

# インフレーターブルビームのしわ発生後の応力場に関する一考察

秋田 剛<sup>\*1</sup>  
石田良平<sup>\*2</sup>

## 梗 概

本論文では、曲げを受ける片持ちのインフレーターブルビームのしわ発生後の応力場に関する考察を行う。シェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素解析により、しわ発生後の膜面の最小主応力を求める。有限要素解析の結果、しわを生じた状態では、片持ちの固定部に近い部分で、インフレーターブルビームの下腹部がほぼ一定の大きさの圧縮応力状態となることを示し、張力場理論を用いた有限要素解析の結果との関係について考察する。

### 1. はじめに

軽量で収納効率が高く展開性能にも優れるインフレーターブル膜構造は、最先端の医療用ステントや航空宇宙分野など様々な分野に利用されている。インフレーターブル膜構造のもっとも基本的な様式の一つとして、膜素材を筒状に成形し内部に圧力を加えて膜面に引張の膜張力を発生させることで曲げ剛性を有するはりとしての特性を持たせたインフレーターブルビームがある。インフレーターブルビームは、荷重が小さい領域では通常のはりと同様の挙動を示すが、荷重がある程度大きくなると曲げ応力による圧縮力が膜張力を上回り、局所座屈によるしわを生じる。しわ発生後、インフレーターブルビームは構造として機能することができず崩壊する。インフレーターブルビームに関して、理論・実験・数値解析の面から多くの研究がなされている<sup>(1-7)</sup>。

一端固定他端自由の片持ちのインフレーターブルビームに対して、Main 等は張力場理論に基づく座屈荷重の解析解を求めている<sup>(2)</sup>。張力場理論では、膜面の圧縮力を受ける部分の応力を0に修正して解析を行うが、実際の挙動よりも柔軟な結果が出るということが知られている。近年著者ら<sup>(6)</sup>はMain 等の理論を実験的に検証し、解析解と実験結果に一定の差異が存在することを明らかにした。また、一定の圧縮応力を許容する新たなモデルを提案し、より現実の結果に近い解析解および数値解を求めた。著者らのモデルには、許容する圧縮応力の強度に関連したパラメータが必要となるが、これまでは実験と数値解析との荷重変位曲線の比較からパラメータを決定していた。本論文では、インフレーターブルビームを薄肉シェル構造として考え、シェル要素を用いた非線形有限要素法によ

り、片持ちインフレーターブルビームの曲げ解析を行う。また、しわが発生した後の膜面の応力場から、許容する圧縮応力の強度に関連したパラメータについて考察する。

### 2. 解析概要

#### 2.1 解析モデル

解析モデルとして図1に示されるような、全長 $l$ 、半径 $r$ の円筒チューブを考える。円筒チューブは周辺部分の薄膜と先端部分(右端)の円盤により構成され、空気圧 $p$ によって剛性を与えられる。先端の円盤にせん断荷重 $F$ が作用すると、荷重が小さい領域では円筒チューブは片持ちはりとして機能する。荷重が大きくなると固定点(左端)近辺の下腹部の膜が圧縮応力に耐えられなくなり、局所座屈によるしわを生じる。しわ発生後は、円筒チューブは構造として機能することができず崩壊する。

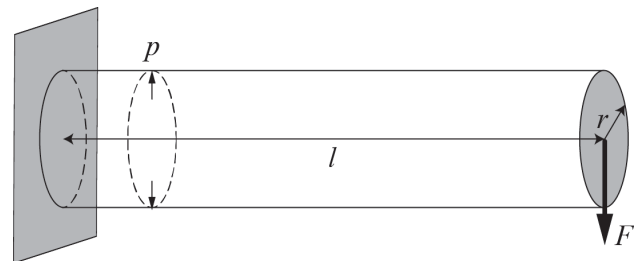


図1 インフレーターブルビームモデル

#### 2.2 解析方法

本解析では、Total Lagrange 法に基づく幾何学的非線形有限要素法により、インフレーターブルビームの解析を行う。インフレーターブルビームは、四節点のMITC(Mixed Interpolation of

\*1 千葉工業大学 機械サイエンス学科 准教授

\*2 大阪府立大学工学研究科 航空宇宙工学分野 准教授

Tensorial Components)シェル要素<sup>8)</sup>により分割され、円周方向の分割数を 128 要素とする。軸方向の分割数は、根本部分にしわが生じることを考慮して、図2に示すように根本から  $l/3$  までの分割数が  $l/3$  から先端までの分割数  $n_a$  の4倍になるように設定する。本論文では、 $n_a=300$  とする。

