

# 任意境界形状を有する空気膜構造の形状・裁断図同時解析と 試験体による定性的形態確認

黒木 涼<sup>\*1</sup>  
本間 俊雄<sup>\*2</sup>  
中村 達哉<sup>\*3</sup>

## 梗 概

著者らは、サスペンション膜構造を対象に、座標仮定有限要素法による形状・裁断図同時解析を示し、試験体を用いた形態確認を行ってきた。裁断図解析では、有限要素の分割をできるだけ粗くする必要があり、滑らかな裁断線を得るために3次スプライン関数を採用している。その結果、滑らかな曲面形態を構成するものの有限要素の形状(三角形・矩形)により、得られる裁断線が異なることを示した。本論文では、これらデータの蓄積に基づき、解析対象を空気膜構造として任意境界形状を有する曲面形態の形状・裁断図同時解析と得られる裁断図による形態確認を行う。

## 1 はじめに

膜やケーブルに代表される張力材は、初期状態が形状不確定な無応力状態で存在する。膜構造はこれら張力材に張力を導入し、初めて安定した構造剛性を確保する。このような膜構造は、初期形状解析や裁断図解析など特有の数値解析が必要不可欠である<sup>1)</sup>。

著者らは、座標仮定有限要素技術を提案<sup>2)</sup>し、張力構造の形状・裁断図同時解析(最適化)を行ってきた<sup>3)4)</sup>。解析の性質上、可能な限り粗い要素分割による裁断線の決定が重要になる。しかし、サスペンション膜構造の解析では、有限要素の形状(三角形・矩形)の違いから、ライズ・スパン比が大きくなるに従い形状・裁断図同時解析による裁断線が一致しないことが判った。数値計算上の収束性の観点と測地線との対応からは四角形要素の適合性がよい。ただし、試験体実験で確認すると曲面形態は共に滑らかになることを明らかにしている<sup>5)</sup>。

本論文では、解析対象を空気膜構造とする。空気膜構造では、裁断線の決定に比較的粗い要素分割モデルを用いることで、内圧処理が問題になる。また、任意境界を有する空気膜構造は、任意位置で曲率が異なり、曲面を構成する際、皺波の発生に注意しなければならない。まず、基本的な性状の把握に、円形境界空気膜構造モデルの解析例を示す。ライズ・スパン比の違いによる数値結果と試験体による曲面形態の定性的比較を通して解析特性を把握する。次に、任意境界形状を有する空気膜構造モデルに展開する。解析モデルは非対称境界形状の空気膜構造を扱う。以上の数値結果と試験体による形態確認により、任意境界を有する空気膜構造の形状・裁断図同時解析の考え方と手順を示す。

## 2 構造モデルの支配方程式と離散化

### 2.1 平衡方程式

ひずみ $\boldsymbol{\gamma}$ を安定形態の座標値 $\mathbf{X}$ で表現すると、構造モデルの非線形平衡方程式と接線剛性行列は次の仮想仕事式より導かれる<sup>2)</sup>。

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{X}) \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}) d\Omega - \delta \mathbf{X}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{f} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\tau}$ : ベクトル,  $\mathbf{f}$ : 荷重モードベクトル,  $\mathbf{0}$ : 零ベクトル,  $\boldsymbol{\lambda}$ : 荷重パラメータ,  $\Omega$ : 解析領域とする。ひずみは Green ひずみを採用する。

最終的に次式に示す非線形平衡方程式と接線剛性行列が得られる。

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{f}, \boldsymbol{\lambda}) = \int_{\Omega} \mathbf{B}^*(\mathbf{X})^T \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}) d\Omega - \boldsymbol{\lambda} \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{K}_t(\mathbf{X}) = \mathbf{K}_G(\mathbf{X}) + \mathbf{K}_S(\mathbf{X}) \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{K}_G$ : 幾何剛性行列,  $\mathbf{K}_S$ : 線形+大変位行列である。なお、ひずみ $\boldsymbol{\gamma}$ と座標値の関係とひずみ増分と座標増分の関係及び構成関係は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{X} - \mathbf{C} \quad (4.a)$$

$$\delta \boldsymbol{\gamma} = \delta \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{X} + \mathbf{B}(\mathbf{X})\delta \mathbf{X} = \mathbf{B}^*(\mathbf{X})\delta \mathbf{X} \quad (4.b)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}\boldsymbol{\gamma} \quad (5)$$

なお、非線形計算には Newton Raphson 系の解法を用いる。

### 2.2 膜要素(三角形一次要素)の離散化

仮定関数は、安定形態の座標値は次の一次式で与える。

$$X = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y, \quad Y = \beta_4 + \beta_5 x + \beta_6 y, \quad Z = \beta_7 + \beta_8 x + \beta_9 y \quad (6.a-c)$$

$\beta_i$  ( $i=1, 2, \dots, 9$ )は一般化座標、 $(x, y)$ は膜の自然状態における平面直交直線座標である。この仮定に基づき最終的な式(2)

