | 糸 方向 | 平均値 N/cm | 標準偏差 N/cm | 基準強度 N/cm | 変動 係数 |
|------------------------------|---------|-------------|--------------|--------------------|----------|
| PTFE 膜材料 (膜厚 0.6mm) | タテ | 1490 | 61 | 1310 =1490-3x61 | 0.04 |
| | ヨコ | 1210 | 103 | 901 =1210-3x103 | 0.09 |
| PTFE 膜材料 (膜厚 0.8mm) | タテ | 1630 | 54 | 1470 =1630-3x54 | 0.04 |
| | ヨコ | 1460 | 80 | 1220 =1460-3x80 | 0.06 |

付録 E-2 A種膜材のクリープ試験およびクリープ後の引張強度[45]

- 1) 対象ロットの破断強度の平均172.5kN/m。試験片(幅30mm、標線間200mm、200mm/min)
規格強度1373N/cm、逆算した標準偏差117.3N/cm
- 2) 載荷条件:1軸載荷、90日、試験片(幅30mm、標線間200mm)

付表3 破断状況と強度保持率

| 破断強度に対するクリープ荷重 | 破断状況 | クリープ後の強度保持率 |
|----------------|-------------|------------------|
| 50% 863N/cm | クリープ5時間弱で破断 | |
| 40% 690N/cm | 90日未破断 | 約92% 1587N/cm |
| 30% 518N/cm | 90日未破断 | 約83% 1431N/cm |

付録 E-3 A種膜材料のクリープ破断特性

文献[46, 47]では以下の研究が報告されている。

材料の破断強度：176kN/m(1軸引張試験)

載荷条件：水圧下の周辺固定円形膜(直径50cm, 2軸引張)破断にあつては、ともに、円形の周辺支持部でヨコ糸方法に破断線が生じてタテ糸が破断、破断時の相対変形角は、約0.28となっている。付録E-2, E-3に抛れば、積雪荷重を長期とみなす場合には、信頼性解析において、このような雪荷重の再現期間内の発生確率を算定するとともに、膜材の破断強度を時間依存として評価する必要がある。

付表4 破断状況

| 破断強度に対する推定発生張力 | 破断状況 | 最終中央部変位 | 備考 |
|------------------|------------|---------|--------------------------------------|
| 50% (880kN/m) | 42秒後にタテ糸破断 | 77mm | |
| 40% (704kN/m) | 47分後にタテ糸破断 | 70mm | |
| 33% (528kN/m) | 24日後にタテ糸破断 | 70mm | 相対変形角約0.28 |
| 25% (440kN/m) | 90日未破断 | 64mm | 相対変形角約0.26 変形が放物線と仮定すると折れ曲がり、約27度 |

付録 E-4 2軸応力下の破断数値解析

膜材の破断強度は、付録E-1にあるように1軸引張試験で確認されている。実際の膜は2軸応力を受ける。したがって膜の破断を解析で評価するには、種々の応力比の2軸引張試験で膜材の破断強度を前もって知る必要となる。しかしながら、現在、2軸引張試験による破断実験結果は殆ど無い。

文献[46]では、水圧を受ける周辺支持の円形膜のクリープを伴う変形・応力解析を行っているものの破断については言及していない。文献[47]では、1軸引張強度(実験値、タテ

1820N/m, ヨコ1593N/m)の膜材の2軸引張試験の模擬数値解析(試験体の耳無し)を行い、タテ糸とヨコ糸の破断強度の間曲線を求めている。変形後の長さあたりで引張強度を評価すると、ほぼ等張力の場合には、膜応力(変形後の長さあたり)が1軸破断強度(タテ)の86%程度に低下する結果を得ている(なお、変形前の応力では、1軸破断強度(タテ1821N/m)の96%)、FEM解析では、変形後の長さを考慮して破断を判断する必要性を指摘している。また、2軸試験辺の端部にスリットを入れた試験膜の破断数値実験[53]を行っている。この場合、ほぼ等張力加力において、試験膜中央部でなく、試験膜の角部で応力集中がおこり、1軸引張強度(タテ1821N/m)の64%の膜応力(変形後の長さあたり)でヨコ糸が破断している。この結果から実験による2軸応力下の破断応力の評価方法のむつかしさを指摘している。この結果を評価方法としてではなく、応力集中として理解すれば、破断においては膜の応力集中、膜材の定着部の剛性の不均一さ等に配慮が重要なことが理解できる。

