

変動風速データによる空気の付加質量効果を考慮した 膜構造の時刻歴応答解析

熊本 倫子^{*1}
本間 俊雄^{*2}
清水 郁子^{*3}

梗概

膜材に代表される張力材は、一般に構造剛性を持たず、形状が不確定であるため、膜構造の力学的挙動解析を把握する前に、初期形状解析や裁断図解析が必要である。また、膜材自身が極めて軽量であるため、風荷重作用時の膜面振動による空気反力の影響を考慮した時刻歴応答を把握することは重要である。本論文では、膜構造を対象に形態解析(初期形状・裁断図解析)実施後、空気による付加質量効果を考慮した一次評価の時刻歴応答解析の試みを示す。動的荷重は、鉛直・奥行き・水平方向の位相差を考慮した変動風速データを採用する。数値解析例では、サスペンション膜構造に対して変動風速データの位相差の有無と付加質量の有無による力学的挙動の違いを明らかにする。

1 はじめに

膜やケーブル(張力材)を主要構成材とする膜構造は、大空間建築物の構造形態として多くの採用例が見られる。このような張力材は、従来の構造材とは異なり、初期状態が形状不確定な無応力状態で存在するので、あらかじめ張力(初期張力)を導入し、構造剛性を確保しなければならない。従って、通常の変形応力解析をする前に、初期形状解析や裁断図解析などの張力構造独特な解析が必要となる¹⁾。さらに、時刻歴(動的)応答解析において、張力材の軽量性と風荷重に対する膜構造の剛性のオーダーにより、風荷重の評価及び風荷重作用時の膜材表面振動による空気抵抗の影響を考慮することが重要となる²⁾。

著者らは、座標仮定有限要素法を提案し、一般構造材を含む膜構造に対して、平面上にある張力材を基準に、形状・裁断図同時解析から静的変形応力解析及び時刻歴応答解析を連続して実施できる手順を示している^{3),4)}。同時解析の信頼性に対しては、ミニチュア模型試験により確認した^{5),6)}。時刻歴応答解析では、風荷重に変動風速シミュレーションによるデータを利用している⁷⁾。通常、膜構造は軽量で規模が大きいため、風荷重の影響を受け易い。風荷重を考慮した解析では、Navier-Stokes 方程式に基づく3次元流体の数値シミュレーションによる流体と弾性体の連成解析が必要である⁸⁾。しかし、現状の計算コストを考慮するならば、統計量等を用いた変動風速シミュレーション^{9),10)}による変動風速データの活用が意味を持つ。

本論文では、平面上の膜材を基準に座標仮定有限要素法による鞍型サスペンション膜構造の形状・裁断図同時解析を行

い、連続して風荷重による時刻歴応答解析例を示す。風荷重は、変動風速シミュレーションによるデータを用いる。その際、膜構造の剛性と大型化を考慮し、従来の鉛直方向位相差のみを考慮した変動風速データだけではなく、奥行き及び水平方向も考慮した3つの位相差による変動風速データを採用する。さらに、膜材表面振動による空気抵抗を付加質量効果として扱う。これらの解析条件により、一次評価として膜構造の動的挙動の追跡を試みる。その際、鉛直方向と鉛直・奥行き・水平方向の位相差を考慮した変動風速データによる付加質量の有無に対する力学的挙動の影響を把握する。

2 平衡方程式と離散化式

仮想仕事の原理より、ひずみ $\boldsymbol{\gamma}$ を安定形態の座標ベクトル \mathbf{X} で表現すると、構造モデルの非線形平衡方程式 $\mathbf{S}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \lambda)$ と接線剛性行列 \mathbf{K}_T は以下のように与えられる。

$$\mathbf{S}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \lambda) = \int_{\Omega} \mathbf{B}^*(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}) d\Omega - \lambda \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{K}_T(\mathbf{X}) = \mathbf{K}_G(\mathbf{X}) + \mathbf{K}_S(\mathbf{X}) \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{B}^* : ひずみ増分 - 座標増分関係行列, $\boldsymbol{\tau}$: 応力, \mathbf{f} : 荷重モードベクトル, λ : 荷重パラメータ, $\mathbf{0}$: 零ベクトル, Ω : 解析領域, \mathbf{K}_G : 幾何剛性行列, \mathbf{K}_S : 線形+大変位剛性行列である。ひずみは Green ひずみを採用する。ひずみ $\boldsymbol{\gamma}$ と座標ベクトル \mathbf{X} の関係、ひずみ増分 $\delta\boldsymbol{\gamma}$ と座標増分 $\delta\mathbf{X}$ の関係及び構成式は以下のように与えられる。

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{X} - \mathbf{C} \quad (3)$$

$$\delta\boldsymbol{\gamma} = \delta\mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{X} + \mathbf{B}(\mathbf{X})\delta\mathbf{X} = \mathbf{B}^*(\mathbf{X})\delta\mathbf{X} \quad (4)$$

*1 鹿児島大学大学院 理工学研究科 建築学専攻 大学院生

*2 鹿児島大学大学院 理工学研究科 建築学専攻 教授 工学博士

*3 鉄建建設株式会社

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}\boldsymbol{\gamma} \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{B} ：ひずみ - 変位関係行列、 \mathbf{C} ：定数ベクトル、 \mathbf{D} ：構成行列である。座標仮定有限要素法による要素別の離散化定式化の詳細は文献3), 5)を参照されたい。ここで用いる有限要素は、膜面に作用する風荷重を構造モデルの節点荷重に効率よく変換させるため、三角形一次の膜要素を採用する。具体的な代表要素の非線形離散化平衡方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{1}{4S_e}(\mathbf{Q}^T \mathbf{X}_e) \mathbf{D}_e \left[\frac{1}{8S_e^2} (\mathbf{X}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_e) + \mathbf{C}_e \right] - \lambda \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (6)$$

ここで、 S_e ：要素面積、 \mathbf{X}_e ：代表膜要素の全体節点座標、 \mathbf{D}_e ：構成行列である。各行列成分は、安定形態の全体座標 (X, Y, Z) 、平面上の局所座標 (x, y) とすると以下の通りとなる。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^T \mathbf{b} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{b}^T \mathbf{b} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{b}^T \mathbf{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T \mathbf{a} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}^T \mathbf{a} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}^T \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{c} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{c} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{C}_e = \frac{1}{2} [-1 \quad -1 \quad 0]^T \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{X}_e = (X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2, X_3, Y_3, Z_3)^T$ であり、 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$ 、 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]$ とおくと、 $\mathbf{c} = \mathbf{a}^T \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{a}$ 、 $a_i = x_i - x_j$ 、 $b_i = y_i - y_j$ ($i=1, 2, 3$ $j=2, 3, 1$ $k=3, 1, 2$) と与えられる。なお、本論文では膜構造の時刻歴応答解析の解析手順を示すため、数値例では膜要素のみで構成する構造を想定する。

3 非線形運動方程式

形状・裁断図同時解析による形態解析後の安定形態を初期値 ($t=0$) として時刻歴応答解析を実施する。その際、系全体の非線形離散化運動方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{S}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \bar{\lambda}) = \mathbf{F}(t) \quad (9)$$

ここで、 \mathbf{M} ：質量行列、 \mathbf{C} ：減衰行列、 $\mathbf{S}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \bar{\lambda})$ ：式(1)で定義された静的な平衡方程式 ($\bar{\lambda}$ ： λ の既定値)、 $\dot{\mathbf{X}}(t)$ ：速度ベクトル、 $\ddot{\mathbf{X}}(t)$ ：加速度ベクトル、 $\mathbf{F}(t)$ ：時間 t に依存した動的荷重ベクトルである。時刻歴応答解析では、式(9)にNewmark法 ($\beta=0.25$, $\gamma=0.5$) による直接数値積分法を用いて力学的挙動を追跡する¹¹⁾。