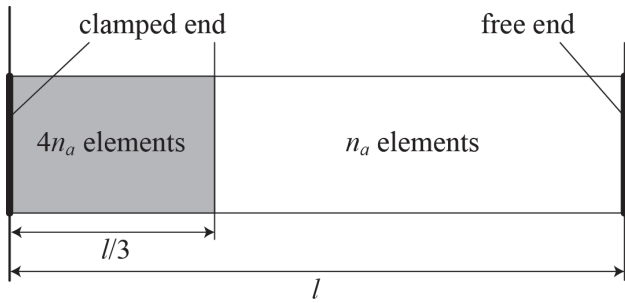


図2 軸方向の要素分割

曲げ解析では、はじめに内圧を作用させたつり合い形状を求め、その状態から荷重  $F$  を適当なステップ幅で増分させて円盤中央に作用させ、変形形状を求める。

### 3. 解析結果

#### 3.1 解析コードの検証

本論文では、MITC シェル要素を組み込んだ In-house コードを用いて解析を行う。はじめに解析コードの妥当性を確認するため、文献4で汎用解析ソフトを用いて行われた片持ちのインフレータブルビームの解析と同一の解析を行った。この解析で用いられる材料定数および解析モデルの寸法は下表の通りである。

表1 材料特性および解析モデルの寸法

Material	Unit	
Young's modulus	[GPa]	2.85
Poisson's ratio		0.35
$l$	[m]	1.0
$r$	[m]	0.05
$p$	[kPa]	20
Membrane thickness	[ $\mu\text{m}$ ]	60

図3に In-house コードを用いて求めた荷重  $F$  と先端変位の関係を、図4に増分解析中の下腹部の固定部近辺の最小主応力分布を示す。最小主応力分布は要素の中立面の積分点で求めている。図4より  $F=7.0\text{N}$  付近で、下腹部にしわが発生していることが確認できた。 $F=7.0\text{N}$  における先端変位の文献4との比較結果を下表に示す。表より両者が良く一致して

表2 解析結果の比較 ( $F=7.0\text{N}$ )

Analysis	Unit	
In-house code	[m]	0.0382
FEM in ref. (4)	[m]	0.0381

いることが確認できる。なお膜面が局所座屈を起こし、しわが発生すると解析が極度に不安定になるが、本解析では通常の荷重増分法により計算可能な範囲で解析を行った。図3のケースでは、 $F=7.28\text{N}$  の荷重まで解を求めることができた。

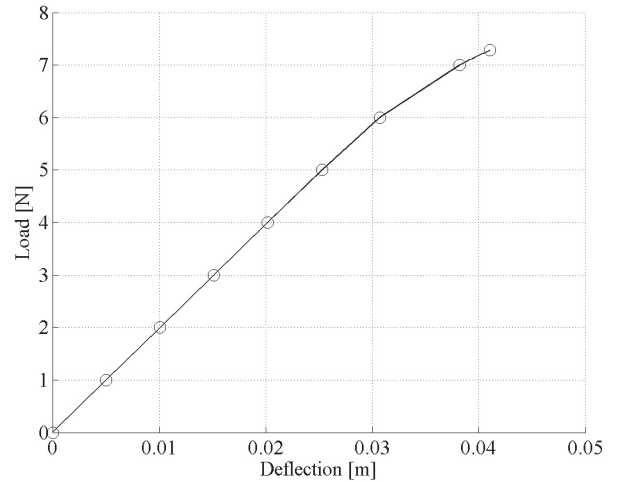


図3 荷重変位曲線

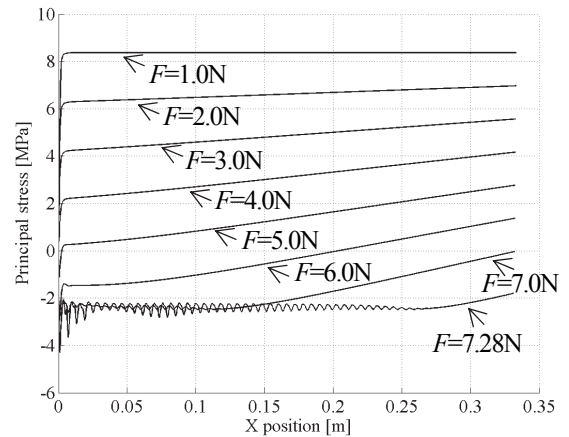


図4 下腹部の固定部近辺の最小主応力分布

#### 3.2 全長を変化させた場合の結果

前節で解析した  $l=1.0\text{m}$  のケースに加え  $l=0.8\text{m}, 0.9\text{m}, 1.1\text{m}, 1.2\text{m}$  の4つのケースについても同様の解析を行った。各ケースの荷重変位曲線を図5に、下腹部の固定部近辺の最小主応