なお、指針[2]では、式(43)で示すように軸応力に対して相関強度による破断荷重の低減を考慮している。

付録 E-5 材料強度の経年変化

長期間の供用を考えると、指針[2, 3]にあるように経年変化を考慮した一般部の膜強度、定着部の強度の統計値が必要となる。公表されたデータの収集と分析が必要である。付録E-2の例では、90日後の強度保持率が83%と報告されている。

付録 F A種膜の破断強度、疲労強度

付録 F-1 膜定着部の疲労強度

トンネル用膜構造のモックアップ実験[48, 49]により以下の結果が報告されている。

定着疲労試験(5Hz) 幅300mmx長さ300mm, 厚さ0.8mm

定着部静的破断強度(幅500mm, 50mm/min) 94.8kN/m

繰返回数N=10 の破断強度 78~79kN/m(図の読み取り)

繰返回数N=100 の破断強度 62~64kN/m(図の読み取り)

繰返回数N=1000 の破断強度 52~54kN/m(図の読み取り)

定着部の破断疲労強度は、1軸引張試験の結果から大きく低下する可能性が読み取れる。また、定着方法によっても強度が異なるので、疲労が問題となる場合、信頼性解析では、設計仕様に対応した実験から強度、強度の統計値を求める必要がある。

付録 G 定着部の破断強度

定着部の破断強度は定着部のクランプ、ロープの軟硬が影響すると考えられ、現状の設計では実験で確認した破断強度が使用される[1, 50, 51, 52]。設計毎に定着部が異なる可能性が高いので、一般的に統計値を得ることは困難と思われる。このような場合には、設計破断強度(それぞれの実験の下限值)を平均値として、また、母材の変動係数を流用して信頼性を算定することとなる。

付録 G-1 定着部の強度

定着部の設計では、実験により破断強度を定める必要がある。日本膜構造協会等の膜構造の建築物・膜材料等の技術基準及び同解説[1](計算例1の8節、ページ209)には、ボルトピッチ200mm、FB-60x9 (A-6061)について以下の破断強度が紹介されている、信頼性解析では、これらについての統計値(平均値、変動係数、確率分布)が必要となる。

付表5 定着部の強度

| 糸方向 | 母材強度 [kN/m] | 定着部引張強度 [kN/m] | 定着部強度/母材強度 |
|-----|----------------|-------------------|------------|
| タテ | 147.15 | 113.99 | 77.4% |
| ヨコ | 117.72 | 108.20 | 91.9% |

付録 G-2 定着部の破断強度

文献[50]では、膜材料A種(0.8mm)について、アルミクランプ定着部(表ではAC)およびフラットバーとボルトによる定着部(表ではF+B)の破断強度(試験片500mmx50mm)が報告されている、引張ひずみ速度などの詳細な数字が明記されていないが、以下のような結果である。なお、A種膜の破断強度が明記されていないので下表では想定値を用いた。また、アルミクランプは1体、フラットバーとボルトによる定着部は、ボルト締め付け力の大小、端部ロープの軟硬に応じた合計12体この結果が図で示されており、この図から破断強度の下限と上限を読み取ったものである。ボルト締め付け力の大小、端部ロープの軟硬で定着破断強度が変化している。

付表6 定着部の破断強度

| | 糸方向 | 平均母材強度 [kN/m] (付録E-1による想定) | 定着引張強度 [kN/m] (図の読取値) | 定着引張強度/平均母材強度 |
|-----|-----|----------------------------------|-----------------------------|---------------|
| AC | タテ | 163 | 135~140 | 0.83~0.86 |
| | ヨコ | 146 | 100 | 0.68 |
| F+B | タテ | 163 | 80~120 | 0.49~0.74 |
| | ヨコ | 146 | 70~100 | 0.50~0.68 |

付録 G-3 定着部の破断強度

文献[51, 52]では、A種膜(厚さ0.7mm)、試験片(幅700~900mm×長さ900mm)による破断強度が報告されている。それぞれ3体の破断強度の平均値として下表の結果が示されている。