4 付加質量の算定

膜構造の付加質量は、膜面に接する空気が構造体振動時に反力として膜材に付与される質量と仮定する。付加質量の算定は、音響工学分野で用いられる円形平板の振動に付与する流体の質量を用い、構造モデルの振動モード形状毎に算出する。円形平板の付加質量 Δm_i ($i=1, \dots, n_i$ ： i 次モードの山の数) は次式で与えられる¹²⁾。

$$\Delta m_i = \frac{8}{3} n_i \rho a_i^3 \quad (10)$$

ここで、 ρ ：空気密度 ($1.22 \times 10^3 \text{ kg/mm}^3$)、 a_i ： i 次モードの山あたりの有効半径である。有効半径は、文献13)を参考に解析モデルの平面投影面積を円面積に換算して求めることにする。なお、式(10)の係数 $8/3$ を用いた理由は、膜面振動の

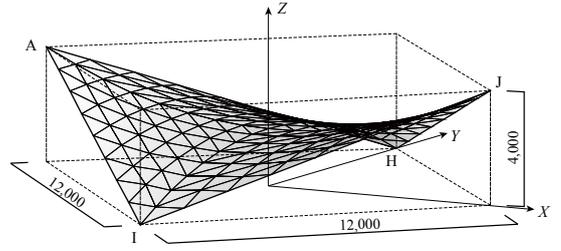


図1 解析モデル(Model-A)鳥瞰図 unit : mm

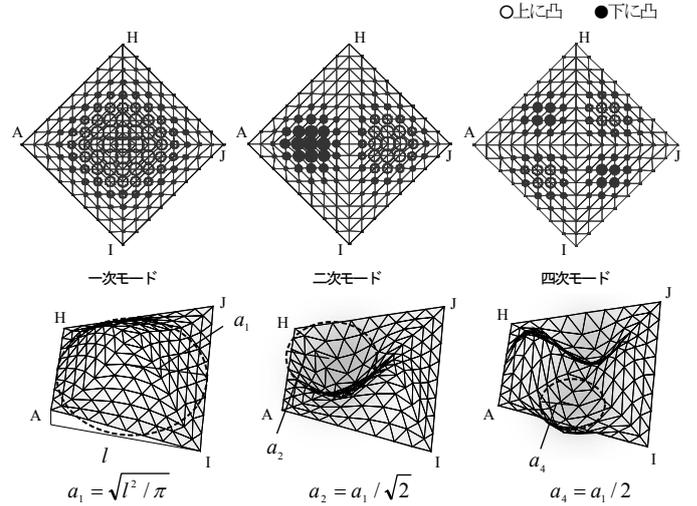


図2 モード形状に応じた有効半径の例¹³⁾

際、膜面の押し込み時に受ける空気の抵抗と考えたことによる¹⁴⁾。

解析モデルは、図1に示す周囲を固定した鞍型サスペンション膜構造である。ここで、モデルの振動モード形状は形態解析後の安定形態におけるモード形状とし、固有値解析により算出する。各モード形状に対する有効半径 a_i の例を図2に示す(上：節点凹凸表現の平面図、下：モード形状鳥瞰図)。図に示すように、 a_1 は l を有する一次モードの有効半径であり、この a_1 を基準に各モードの有効半径 a_i を決定する。

振動モード毎の付加質量 Δm_i は、解析モデル全体に付与し、各要素に受ける付加質量の算出後、 i 次モードの付加質量行列 $\Delta \mathbf{M}_i$ を構成する。従って、付加質量行列 $\Delta \mathbf{M}_i$ 及び分離付加質量を統合させた一般化付加質量行列 $\Delta \mathbf{M}^*$ は、以下のよう

$$\Delta \mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \Delta m_{i-1} & & 0 \\ & \Delta m_{i-2} & \dots \\ 0 & & \Delta m_{i-M} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Delta \mathbf{M}^* = \sum_{i=1}^s \Phi^T \Delta \mathbf{M}_i \Phi \quad (12)$$

ここで、 M ：全自由度数、 Φ ：モード行列、 s ：モーダル付加質量の考慮次数である。次数 s は付加質量を無視した構造体の動的挙動に対する卓越モードにおいて、付加質量を考慮した時刻歴応答解析後の付加質量効果が表れているモード次数までとする。

式(12)に再度モード行列 Φ を用いて座標変換を行い、各モ

一どの付加質量を考慮した構造物全体の付加質量行列 $d\mathbf{M}$ が次のように得られる。

$$d\mathbf{M} = [\Phi^T]^{-1} \Delta \mathbf{M} [\Phi]^{-1} = \left[\sum_{i=1}^k \Phi_i^T \Delta \mathbf{M}_i \Phi_i \right] [\Phi]^{-1} \quad (13)$$

この付加質量行列 $d\mathbf{M}$ を式(9)の質量行列 \mathbf{M} に加えた $\mathbf{M} \leftarrow \mathbf{M} + d\mathbf{M}$ を用いて、非線形運動方程式の時刻歴応答解析を実施し、動的挙動を追跡する。

5 変動風速シミュレーション

5.1 風速の設定

自然風は常に一定の速さではなく、絶えず変動しながら吹く。従って、時刻 t の瞬間風速値 $V(t)$ は次式で与えられる。

$$V(t) = \bar{V} + U(t) \quad (14)$$

ここで、 \bar{V} : 平均風速, $U(t)$: 変動風速 である。平均風速 \bar{V} は、次式に示す 1/7 乗則の鉛直分布を採用する⁹⁾。

$$\bar{V} = \bar{V}_{10} (z/10)^{1/7} \quad (15)$$

ここで、 z : 基本高さ, \bar{V}_{10} : 地表高さ 10 m の平均風速 である。平均風速 \bar{V}_{10} は文献 15) に準じて対象地域及び地表面粗度区分ごとに設定する。変動風速 $U(t)$ は風工学分野で用いられる変動風速シミュレーションにより k 次元の変動風速時系列ベクトル $\mathbf{U}(t)$ として、

$$\mathbf{U}(t) = (U_1(t) \ U_2(t) \ \dots \ U_k(t))^T \quad (16)$$

で与えられ、次式に示す M 次の自己回帰式により得られる。

$$\mathbf{U}(t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{A}(m) \mathbf{U}(t - m\Delta t) + \mathbf{N}(t) \quad (17)$$

ここで、 M : 自己回帰次数, $\mathbf{A}(m)$: M 次の自己回帰係数行列, $\mathbf{N}(t)$: ホワイトノイズベクトル, Δt : 時系列の時間間隔 である。 $\mathbf{A}(m)$ と $\mathbf{N}(t)$ は自己相関係数と相互相関係数により求められる^{9),10)}。

得られた変動風速時系列データを構造モデルの節点荷重に変換する際、時間及び距離に対して変動風速データをそれぞれ線形補間して各節点に与える。

5.2 変動風速の位相差

風は互いに衝突しながら流れるので、空間的な位相差を考慮する必要がある。以下に鉛直方向位相差及び鉛直・奥行き・水平方向位相差の変動風速の算出方法を示す。なお、鉛直方向位相差、水平方向位相差、鉛直・奥行き方向位相差の基本モデルは、それぞれ図 3 に示す。