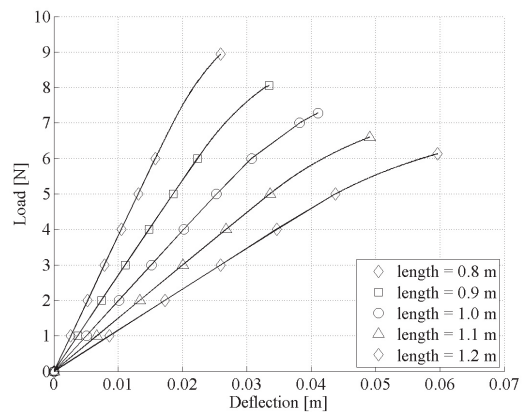
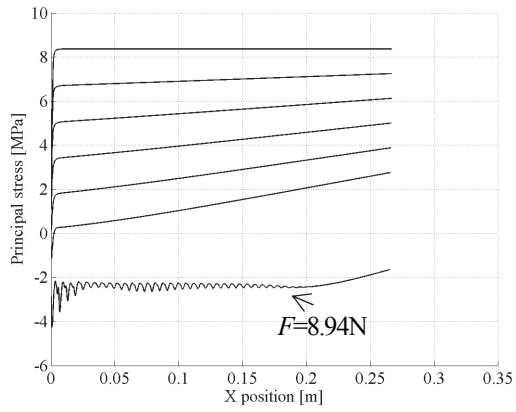
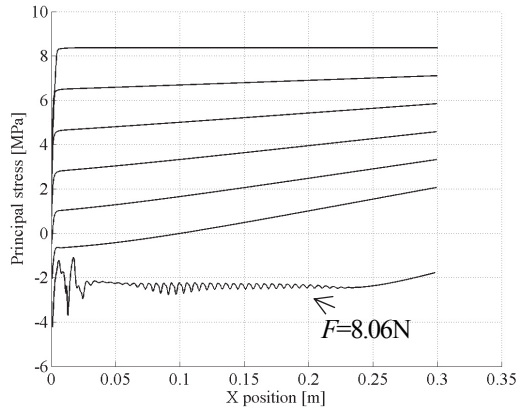


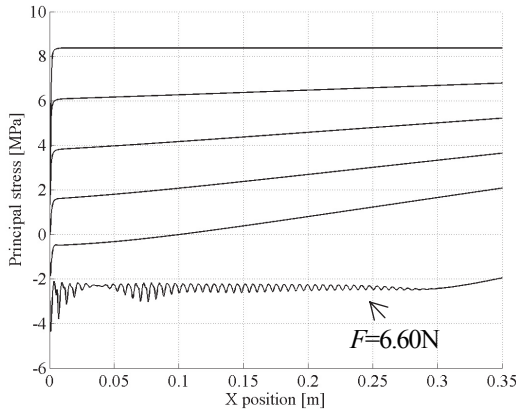
図5 全ケースの荷重変位曲線



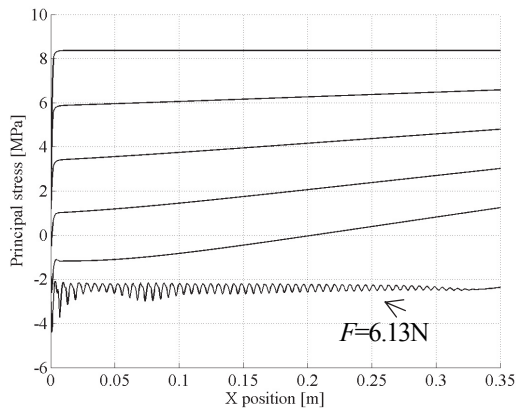
(a)  $l=0.8$  m



(b)  $l=0.9$  m



(c)  $l=1.1$  m



(d)  $l=1.2$  m

図6 各ケースの下腹部の固定部近辺の最小主応力分布

力分布を図6にそれぞれ示す。図6では、増分解析中の応力分布を表示しており、各図のもっとも下側にある曲線が、各ケースで解を求めることができた最大の荷重での応力分布を表している。また要素数を多く設定した左端から1/3までの位置を固定部近辺として表示している。