\*1 鹿児島大学大学院 理工学研究科 建築学専攻 大学院生

\*2 鹿児島大学大学院 理工学研究科 建築学専攻 教授 工学博士

\*3 鹿児島大学大学院 理工学研究科 技術職員

に対応する離散化平衡方程式が次式のように得られる。

$$\frac{1}{4S_e} \left( \mathbf{Q}^T \mathbf{X}_e \right) \mathbf{D}_e \left[ \frac{1}{8S_e^2} \left( \mathbf{X}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_e \right) + \mathbf{C}_e \right] - \lambda \mathbf{f}_e = \mathbf{0} \quad (7)$$

ただし、 $S_e$  は要素面積、 $\mathbf{D}_e$  は構成関係行列である。各行列成分は以下の通りである。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}} & \hat{\mathbf{a}} & \hat{\mathbf{c}} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{C}_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\hat{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{a}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \hat{\mathbf{a}} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{b}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{c}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{c}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \hat{\mathbf{c}} \end{bmatrix}$$

ただし  $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]$ ,  $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ b_3]$  とおくと、 $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}^T \mathbf{a}$ ,  $\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{b}^T \mathbf{b}$ ,  $\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{a}^T \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{a}$ ,  $a_i = x_k - x_j$ ,  $b_i = y_k - y_j$  ( $i=1, 2, 3$ ,  $j=2, 3, 1$ ,  $k=3, 1, 2$ )

### 2.3 膜要素(4 節点アイソパラメトリック要素)の離散化

4 節点アイソパラメトリック要素では次の双一次仮定を与える。

$$\mathbf{X} = \mathbf{N} \bar{\mathbf{X}} \quad N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_{oi})(1 + \eta_{oi}) \quad (i=1, \sim, 4) \quad (8)$$

$$\xi_{oi} = \xi \xi_i, \eta_{oi} = \eta \eta_i \quad -1 \leq \xi, \eta \leq 1$$

$$\xi_1 = \xi_4 = \eta_1 = \eta_2 = 1, \quad \xi_2 = \xi_3 = \eta_3 = \eta_4 = -1$$

ただし、 $\mathbf{X}$ : 安定形態の要素任意点座標値、 $\bar{\mathbf{X}}$ : 安定形態の要素節点座標値、 $N_i$ : 形状関数  $\mathbf{N}$  の各節点成分。この仮定に基づき、最終的な式(2)に対応する離散化平衡方程式が次式のように得られる。

$$\int_{\Omega} \left\{ \left( \mathbf{Q}^T \mathbf{X}_e \right) \mathbf{D}_e \left( \frac{1}{2} \mathbf{X}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_e \right) - \mathbf{C}_e \right\} d\Omega - \lambda \mathbf{f}_e = \mathbf{0} \quad (9)$$

ただし、 $\mathbf{D}_e$  は構成関係行列である。 $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{C}_e$  の各行列成分は以下の通りである。

$$\mathbf{Q} = \left[ \sum_{k=1}^3 \mathbf{Q}_{1k}^T \mathbf{Q}_{1k} \quad \sum_{k=1}^3 \mathbf{Q}_{2k}^T \mathbf{Q}_{2k} \quad \sum_{k=1}^3 \left( \mathbf{Q}_{1k}^T \mathbf{Q}_{2k} + \mathbf{Q}_{2k}^T \mathbf{Q}_{1k} \right) \right]^T$$

$$\mathbf{Q}_{jk} = \left[ \mathbf{S}_j \delta_{1k} \quad \mathbf{S}_j \delta_{2k} \quad \mathbf{S}_j \delta_{3k} \right] \quad (j=1, 2), \quad \mathbf{C}_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{S}_1 = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_2 = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{J}| = \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{x} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{y} - \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \mathbf{y} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \mathbf{x} \quad \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$$

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^T$$

なお、数値積分はガウスの2点積分を採用する。

### 3 裁断線決定問題の定式化

裁断図解析における設計変数は、対象とする膜材の自然状態(無応力状態)上の節点座標値(平面上の裁断線座標)である。ただし、未知量の低減と裁断線を滑らかな曲線にするために、裁断線をパラメトリック曲線(3次スプライン曲線)と置き換え、その曲線の制御点を未知量とする。最適化では釣合曲面の座標値と想定形状の残差量の平方和を最小化する以下の形状指定裁断図問題を扱う。

$$\text{Find} \quad \mathbf{x}^* \quad (10)$$

$$\text{to minimize} \quad f(\mathbf{x}^*) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i0})^T (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_{i0}) \quad (11)$$

$$\text{subject to} \quad t \cdot \boldsymbol{\sigma}^L \leq t \cdot \boldsymbol{\sigma}_e \leq t \cdot \boldsymbol{\sigma}^U \quad N/mm \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{x}^*$ : 自然状態の膜面における裁断線(3次スプライン曲線)の制御点座標ベクトル、 $n$ : 最適化対象となる総節点数、 $X_i$ : 形態形成後の膜面上における指定点の全体系座標、 $X_{i0}$ :  $X_i$  に対応する想定形状の全体系座標値、 $P$ : 30mmAq,  $t$ : 膜厚、 $\boldsymbol{\sigma}_e$ : 釣合形状における膜主応力、 $\boldsymbol{\sigma}^L$ : 膜応力下限値、 $\boldsymbol{\sigma}^U$ : 膜応力上限値である。高さ位置の指定点は任意の節点とし、応力評価は要素中心である。制御点配置は各裁断線に沿い、等間隔に4点とした。なお、最適化手法にはSQP法を採用する。