鉛直方向位相差基本モデル

鉛直方向位相差基本モデル(図 3a.)⁹⁾の自己相関係数と相互相関係数は、以下に示す変動風速のパワースペクトル $S(n)/\sigma^2$ 及びコヒーレンス $Coh(z_1, z_2; n)$ とフェイズ $\Phi(z_1, z_2; n)$ の逆フーリエ変換を用いることで得られる。

$$\frac{S(n)}{\sigma^2} = \frac{\alpha / \beta}{\left\{ 1 + (n / \beta)^2 \right\}^{5/6}} \quad (18)$$

$$\sqrt{Coh(z_1, z_2; n)} = \exp(-k_\zeta n \zeta / \bar{V}_a) \quad (19)$$

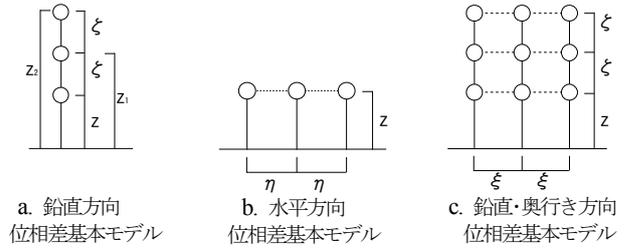


図 3 変動風速シミュレーションの位相差基本モデル

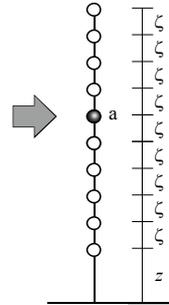


図 4 鉛直方向位相差モデル

表 1 変動風速条件

基本高さ z	0.5 m	
基準風速 \bar{V}_{10}	20 m/s	
時刻刻み t	0.05 s	
節点数	$n_v=11$	$n_h=10$
節点間隔	$\eta, \xi=2.0$ m	$\zeta=0.5$ m
ホワイトノイズベクトル	標準偏差 3.0	

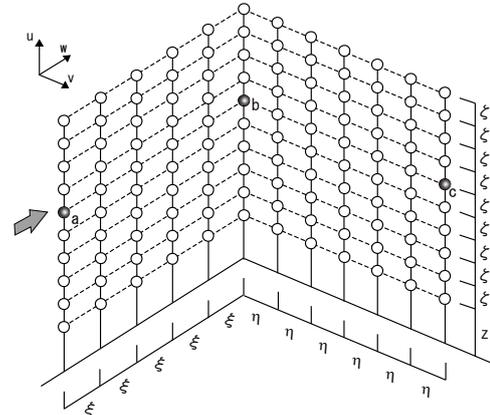


図 5 鉛直・奥行き・水平方向位相差モデル

$$\Phi(z_1, z_2; n) = k'_\zeta \zeta n / \bar{V}_a \quad (20)$$

ただし、 $\beta = \bar{V} / L$, $L = \sqrt{3/2} z / f_{\max}$, $f_{\max} = 0.06 z^{0.58}$, $\alpha \approx 0.238$, n : 変動風速算出節点数, $k_\zeta = 13(\zeta / z_a)^{0.4}$, $k'_\zeta = 9(\zeta / z_a)^{0.4}$, ζ : 地点高度差 ($\zeta = z_1 - z_2$), z_a : 地点間平均高度 ($z_a = (z_1 + z_2) / 2$), \bar{V}_a : 高さ z_1, z_2 における平均風速 \bar{V}_1, \bar{V}_2 の平均値 である。

時刻歴応答解析に使用する鉛直方向位相差のモデルと条件を図 4 と表 1 に示す。変動風速シミュレーションで得られた図 5 点 a 位置の変動風速データは図 6a., 表 2 に示す。

水平方向位相差基本モデル

水平方向位相差基本モデル(図 3b.)⁹⁾の自己相関係数と相互相関係数は、以下に示す変動風速のパワースペクトル $S(n)/\sigma^2$ 及びコヒーレンス $\sqrt{Coh(\eta; n)}$ とフェイズ $\Phi(\eta; n)$ の逆フーリエ変換を用いることで得られる。

$$\frac{S(n)}{\sigma^2} = \frac{\alpha / \beta}{\left\{ 1 + (n / \beta)^2 \right\}^{5/6}} \quad (21)$$

$$\sqrt{Coh(\eta; n)} = \exp(-k_\eta n \eta / \bar{V}_a) \quad (22)$$

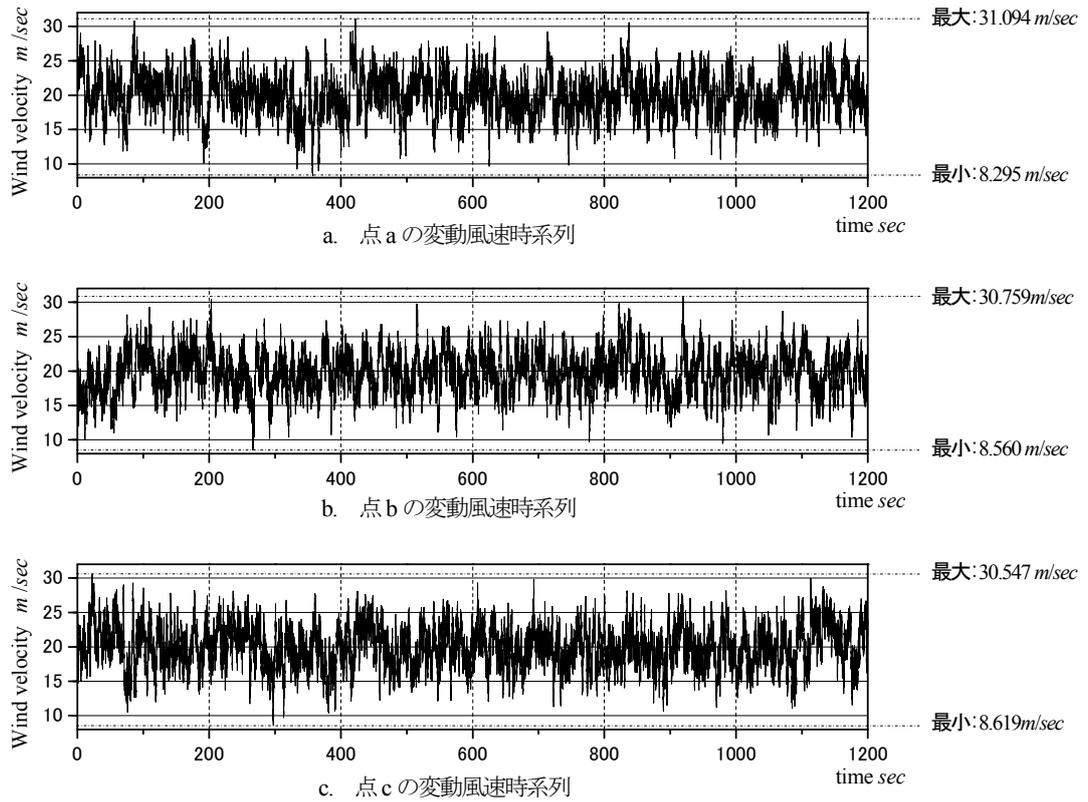


図6 変動風速シミュレーションによる変動風速時系列データ

$$\Phi(\eta; n) = 0 \quad (23)$$

ただし、 η : 地点間距離, $k_\eta = 14(\eta/z)^{0.45}$ である。

鉛直・奥行き方向位相差基本モデル

鉛直・奥行き・水平方向位相差を考慮する変動風速データは、鉛直・奥行き方向位相差¹⁰⁾を考慮した上で、水平方向に拡張して得られる。結果的に3次元格子上の各点の風速データが設定できる。図3c.に示す鉛直・奥行き方向位相差基本モデルに従い、鉛直方向にぞ離れた2点の変動風速成分 u (奥行き方向)と w (鉛直方向)の相互相関関数(R_u^c, R_w^c)は以下に示す通りである。

$$R_u^c(\zeta, t) = \sigma_u^2 \left\{ (f(r) - g(r)) / r^2 \cdot (\bar{V})^2 + g(r) \right\} \quad (24)$$

$$R_w^c(\zeta, t) = \sigma_w^2 \left\{ (f(r) - g(r)) / r^2 \cdot (\bar{V})^2 + g(r) \right\} \quad (25)$$

ここで、 $r^2 = (\bar{V}t)^2 + \zeta^2$, σ_u^2 と σ_w^2 は各々成分 u と w の分散、 $f(r)$ と $g(r)$ は各々変動風速の縦方向と横方向の空間相関係数であり、以下で得られる。

$$f(r) = \alpha_1 |a_1 r|^{1/3} K_{1/3}(|a_1 r|) \quad (26)$$

$$g(r) = \alpha_1 |a_1 r|^{1/3} \left\{ K_{1/3}(|a_1 r|) - |a_1 r| K_{2/3}(|a_1 r|) / 2 \right\} \quad (27)$$