図5より、インフレータブルビームの全長が大きくなるほど、先端の変位が大きくなることがわかる。次に図4および図6に注目すると、いずれのケースにおいても解析の最終段階で、膜面のしわの影響で応力分布が波状に変化していることがわかる。また、波状に変化している部分の中央値は、多少の差異はあるものの、解析ケースによらずほぼ一定の値となっていることがわかる。この中央値が、薄膜が許容する一定の圧縮応力に対応すると考えられる。

図4および図6において、各ケースの解析の最終段階で波状に変化している部分の中央値を算出するために、左端から300要素までの最小主応力の平均値を計算した。結果を図7に示す。図より各ケースでの値のばらつきは小さいことがわかる。さらに図7において、全ケースの平均値を求めると、-2.43MPaという値が得られた。

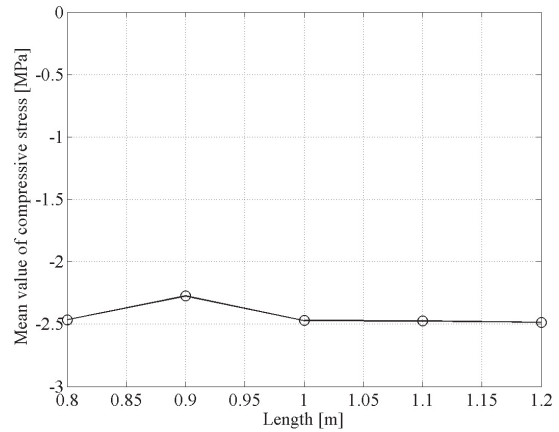


図7 最小主応力の平均値

### 3.3 一定の圧縮応力を許容する張力場モデルとの関係

著者ら文献5,6において、膜面の張力場モデルを一定の圧縮応力を許容するように拡張し、許容する圧縮応力の大きさを調整することで、実験結果とよく一致する解が求められることを示した。文献6において、幾何学的非線形有限要素法に適用可能な修正弾性行列を次式で提示した。

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} E + \frac{\alpha v^2}{\varepsilon_{2w}} & \frac{\alpha v}{\varepsilon_{2w}} & 0 \\ \frac{\alpha v}{\varepsilon_{2w}} & \frac{\alpha}{\varepsilon_{2w}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(\nu+1)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに $E$ はヤング率、 $\nu$ はポアソン比、 $\varepsilon_{2w}$ はリンクルひずみで膜の主ひずみを $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ として $\varepsilon_{2w} = \varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1$ で与えられる。 $\alpha$

は、張力場モデルが許容する一定の圧縮応力である。式(1)の  $\alpha$  の値に図7の平均から求めた-2.43MPaを適用して有限要素解析を行い、MITC シェル要素の解析結果と比較する。

図8に  $l=1.0\text{m}$  のケースで、 $\alpha=-2.43\text{MPa}$  の張力場モデルを使って解析した結果を示す。比較のために圧縮応力を許容しない通常の張力場モデル ( $\alpha=0$ ) の結果もあわせて示す。

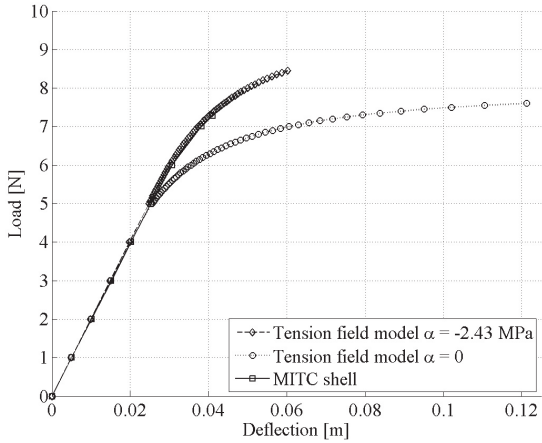


図8 張力場モデルとの比較

表3 先端変位の比較 ( $F=7.00\text{ N}, 7.25\text{ N}$ )