## 4 解析概要

### 4.1 内圧処理手順

三角形要素の内圧処理は、負担面積に対応させ各節点に振り分ける。矩形要素の内圧処理は平面を構成しないため、2つの三角形に分割し、三角形要素と同様の手順をとる。従って三角形に分割する際、バランスの良い分割を与える必要がある。

### 4.2 解析モデル

#### ①円形境界空気膜構造モデル(Model-A)

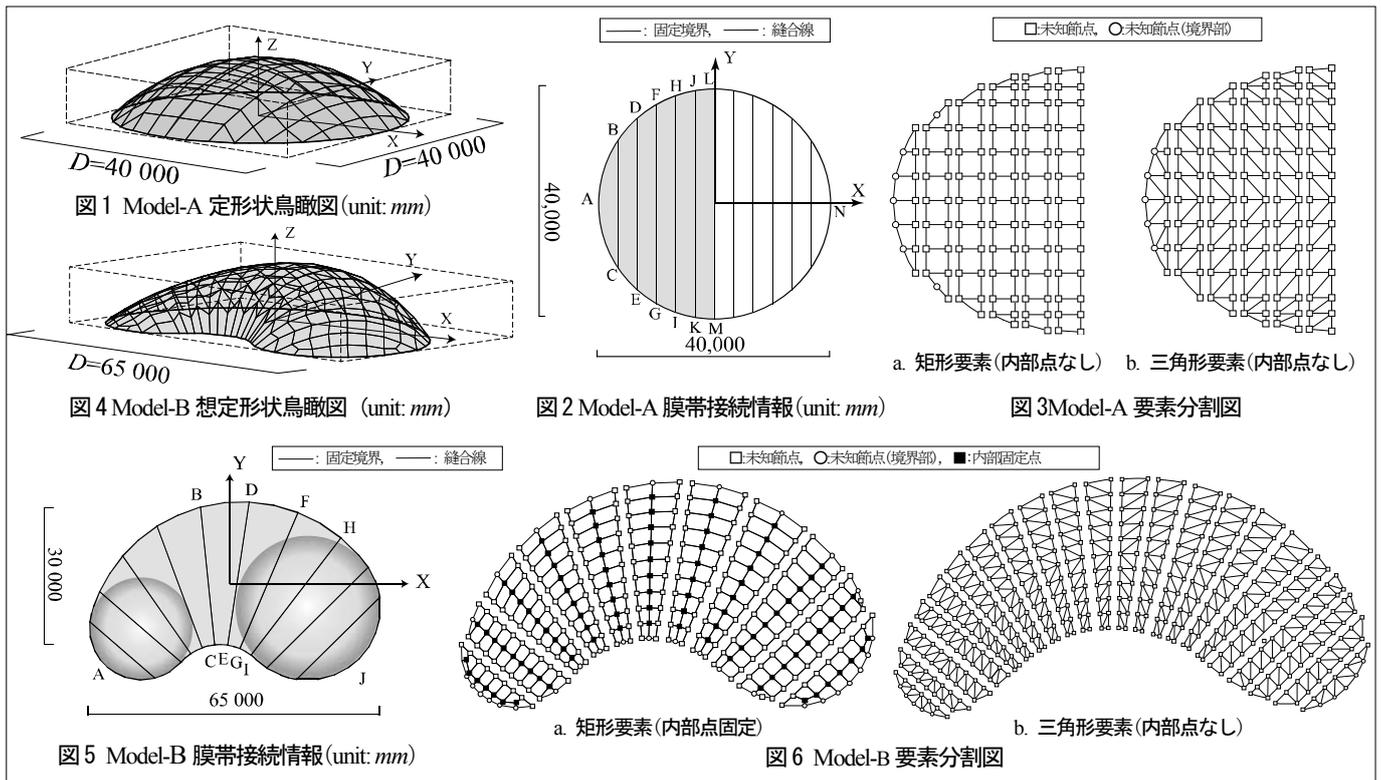
解析対象(Model-A)は図1に示す円形境界空気膜構造モデルである。形状の対称性により図2のハッチング部を解析領域とする。膜材は試験体確認に対応させ、等方性材料を扱い、用いる膜材の諸量を表1に示す。膜帯接続情報は図2に、要素分割図(矩形要素数60 節点数79, 三角形要素112 節点数71)は図3に示す通りである。膜帯の初期要素分割では、節点が内部に配置されるモデルも設定する。この節点を内部点と称し、裁断図において内部点を持たないものを内部点なし、既知量として固定するものを内部点固定、未知量とするものを内部点自由と記す。ここでは、スパン  $D = 40000mm$  とし、頂部高さ  $H = 8000, 9000, 10000mm$  の3種類とする。ライズ・スパン比  $H/D$  はそれぞれ0.2, 0.225, 0.25を用いた。境界条件は円周上の節点を固定とする。