ここで、 $K_\mu(x)$: 第二種変形ベッセル関数($\alpha_1=0.5926$, $a_1=0.7468/L$), L : 乱れのスケール である。なお、 $\zeta=0$ のとき式(24), (25)は自己相関関数を表す。

成分 u と w 間の相互相関係数は、次式で与えられる。

$$R_{uw}^c(\zeta, t) = \sigma_u \sigma_w \left\{ \frac{\overline{uw}}{\sigma_u \sigma_w} \cdot \frac{f(r) \cdot (\bar{V}t)^2 + g(r) \cdot \zeta^2}{r^2} \right\} \quad (28)$$

表2 変動風速概要

	平均 m/sec	最大 m/sec	最小 m/sec	標準偏差
節点a	20.037	31.094	8.295	3.042
節点b	19.697	30.759	8.560	3.028
節点c	20.011	30.547	8.619	3.041

成分 u と w の相関係数 $\overline{uw} / \sigma_u \sigma_w$ は、次式で与えられる。

$$\frac{\overline{uw}}{\sigma_u \sigma_w} = -\frac{0.16}{F_u F_w} \left\{ 1 - (f \cdot z \cdot \sin \alpha_G) / \left(U_G (V^* / U_G)^2 \right) \right\} \quad (29)$$

ここで、 $V^* / U_G = 0.31 / \log Ro + 0.012$, $Ro = U_G / (f z_0)$, $\alpha_G = 58 + \log Ro$, z : ゼロ面位置からの高さ, f : コリオリパラメータ, z_0 : 粗度長さ である。 F_u, F_w は次式で表される。

$$F_u = \left\{ 0.867 + 0.556 \log z - 0.246 (\log z)^2 \right\} \cdot \lambda \quad (30)$$

$$F_w = 0.381 + 0.172 \log z - 0.062 (\log z)^2 \quad (31)$$

ただし、 $z_0 < 0.02$ のとき $\lambda=1.0$, $0.02 \leq z_0 \leq 1.0$ のとき $\lambda=0.76/z_0^{0.07}$, $1.0 \leq z_0$ のとき $\lambda=0.76$ である。

最終的に、時刻歴応答解析に使用する鉛直・奥行き・水平方向位相差を考慮したモデルと条件は、図5と表1に示す通りであり、図5点b, c位置の変動風速時系列データと平均・最大・最小・標準偏差は図6と表2に示す。

5.3 考察

鉛直方向位相差を考慮した変動風速データ(図6a.)と鉛直・奥行き方向位相差を考慮した変動風速データ(図6b.)、鉛直・奥行き・水平方向位相差を考慮した変動風速データ(図6c.)の200秒毎の風速値をそれぞれ比較すると異なる値を示し、位

相差による影響が確認できる。また、表2より、いずれの変動風速データも平均風速 20 m/sec を基準に標準偏差 3.0 となっている。このように大型の膜構造を対象とする場合、鉛直モデルと比較して鉛直・奥行き・水平モデルによる時系列データの違いが動的挙動に影響すると考えられる。なお、ここでは一つのモデルデータを示したが、実際には建設位置の計測風速データに基づいた変動風速データの作成が必要となる。

6 裁断図解析と数値結果

6.1 定式化

膜構造の釣合曲面における膜主応力を指定した裁断図解析は、次の最適化で定式化される。

$$\text{Find } \mathbf{x}^* \quad (32)$$

$$\text{to minimize } f(\mathbf{x}^*) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} (\sigma_i - \sigma_{i0})^T (\sigma_i - \sigma_{i0}) \quad (33)$$

$$\text{subject to } t \cdot \sigma^L \leq t \cdot \sigma_e \leq t \cdot \sigma^U \quad (e=1,2,\dots,m) \quad (34)$$

ここで、 \mathbf{x}^* : 張力材の自然状態における裁断線に係わる節点座標、 m : 膜要素数、 t : 膜材厚さ、 σ_i : 釣合形状における要素応力、 σ_{i0} : 想定形状における要素応力、 σ_e : 釣合形状における膜主応力、 σ^L : 膜応力下限値、 σ^U : 膜応力上限値 である。裁断図解析における設計変数は、自然状態における膜帯の境界部(裁断線)を決定する3次スプライン曲線の制御点とし、それに応

じてスプライン曲線上に節点を配置する。なお、設計変数の解探索手法には逐次二次計画法(SQP法)を採用した。

6.2 解析概要と数値結果

解析モデルは図1に示す鞍型サスペンション膜構造モデル(ライズ $R=4,000\text{mm}$, スパン $D=12,000\text{mm}$)である。膜帯の接続情報は、図7に示す通りであり、解析領域はモデルの対称性よりA-H-Iに囲まれた1/2のハッチング部とする。裁断図解析に対する初期膜帯の要素分割 Model-A(節点数:81, 要素数:128)は図8に示す。膜の目標応力(張力)は $t \cdot \sigma_e = 3.0\text{ N/mm}$ ($t \cdot \sigma^L = 2.0\text{ N/mm}$, $t \cdot \sigma^U = 4.0\text{ N/mm}$)とし、膜の材料定数は表3に示す通りである。

Model-A に対する数値結果の裁断図と主応力図($t \cdot \sigma_{max} = 3.12$, $t \cdot \sigma_{min} = 2.77$)は図9, 10a.に、主応力概要は表4にそれぞれ示す。

表3 膜材の材料定数

膜厚	$t=0.8\text{ mm}$
引張剛性	$tE_x=243.0\text{ N/mm}$ $tE_y=227.0\text{ N/mm}$
ポアソン比	$\nu_x=0.550, \nu_y=0.510$
せん断剛性	$G_{xy}t=24.19\text{ N/mm}$
単位質量	$\rho=0.785 \times 10^{-6}\text{ kg/mm}^3$

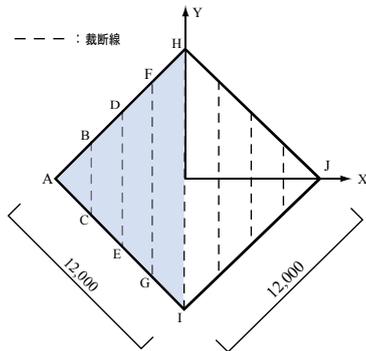


図7 膜帯接続情報

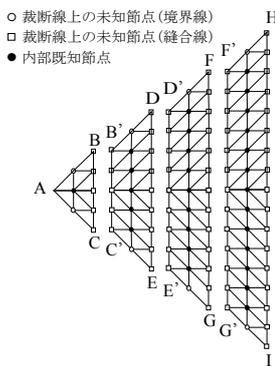


図8 要素分割モデル Model-A

表4 膜の主応力概要

	Model-A		Model-B	
	最大主応力 $t \cdot \sigma_{max}$	最小主応力 $t \cdot \sigma_{min}$	最大主応力 $t \cdot \sigma_{max}$	最小主応力 $t \cdot \sigma_{min}$
平均 N/mm	3.00	3.00	3.03	3.04
最大 N/mm	3.12	3.23	3.56	3.50
最小 N/mm	2.82	2.77	2.83	2.63
標準偏差	0.08	0.14	0.08	0.12