FEM model	Load [N]	Deflection [m]
Tension field model $\alpha=-2.43\text{MPa}$	7.00	0.037
	7.25	0.040
Tension field model $\alpha=0$	7.00	0.061
	7.25	0.075
MITC shell	7.00	0.038
	7.25	0.041

張力場モデルを使った解析では、 $\alpha=-2.43\text{MPa}$  の場合、 $F=8.45\text{ N}$  まで、 $\alpha=0$  の場合、 $F=7.60\text{ N}$  まで解を求めることができた。また、表3にMITC シェル要素の解析で、しわの影響が大きくなる  $F=7.0\text{ N}, F=7.25\text{ N}$  での先端変位の値を示す。図8および表3より、 $\alpha=0$  の圧縮応力を許容しない通常の張力場モデルの解析結果と比較して、 $\alpha=-2.43\text{MPa}$  の張力場モデルの解析結果は、MITC シェル要素の解析結果とかなり良い一致を示すことがわかる。

#### 4. 結論

本論文において、曲げを受ける片持ちのインフレータブルビームのしわ発生後の応力場に関する考察を行った。シェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素解析により、しわ発生後の膜面の最小主応力を求めた。解析対象のインフレータブルビームの全長を変化させた場合でも、しわを生じた状態では片持ちの固定部に近い部分で、インフレータブルビームの下腹部がほぼ一定の大きさの圧縮応力状態となることがわかった。通常の張力場理論では、圧縮応力を受ける部分の応力を0に修正して解析を行うが、実際の挙動よりも柔軟な結果

が出るということが知られている。本論文では、シェル要素の解析から許容する一定の圧縮応力の値を定め、一定の圧縮応力を許容する張力場モデルの解析を行った。この結果は、シェル要素の解析と良く一致するものであった。張力場モデルの解析は、シェル要素を使った解析よりも計算コストが大幅に小さいので、両者の解析を組み合わせることで、効率的に高精度なインフレータブルビームの解析を行うことが可能になると考えられる。

#### 謝辞

This work was supported by Japan Grant-in-Aid for Scientific Research (C) 24560977.

#### 参考文献

- Comer, R. L., and Levy, S., "Deflections of an inflated circular-cylindrical cantilever beam," AIAA Journal, Vol. 1, No. 7, pp. 1652-1655, 1963.
- Main, J., Peterson, S., and Strauss, A., "Load-Deflection Behavior of Space-Based Inflatable Fabric Beams," Journal of Aerospace Engineering, Vol. 7, pp. 225-238, 1994.
- H. Sakamoto, M. C. Natori, and Y. Miyazaki, "Deflection of Multi-Cellular Inflatable Tubes for Redundant Space Structures," Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 39, No. 5, pp. 695-700, 2002.
- S.L. Veldman, S. L., "Design and analysis methodologies for inflated beams," Delft University Press, Delft, 2005.
- 菅沼和敬, 秋田剛, 石田良平, "インフレータブルビームの曲げ特性について," 日本機械学会(A編), Vol. 75, pp. 388-393, 2009.
- 秋田剛, 石田良平, "一定の圧縮応力を許容する張力場モデルの定式化とそのインフレータブルビームの曲げ解析への適用," 膜構造研究論文集 2010, No. 24, pp. 27-34, 2011.
- 横山仁, 古谷寛, "有限要素解析による曲げ荷重を受けるインフレータブルチューブの形状変形特性," 膜構造研究論文集 2011, No. 25, pp. 25-32, 2012.
- Bathe, K. J., and Dvorkin, E. N., "A Formation of General Shell Elements -The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 22, pp. 697-722, 1986.

# A STUDY ON THE STRESS FIELDS IN INFLATABLE BEMAS WITH WRINKLING

Takeshi AKITA <sup>\*1)</sup>

Ryohei ISHIDA <sup>\*2)</sup>

## SYNOPSIS

A geometrically nonlinear finite element analysis of inflated beams based on the Mixed Interpolation of Tensorial Components (MITC) shell elements is conducted. The results show that the minor principal stress fields at the bottom of the beams after wrinkling are almost constant. Then, the constant values of compressive stresses are applied to a modified tension field analysis, which can allow small constant compressive stresses in wrinkled membranes. A numerical example shows that the results based on the modified tension field model are in good agreement with those based on the MITC shell elements.

---

\*1) Associate Professor, Chiba Institute of Technology

\*2) Associate Professor, Osaka Prefecture University