#### ②任意境界形状を有する空気膜構造モデル(Model-B)

解析対象(Model-B)は図4に示す非対称境界形状の空気膜構造モデルである。膜帯接続情報は図5に、要素分割図(矩形要素数208 節点数237, 三角形要素404 節点数229)は図6に示す通りとする。用いる膜材の諸量はModel-Aと同様とするが、収束状況を考慮し、縦弾性係数を1/8とした材料を扱う。最大スパン  $D_{\max} = 65000mm$ 、最小スパン  $D_{\min} = 30000mm$  と設定し、任意位置の高さ指定(1節点及び2節点)のモデルを4つ準備する。Case-1, -2は中央部の1つの節点高さを指定したモデルである。Case-3は2節点の高さを指定する。Case-4は任意位置の節点高さを指定する。Case-1では三角形要素による解析例も示し、矩形要素と比較する。支持条件はModel-Aと同様に周囲境界を全て固定とする。

表1 膜材の諸量

膜厚	$t=0.8mm$
縦弾性係数	$tE_x=tE_y=800 \text{ N/mm}$
ポアソン比	$\nu_{xy}=\nu_{yx}=0.3$
せん断剛性	$tG_{xy}=60.0 \text{ N/mm}$
単位質量	$1.215 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^2$



## 5 試験体による形態確認

### 5.1 試験体モデル・概要

解析は実規模を想定したモデルを扱い、試験体は Model-A に対し、スケールを 0.015 倍に置換したモデル(試験体 A)、Model-B に対し、スケールを 0.026 倍に置換したモデル(試験体 B)である。図 7 に試験体と境界型枠の平面・立面図を示す。試験体 A は円形鋼板を土台とする。試験体 B はレーザーカッターでカットした木板を土台とする。型枠は膜材を覆うことで閉じた空間を構成する。使用膜材は炭不織布である。裁断した膜材は縫合後、型枠の内径に合わせて接合させる。膜と土台との接合部の詳細は図 8 の通りである。図 9 は試験体加圧システム全体の概略である。空気膜構造では内圧を一定に保つことが重要である。内圧は試験体に取り付けである水位差  $H_{mm}$  (水頭圧  $H_{mm}Aq$ ) の測定で確認する。試験体内にはコンプレッサーの利用により空気を送風し、水頭圧  $H_{mm}Aq$  を一定に保つ。膜帯間の縫合は、裁断図にのりしろ部を設け、布用テープによる仮止め後、ミシンにより縫合する方法をとる。縫合した膜材は土台の上に設置し、土台で膜材を挟み、ボルトとナットにより、境界型枠に固定する。

### 5.2 検証方法

縫合膜試験体の曲面形成に対する評価方法は次の 3 つの手順により行った<sup>5)</sup>。①触手による検証:触手により膜面張力の確認と緩み・弛み・重なりの確認をする。確認後、境界部における引張力の調整を再度行う。②光による皺の発生度合の検証:張力場の発生による皺や材の緩み・弛み・重なりによる皺の様子は暗所での試験体に光を当てることで視覚的に確認する。また触手と併用することで皺の判定が可能である。③各節点における解析結果と実測値の比較:モデルの節点位置(Z 方向)を計測し、解析により得られた結果と比較する。節点座標の測定はレーザ

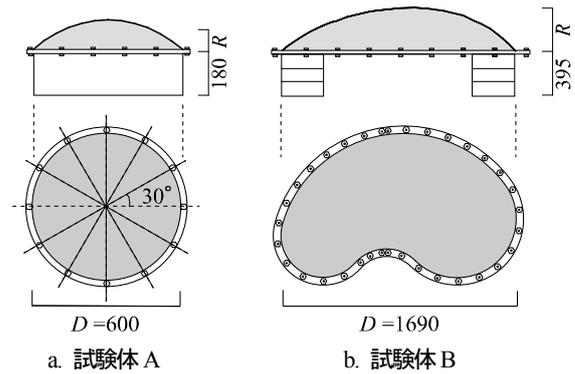


図 7 試験体モデル (unit: mm)

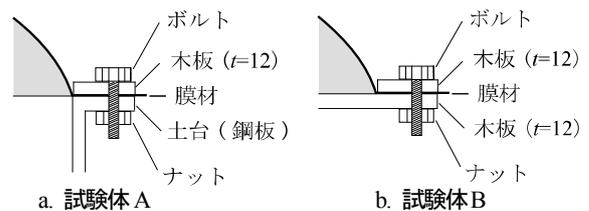


図 8 接合部詳細 (unit: mm)