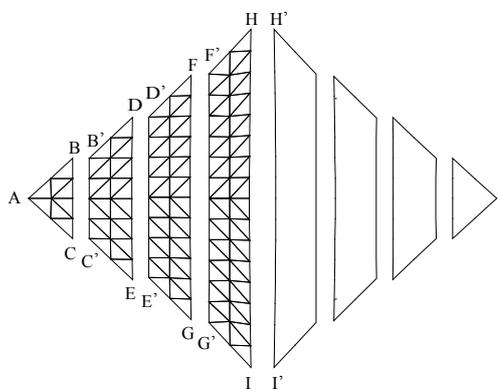
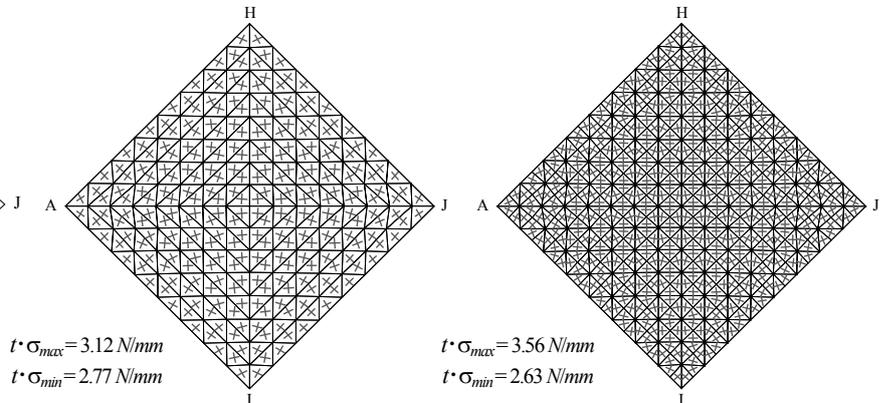


図9 裁断図



a. 主応力図 Model-A

b. 主応力図 Model-B

図10 要素分割の違いによる主応力図

7 時刻歴応答解析

7.1 解析概要と数値結果

要素分割による時刻歴応答への影響をなくするため、要素分割モデルは裁断面解析で得られた Model-A を細分化させる Model-B (節点数: 289, 要素数: 512) を用いた (図 11)。裁断面解析で得られた裁断面を用いた Model-B の主応力分布及び概要は、図 10b. と表 4 に示す通りであり、要素の細分化による問題は生じていないと判断する。ここでは、時刻歴応答解析に対して全体モデルを採用する。なお、さらに細分化させた要素分割モデル (節点数: 545, 要素数: 1024) との数値結果の比較も行い、Model-B で問題ないことを確認している。ここで用いる膜面の風圧分布係数は、風向きを軸 Y の正方向に作用させた図 12 とする。減衰は Rayleigh 減衰 (減衰定数 5%) を与える。解析時間は 1,200 sec、時間刻みは 0.002 sec としている。なお、時間刻みの決定では、0.002 sec 前後の値に対する時刻歴応答結果の差異を調べ、数値計算上 0.002 sec で問題ないことも確認した。

空気の付加質量は、計算効率を考慮して付加質量効果の影響が見られるモードまでを導入している。表 5 に示すように、付加質量の有無による Model-B のそれぞれの固有値解析結果より、1 次から 6 次モードにおいて付加質量効果が見られたので、6 次モードまで考慮した。なお、円形境界のニューマティック膜構造では、30 次モードまで考慮する必要があった。

数値結果は、図 11 要素分割図に示す中央位置 (N1) と軸 X, Y 上のコーナーと中央位置 N1 の中間点に位置する節点 (N2, N3) の鉛直変位及びこれらの節点を構成節点とする要素 (M1, M2, M3) の主応力に対する時刻歴応答を確認する。なお、付加質量の有無に対して鉛直方向位相差及び鉛直・奥行き・水平方向位相差モデルによる 2 つの変動風速データ毎に、鉛直変位時刻歴応答を図 13 に、主応力の時刻歴応答を図 14 に示す。変位応答に対しては、FFT 解析を行い、その結果を図 15 に示す。時刻歴応答変位と膜応力の数値概要は表 6 及び表 7, 8 にそれぞれまとめた。

7.2 考察

2 つの異なる位相差モデルの変動風速データを解析モデル

に作用させた場合、応答挙動の違いを確認した (鉛直変位時刻歴応答: 図 13, 表 6, 主応力時刻歴応答図 14, 表 7, 8)。ここで示した結果では、鉛直・奥行き・水平方向位相差時系列データの方が、鉛直位相差時系列データより力学的挙動が抑えられる傾向があり、鉛直・奥行き・水平方向位相差時系列データ採用の必要性が示せたと考えている。

付加質量を考慮したモデルに対しては、付加質量を考慮しない場合より大きな応答挙動 (鉛直変位時刻歴応答図 13, 表 6, 主応力時刻歴応答図 14, 表 7, 8) を得た。また、付加質量を考慮することで解析モデルの固有周期が伸びたことを鉛直方向時刻歴応答変位の FFT 解析結果 (図 15) より確認した。ただし、本解析で採用した変動風速データは 5 - 10 sec の長周期成分を有する計算例である。0.1 - 1 sec の短周期成分からなる変動風速データを用いた場合、付加質量を考慮することで解析モデルの卓越周期の変位スペクトルが大きくなり、付加質量を考慮しない場合より時刻歴時応答挙動が抑えられることを確認している。これらの結果より、膜構造の剛性と変動風速データの周期成分及び付加質量効果により、応答挙動に変化をもたらすことが判った。

8 まとめ

本論文では、座標仮定有限要素法を用いた膜構造の静的な離散化釣合式を示し、形態解析で得られた平面上にある裁断面を基準に、変動風速データによる時刻歴応答解析の一連の作業を連続して行った。まず、時刻歴応答解析の風荷重では、鉛直方向位相差及び鉛直・奥行き・水平方向位相差を考慮した変動風速データを採用し、変動風速データの位相差の違いによる挙動の変化を調べた。結果、鉛直・奥行き・水平方向位相差を考慮した変動風速データ採用の意義が示せたものと考えている。空気の付加質量に対しては、形状・裁断面同時解析による安定形態のモード毎に付加質量を算出し、質量マトリクスに加えることで、動的挙動の影響を考慮した。得られた数値結果から、膜構造の剛性と変動風速データの周期成分に応じて、付加質量の影響が変動し、空気の付加質量を考慮した時刻歴応答解析の重要性が示せた。ただし、付加質量考慮の

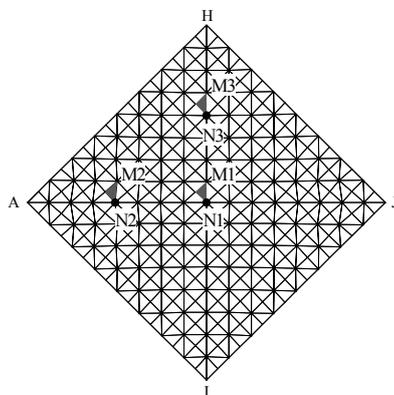


図 11 要素分割モデル Model-B

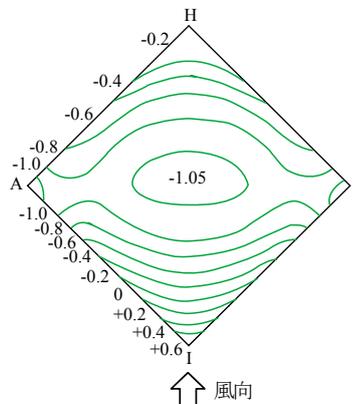


図 12 風圧係数分布

表 5 固有振動数 (Hz)

次数	付加質量考慮	付加質量なし	付加質量効果%
1	1.42	6.10	23.28
2	1.89	6.89	27.43
3	1.95	7.11	27.43
4	2.66	8.30	32.05
5	2.72	8.47	32.11
6	2.94	8.71	33.75
7	9.88	9.88	100.00
8	10.05	10.05	100.00
9	10.52	10.52	100.00