付表7 定着部の破断強度

| | | 糸方向 | 最大強度 [kg/cm] | 破壊状況 |
|---------|------|-----|-----------------|---------|
| ハト目形式 | TY-A | タテ | 67.0 | 溶着部破断 |
| | | ヨコ | 56.2 | |
| | TY-B | タテ | 73.5 | |
| | | ヨコ | 80.0 | |
| アルミクランプ | TY-C | タテ | 80.8 | 抜け出し |
| | TY-D | タテ | 105.0 | 膜材一般部破断 |

付録 H 応力集中

定着部の位置では膜に定着用の穴を開け、有限長さのクランプで固定される。この場合には、穴の近傍あるいはクランプの不連続部では、応力集中の危険がある。このような場合には比較的低い平均膜応力で破断の危険があり、これを避けるには適切な補強膜が必要である。

また、穴等がなくても、膜の定着部等の剛性の不均質さ、あるいは、傷等があれば、これが応力集中を生起させ、やはり比較的低い平均膜応力で破断する危険があり、このような場合にはこれを避けるための補強が必要である。

信頼性解析ではこれらの要因を反映させて損傷を評価する必要がある。また、荷重を受け膜の面積および膜の長さが増加しており、雪や風荷重は変形前の面積で評価するものよりも大きくなっている。応力集中が無い場合でも、面積の増加による荷重の増大と要素辺の増大の効果を、係数1.2程度で評価するのも一案である。

FEM等の構造解析プログラムの中で上記要因の影響を考慮してない場合には、信頼性解析においてこれら影響を含める必要がある。どの程度の数値として見積もるかは今後の問題である。

付録 I 設計荷重

付録 I-1 荷重の再現期間

日本建築学会・建築物の限界状態設計指針[5]によれば、荷重の大きさ(公称荷重)を設定する場合、100年再現期間期待値あるいは99%非超過値としている。年、使用限界状態設計では1年としている。

また、膜は荷重を受け伸びており、FEMの要素の辺長が長くなっているため、変形後の長さに対しては、破断強度は低下する。

付録 I-2 基準期間

日本建築学会・建築物の限界状態設計指針[5]によれば、安全性を評価する期間(基準期間)として、終局限界状態では50年、使用限界状態では1年としている。

付録 J 鋼構造骨組の特性について

付録 K ケーブルの特性について

付録 L プレストレス部材について

上記J-Lについても、統計値の収集が必要であるが、これらについては、各設計規準等を参考に定めることとなる。一般には、膜にくらべ剛性が高く変動性も少ないので、信頼性解析では当面、確定値として解析することとなる。

Fundamental Equation for Reliability Analysis of Tensile Membrane Structure attached to Steel Space Structure

Reduction of Reliability Function using Perturbation

Shiro Kato ^{*1)}

Tatsuya Yoshino ^{*2)}

A fundamental equation for reliability analysis of a membrane structure attached to a steel space structure is proposed using a concept of perturbation of a nonlinear equilibrium equation considering interaction between a membrane and its supporting steel space structure. First, the nonlinear equilibrium equation is formulated based on FEM considering the material and geometrical nonlinearities of a membrane structure including the effect of initial tension introduced into the membrane structure. Second, the membrane stresses in the warp and fill directions are formulated by a concept of perturbation method, in which main probabilistic structural parameters are initial tensions introduced into membrane and loading effects of snow and wind. Third, the reliability function is formulated as the difference between the membrane strength, warp or fill stress, and a stress effect due to external load, snow or wind. The reliability function is nonlinear in general to be solved by AFOSM already established and validated past by researchers.

Several discussions on probabilistic parameters are also provided. The reason why magnitudes of membrane stresses, being assumed bi-axially equal under initial stress introduction, are non-uniform even in an initial equilibrium without an external load. Experiments, on-site measurements and FEM analysis on membrane stresses, performed by Japanese researchers, are introduced and explained with not only measured data but also FEM simulations, all showing the effects due to crimp interchange, visco-elasticity of the fabric material, membrane cutting patterning, and on-site development of membrane fabrics to structural steel members.

*1) Ph. D., Emeritus Professor, Toyohashi University of Technology

*2) Ph. D., Advanced Structures R&D Department, Taiyo Kogyo Corporation