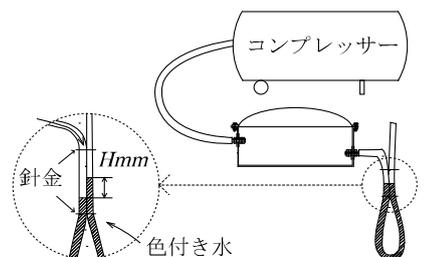


図 9 試験体加圧システム全体と圧力測定

一測定器を用いる。

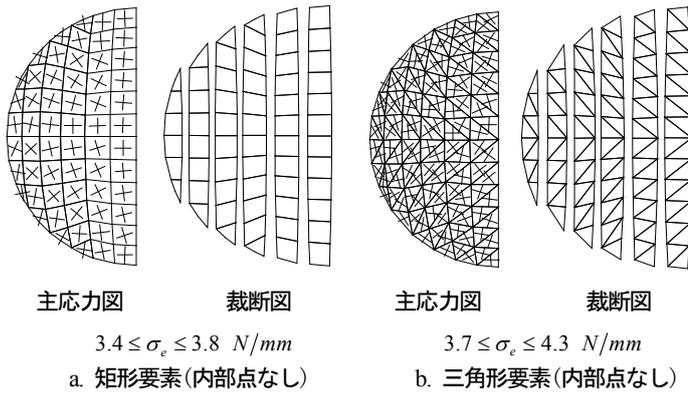


図10 膜応力状態と最適裁断図(Model-A)

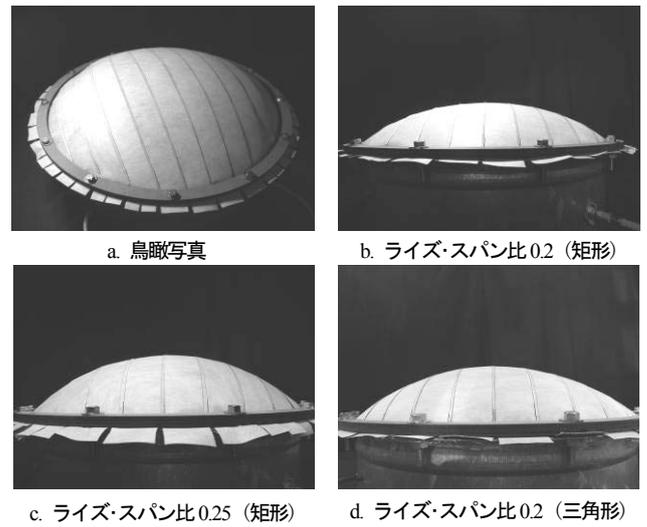
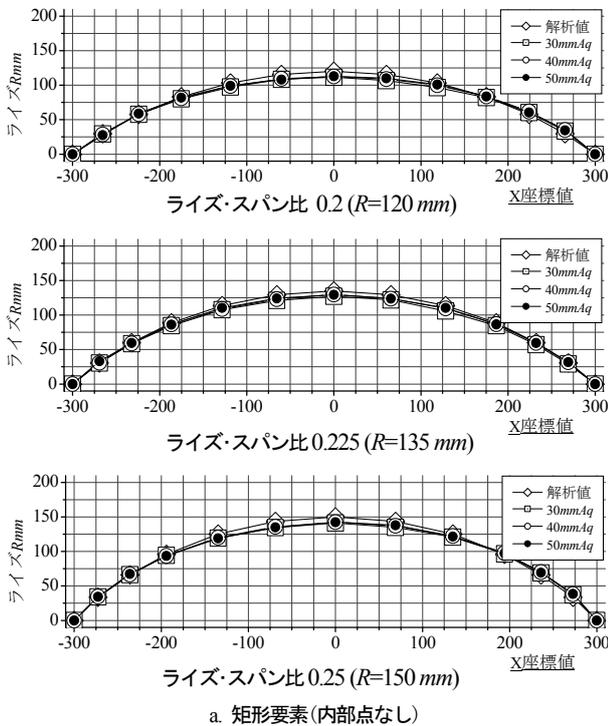


図11 30mmAq 作用時の膜面(Model-A)

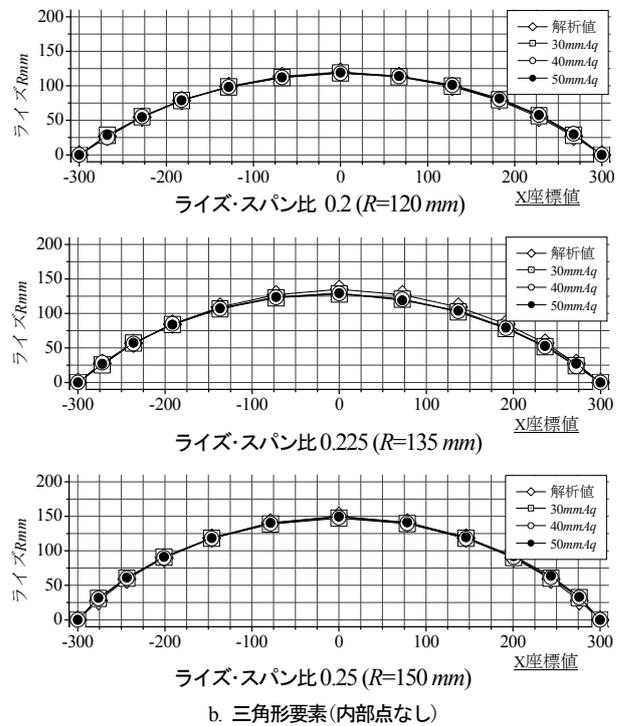


図12 解析値と計測値の比較(Model-A)