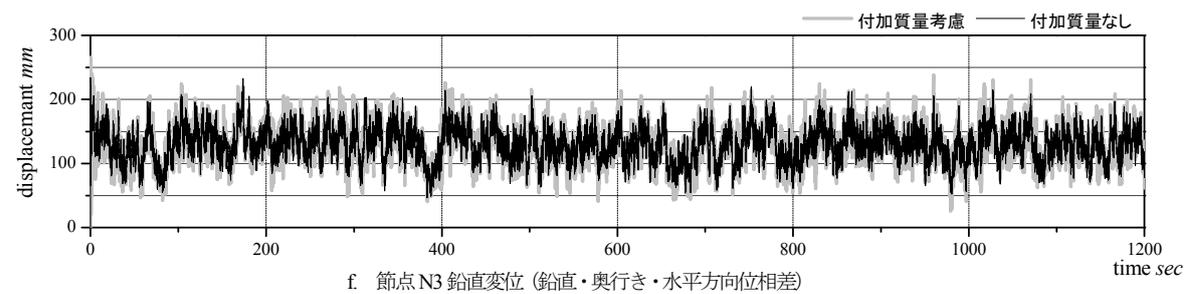
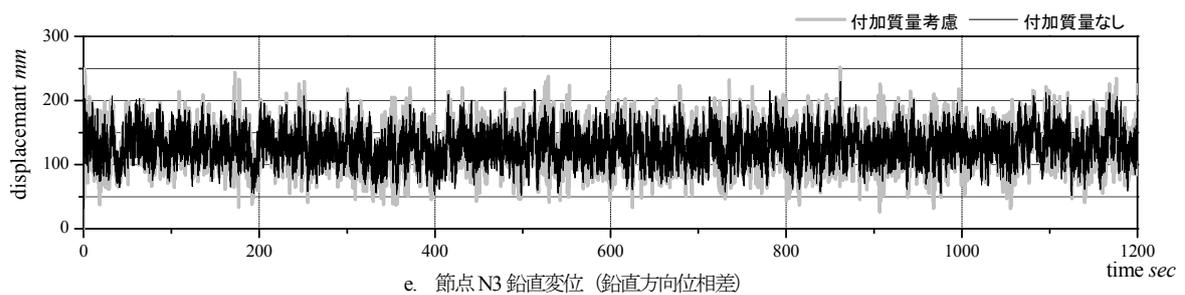
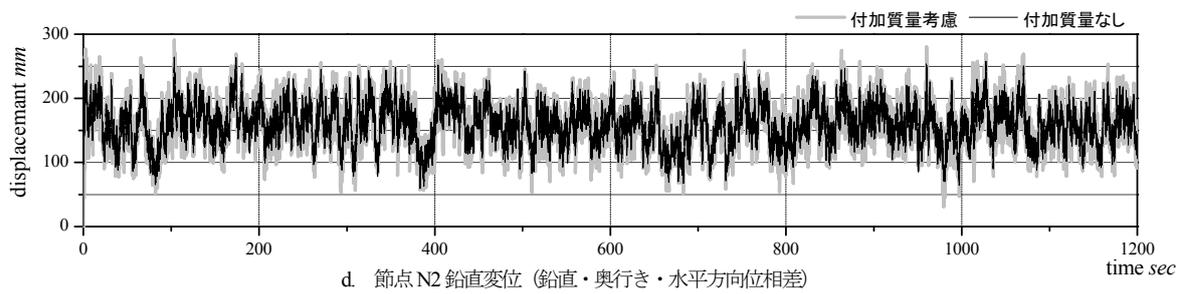
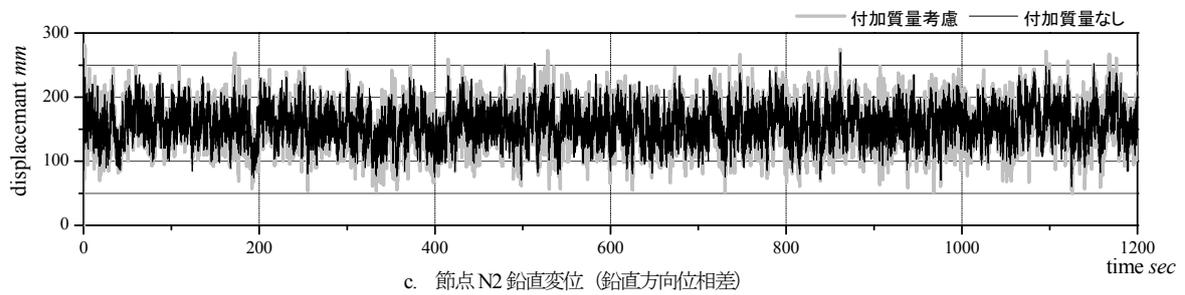
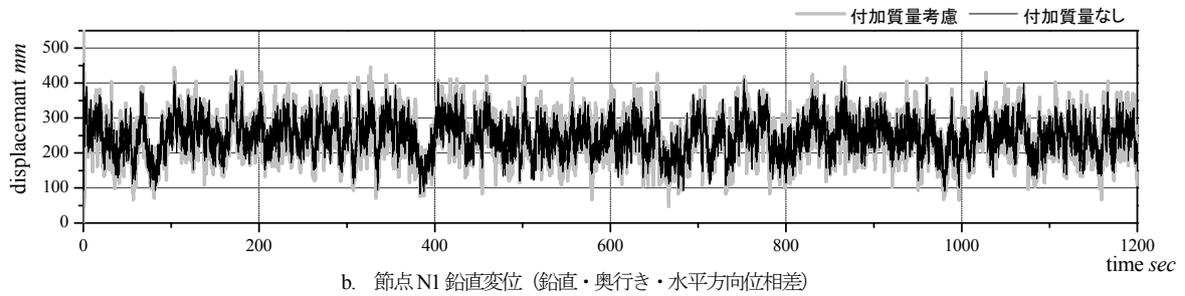
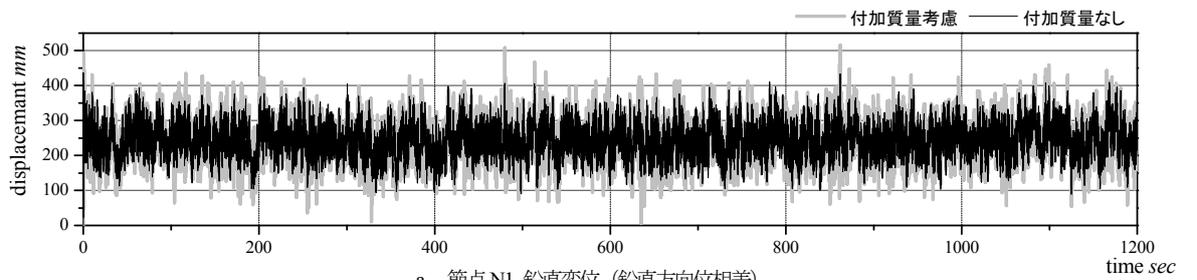
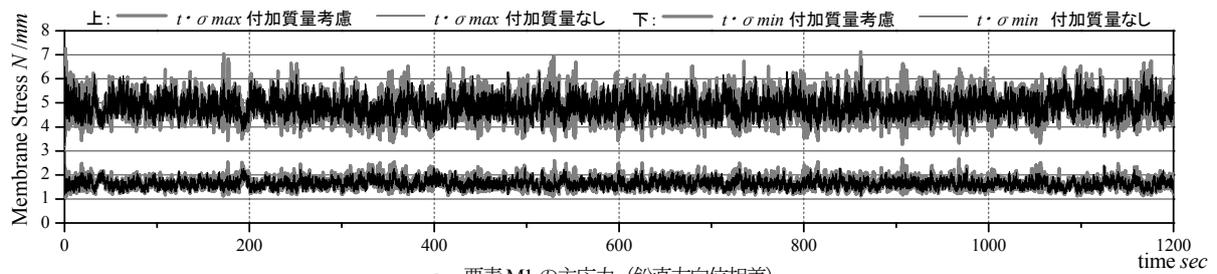
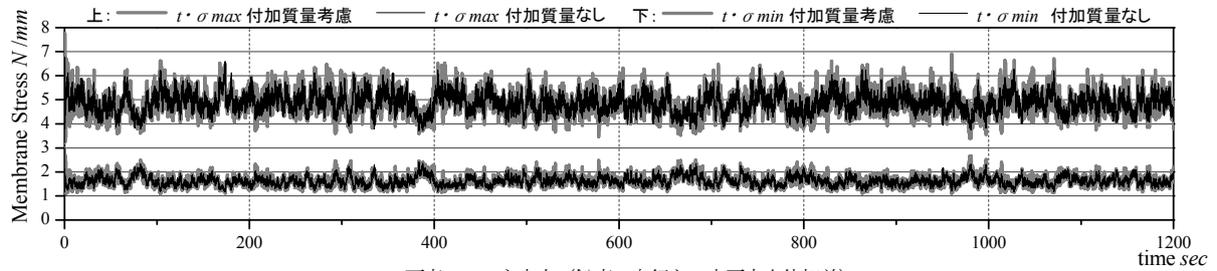


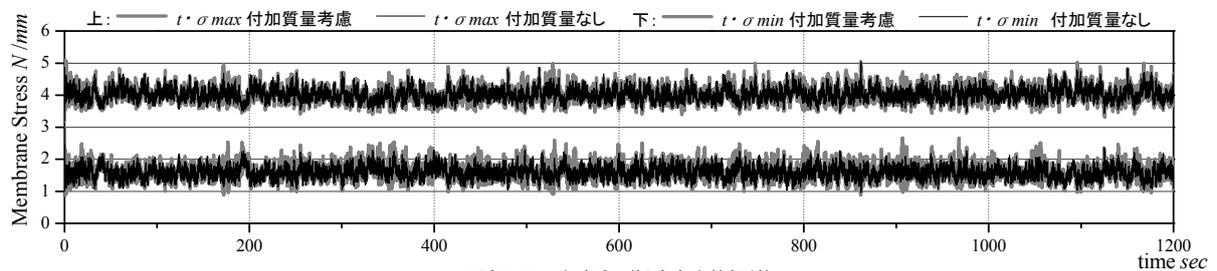
図13 付加質量の有無及び2つの位相差モデルによる節点N1, N2, N3鉛直変位の時刻歴応答



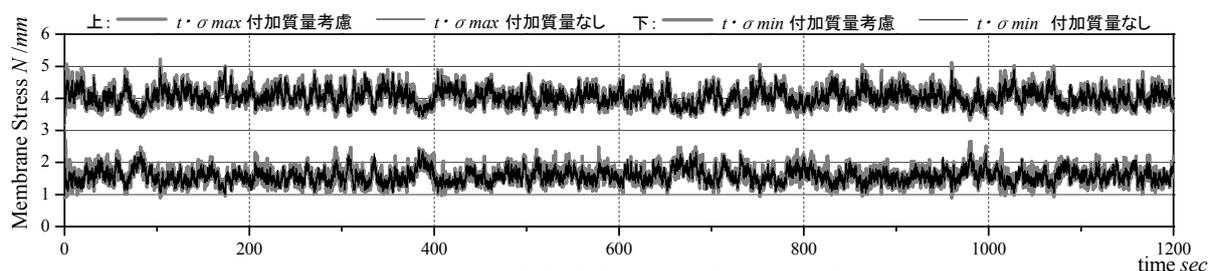
a. 要素 M1 の主応力 (鉛直方向位相差)



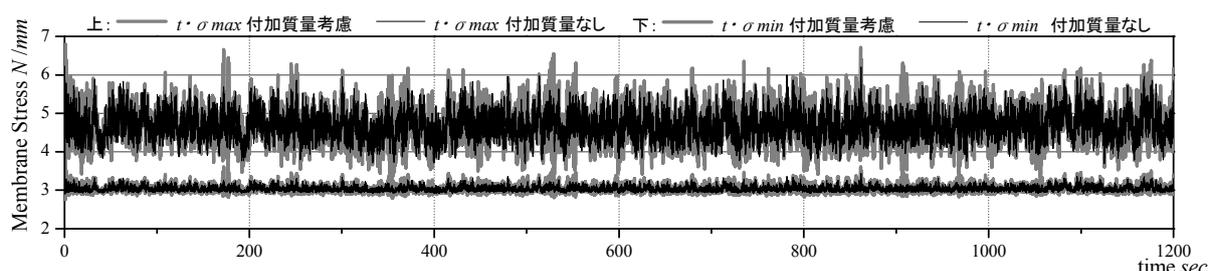
b. 要素 M1 の主応力 (鉛直・奥行き・水平方向位相差)



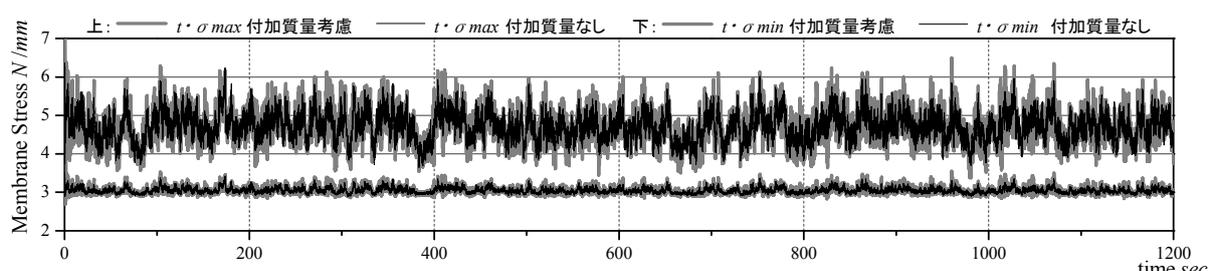
c. 要素 M2 の主応力 (鉛直方向位相差)



d. 要素 M2 の主応力 (鉛直・奥行き・水平方向位相差)



e. 要素 M3 の主応力 (鉛直方向位相差)



f. 要素 M3 の主応力 (鉛直・奥行き・水平方向位相差)