## 6 MODEL-A と試験体 A の比較

### 6.1 数値結果

30mmAq を基準とした、ライズ・スパン比 0.2 の解析に絞り、膜応力状態及び最適裁断図を図10に示す。三角形要素は初期要素分割で内部節点を設定すると、要素の潰れが生じて解析不可能に陥る場合がある。矩形要素はすべての初期要素分割に対して、要素の潰れが生じることなく安定した解が得られた。また、制約条件を厳しくしても矩形要素は対応でき、三角形要素に比べて等張力に近い曲面形態を得ることが可能である。一方で、三角形要素は内圧処理計算が容易であるため、三角形要素分割はライズ・スパン比 0.45 (R=18000) まで収束解を得ることができ、高い収束性を示す。矩形要素分割はライズ・スパン比 0.275 (R=11000) まで収束解を得る。この三角形要素の収束性が高いのは、内圧処理に関係していると考えている。なお、一定

曲率の Model-A の場合、三角形・矩形要素に関係なく得られた裁断線は全て一致する。

### 6.2 試験結果と考察

三角形及び矩形要素の裁断図により曲面を形成させた。①触手による検証により、内圧を導入する際、膜面の緩み・弛み・重なりの確認と膜面の張力導入を繰り返す、滑らかな曲面の構成を行った。内部点を持たない要素分割モデルに絞り、30 mmAq 作用時の膜面状況は図 11 の写真で確認される。②光による皺の発生度合いに関しては、想定内圧作用後は、十分な曲面が得られた。圧力の増加(40, 50mmAq)によっても、境界部に緩み・弛み・重なりは見られない。③各節点における解析値と計測値の比較では図 12 より十分近い値を示した。なお、全ての試験結果において、三角形・矩形要素に関係なく数値解と計測値はよい一致を示す。

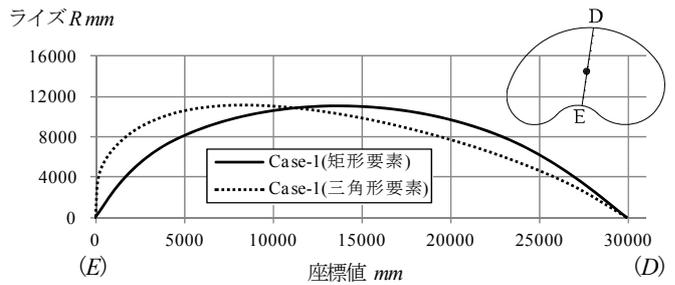
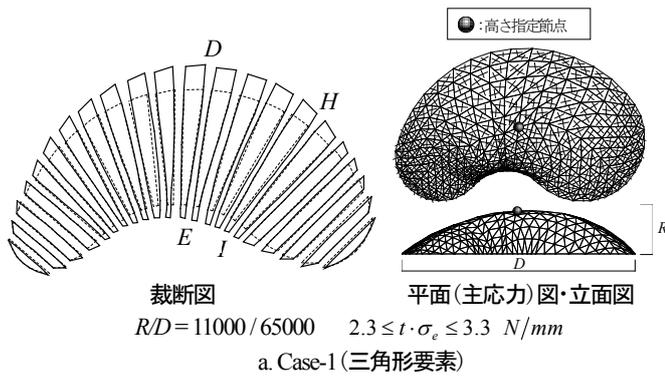


図13 Case-1 (三角形・矩形要素)より得られた空間構造形態のE-Dラインの形状比較

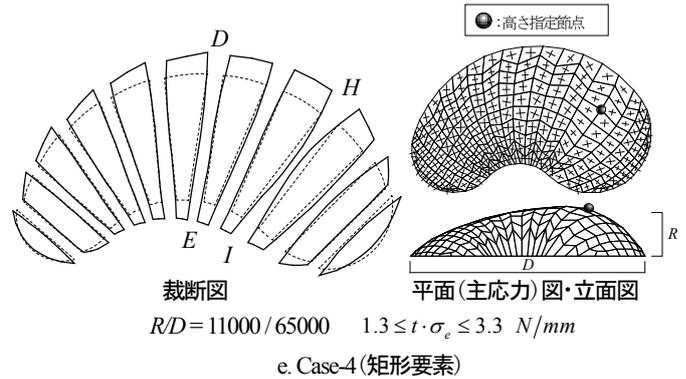
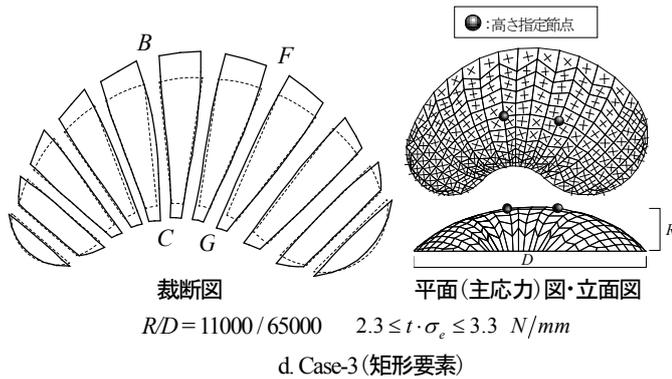
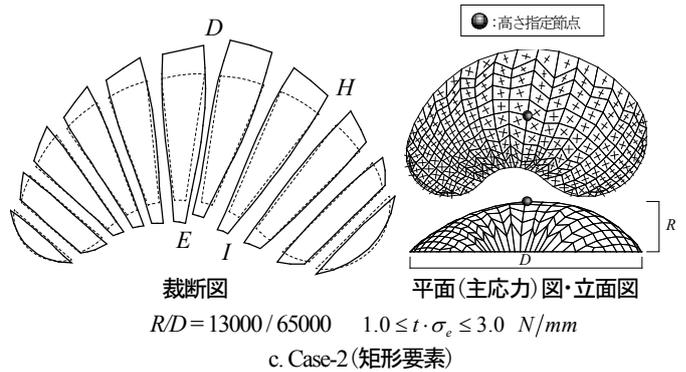
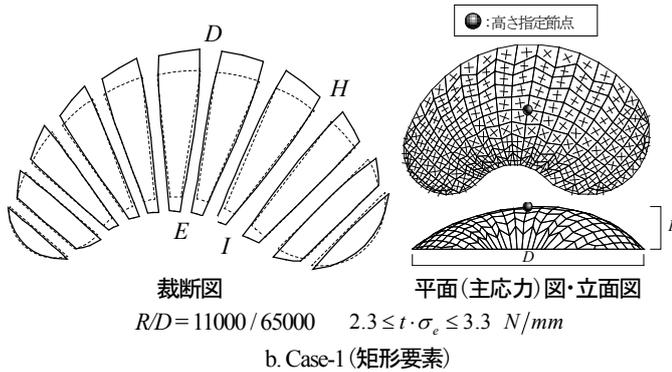


図14 最適裁断面と応力状態 (Model-B)

表2 各モデルにおける膜主応力状態比較

	Case-1 (三角形要素)		Case-1 (矩形要素)		Case-2 (矩形要素)		Case-3 (矩形要素)		Case-4 (矩形要素)	
	$t \sigma_{\max}$ (N/mm)	$t \sigma_{\min}$ (N/mm)								
目標値	$2.8 \leq t \sigma_{\min}, t \sigma_{\max} \leq 3.8$		$2.3 \leq t \sigma_{\min}, t \sigma_{\max} \leq 3.3$		$1.0 \leq t \sigma_{\min}, t \sigma_{\max} \leq 3.0$		$2.3 \leq t \sigma_{\min}, t \sigma_{\max} \leq 3.3$		$1.3 \leq t \sigma_{\min}, t \sigma_{\max} \leq 3.3$	
平均値	3.564	3.096	3.140	2.737	2.776	1.976	3.076	2.666	2.967	2.035
最大値	3.800	3.736	3.300	3.285	3.000	2.976	3.300	3.288	3.300	3.211
最小値	2.921	2.800	2.426	2.300	1.697	1.000	2.302	2.300	1.634	1.300
標準偏差	0.209	0.217	0.190	0.325	0.244	0.577	0.244	0.302	0.352	0.576

## 7 MODEL-B と試験体Bの比較

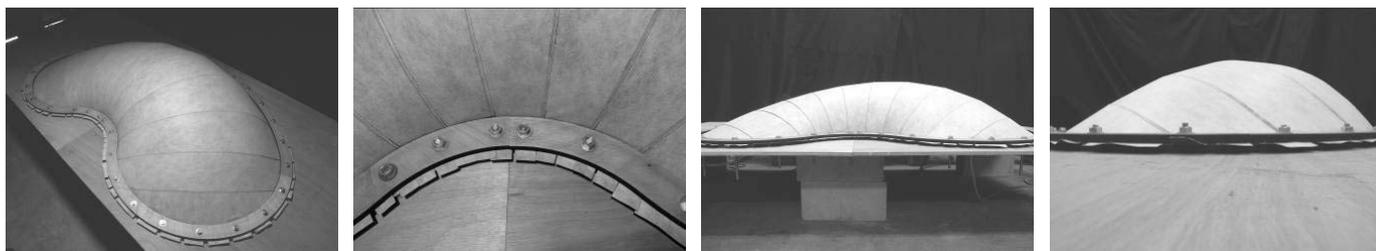
### 7.1 数値結果

作用内圧  $30\text{mm}Aq$  を基準とし、各目標ライズを指定した解析を行った。膜応力状態及び最適裁断面を図14に示す。表2は膜主応力状態である。任意境界を有する空気膜構造モデルに対し、全ての膜主応力が目標応力を満たし、設定高さを維持した形態を得た。