図 14 付加質量の有無及び2つの位相差モデルによる要素 M1, M2, M3 主応力の時刻歴応答

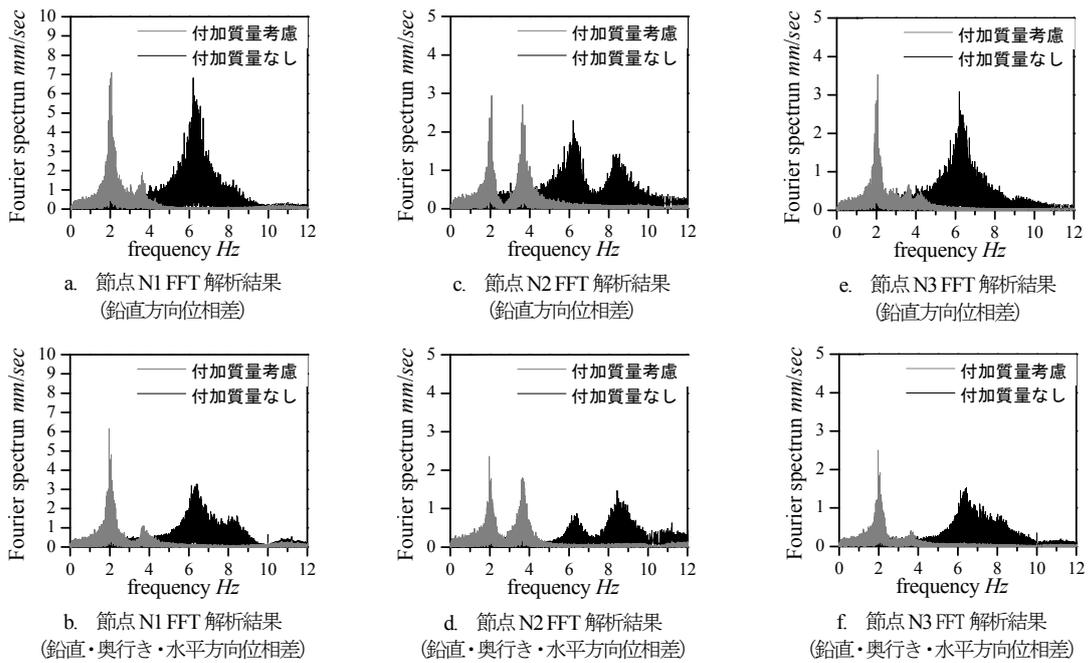


図 15 節点 N1, N2, N3 の時刻歴変位応答に対する位相差モデル毎の FFT 解析結果

表 6 時刻歴応答変位の数値概要

	鉛直方向位相差						鉛直・奥行き・水平方向位相差					
	付加質量考慮			付加質量なし			付加質量考慮			付加質量なし		
	節点 N1	節点 N2	節点 N3	節点 N1	節点 N2	節点 N3	節点 N1	節点 N2	節点 N3	節点 N1	節点 N2	節点 N3
平均 mm	242.64	156.27	127.82	243.31	156.69	127.97	246.982	159.302	129.768	247.307	159.570	129.839
最大 mm	490.99	274.56	251.83	432.92	269.42	229.59	475.098	290.881	237.690	436.121	264.220	232.568
最小 mm	4.07	49.67	26.39	89.39	60.72	51.67	22.501	31.059	25.377	83.293	59.537	46.483
標準偏差	66.20	32.14	30.89	45.48	25.97	23.66	63.023	35.224	30.061	49.448	30.632	25.613

表 7 膜応力の時刻歴応答の数値概要 (最大主応力 $t \cdot \sigma_{max}$)

	鉛直方向位相差						鉛直・奥行き・水平方向位相差					
	付加質量考慮			付加質量なし			付加質量考慮			付加質量なし		
	要素 M1	要素 M2	要素 M3	要素 M1	要素 M2	要素 M3	要素 M1	要素 M2	要素 M3	要素 M1	要素 M2	要素 M3
平均 mm	4.842	4.017	4.686	4.838	4.014	4.683	4.874	4.042	4.715	4.870	4.039	4.712
最大 mm	7.356	5.198	6.905	6.546	5.025	6.224	7.664	5.062	7.140	6.759	4.978	6.360
最小 mm	3.219	3.198	3.200	3.219	3.198	3.200	3.219	3.198	3.200	3.219	3.198	3.200
標準偏差	0.465	0.218	0.416	0.365	0.192	0.327	0.458	0.250	0.410	0.394	0.231	0.354

表 8 膜応力の時刻歴応答の数値概要 (最小主応力 $t \cdot \sigma_{min}$)

	鉛直方向位相差						鉛直・奥行き・水平方向位相差					
	付加質量考慮			付加質量なし			付加質量考慮			付加質量なし		
	要素 M1	要素 M2	要素 M3	要素 M1	要素 M2	要素 M3	要素 M1	要素 M2	要素 M3	要素 M1	要素 M2	要素 M3
平均 mm	1.644	1.594	3.044	1.633	1.585	3.040	1.627	1.576	3.051	1.621	1.571	3.048
最大 mm	2.984	2.968	3.681	2.984	2.968	3.473	2.984	2.968	3.717	2.984	2.968	3.507
最小 mm	1.082	0.839	2.753	1.140	0.966	2.901	1.103	0.939	2.734	1.155	0.967	2.889
標準偏差	0.201	0.227	0.084	0.165	0.186	0.058	0.211	0.236	0.085	0.187	0.208	0.067

解析手順の考え方に対する妥当性の検証はデータの蓄積が必要である。

今後、解析手法の確立と変動風圧分布係数の導入や対象モデルをニューマティック膜構造あるいはケーブル材を含む膜構造の空気の付加質量の影響を調べていきたい。

謝辞

日本大学名誉教授 岩谷祥美博士より、変動風速シミュレーションに関する種々の資料を頂きました。また、九州大学教授 前田潤滋博士より、変動風速データ作成にあたり、水平方向と奥行方向位相差モデルの重要性の指摘を受けました。ここに深謝いたします。

参考文献

- 1) 日本建築学会：空間構造の数値解析ガイドライン，丸善，2001
- 2) 小河利行，熊谷知彦，黒川雄大，田淵浩司，中山昌尚，増田圭司：振動する膜屋根に作用する空気の付加質量，日本建築学会構造系論文集，77(674)，585-591，2012
- 3) 本間俊雄，合田雄策，安宅信行：座標値を未知量とした有限要素技術による張力構造解析の一方法，日本建築学会構造系論文集，602，161-169，2006
- 4) 本間俊雄，森哲也，坂中玲子：膜構造の裁断図解析と静的・動的な応力・変形解析及び発想・設計支援システムについて，膜構造研究論文集，21，1-13，2008
- 5) 本間俊雄，福留正樹：膜構造における形状・応力指定の裁断図解析に関する考察及び試験体模型を用いた形態の定性的確認，膜構造研究論文集，24，9-16，日本膜構造協会，2011
- 6) 黒木涼，本間俊雄，中村達哉：任意境界形状を有する空気膜構造の形状・裁断図同時解析と試験体による定性的形態確認，膜構造研究論文集，26，29-36，日本膜構造協会，2013
- 7) 本間俊雄，佐伯裕介，坂中玲子：座標仮定有限要素法を用いた張力構造の動的解析，膜構造研究論文集，22，25-32，2009
- 8) 安竹涼平，増田圭司，小河利行，佐々木康人，熊谷知彦：強風中の直線推進型HP屋根面の風応答特性 - その2 ALE法導入した流体-構造連成解析 -，日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道)，20529，1057-1058，2013
- 9) 岩谷祥美：任意のパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元の風速変動シミュレーション，日本風工学会誌，5-18，2006
- 10) 竹内真弓，前田潤滋，近藤潤一：変動風速の縦方向成分と鉛直方向成分の相互相関を考慮した多次元変動風速場シミュレーション，風工学シンポジウム論文集，21，25-30，2010
- 11) 藤井文夫，瀧論，萩原伸幸，本間俊雄，三井和男：非線形構造モデルの動的応答と安定性，計算工学シリーズ2，コロナ社，2003
- 12) 伊藤毅：音響工学原論上巻，コロナ社，219-225，1961
- 13) 小河利行，中山昌尚，佐々木康人，増田圭司，熊谷知彦，真木英二郎：HP型サスペンション膜屋根に作用する風圧力の性状と屋根面の風応答 - その2 屋根面の風応答 -，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造B-1，949-950，2008
- 14) 陳商煜：音波を用いた膜構造物の膜張力測定装置の開発，名古屋大学学位論文，2008
- 15) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，丸善，2004

Time-History Response Analysis of Membrane Structure to Consider of Added Mass Effect in Air Using Wind Fluctuation Data

Noriko KUMAMOTO ^{*1)}
Toshio HONMA ^{*2)}
Ikuko SHIMIZU ^{*3)}

SYNOPSIS

The membrane material doesn't have the structural stiffness in general and the shape exists in the uncertainty. Therefore, on the membrane structure, a form-finding analysis and a cutting pattern analysis different from a conventional structure are necessary before the analysis of the mechanical behavior. Because the membrane material is extremely light, the grasp of the mechanical behavior considering the influence of the air reaction with the membrane vibration is important.

In this paper, after the structural morphogenesis analysis (cutting pattern analysis with form finding) is executed to the membrane structure, the numerical example of time-history response analysis of the primary evaluation to consider the added-mass effect in air is indicated. Time history wind loading adopts the fluctuating wind velocity data that consider the phase shift to the perpendicular, depth, and horizontal direction. In the numerical example, the difference of the mechanical behavior by the presence of the phase shift by the fluctuating wind velocity data and the presence of the added-mass addition is clarified by using a HP-shaped suspension membrane structure.

^{*1)} Graduate Student, Dept. of Architecture & Architectural Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima Univ.

^{*2)} Professor, Dept. of Architecture & Architectural Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima Univ., Dr.Eng.

^{*3)} Tekken Corporation