要素形状による解の影響は、形状・裁断面同時解析の結果、図14a, bに示す通りであり、図13に膜面E-Dラインの形状比較を示す。Y軸負側からの形態はほぼ一致するが、E-Dラインの形状は矩形要素がきれいな円弧を描いているのに対し、三角形

要素は曲率変化が大きな境界部周辺でライズが高くなる。これらの結果より、一定曲率でない曲面を有する構造モデルに対し、計算により得られる裁断面は設定要素分割と要素形状に依存することが判る。

Case-2はCase-1より大きいライズ・スパン比を与え、Case-3, 4は中央部とは異なる位置に高さ指定節点を設定したが、ともに収束解が得られ、滑らかな形態を得た。それぞれの得られた裁断面を確認すると、高さ指定節点付近の裁断面幅が広がり、Case-4で顕著に表れる。Case-3, 4が中央1節点の高さ指定した場合と異なる曲面形態を形成したことから、任意の高さ指定節点数、節点位置による解析が可能であることを示している。



a. 試験体全容      b. CEGI 周辺の境界      c. Y 軸負側より撮影      d. X 軸正側より撮影

図 15 30mmAq 作用時の膜面 Model-B; Case-1

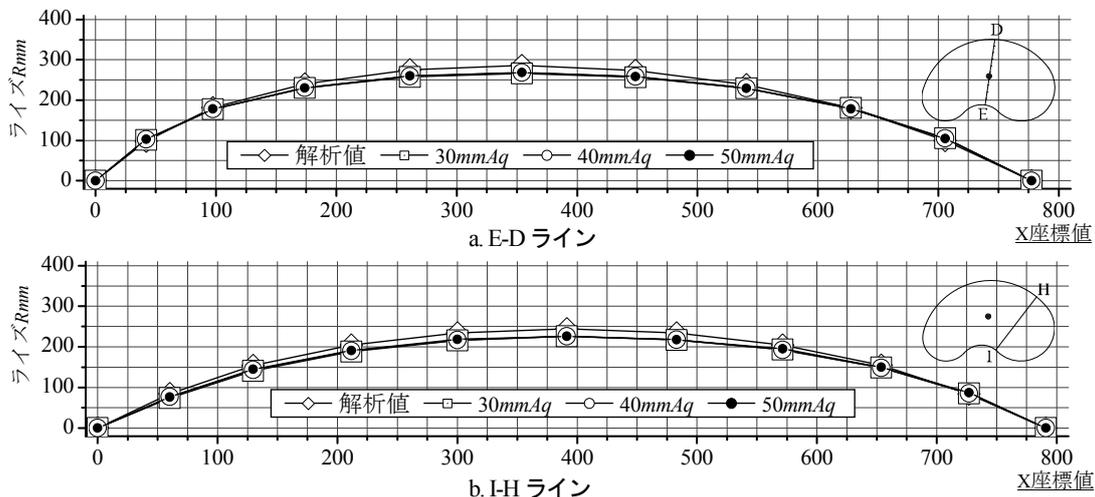
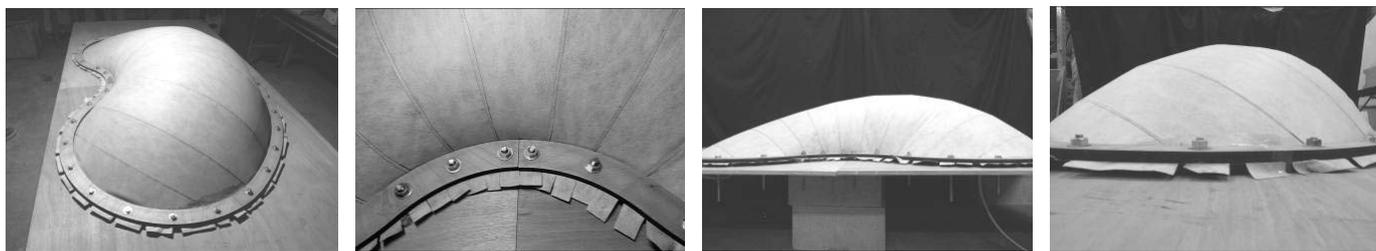


図 16 解析値と計測値との比較 Model-B; Case-1

(Case-1;  $R/D = 11000/65000$ ,  $2.3 \leq t \cdot \sigma_e \leq 3.3$  N/mm )



a. 試験体全容      b. CEGI 周辺の境界      c. Y 軸負側より撮影      d. X 軸正側より撮影

図 17 30mmAq 作用時の膜面 Model-B; Case-2

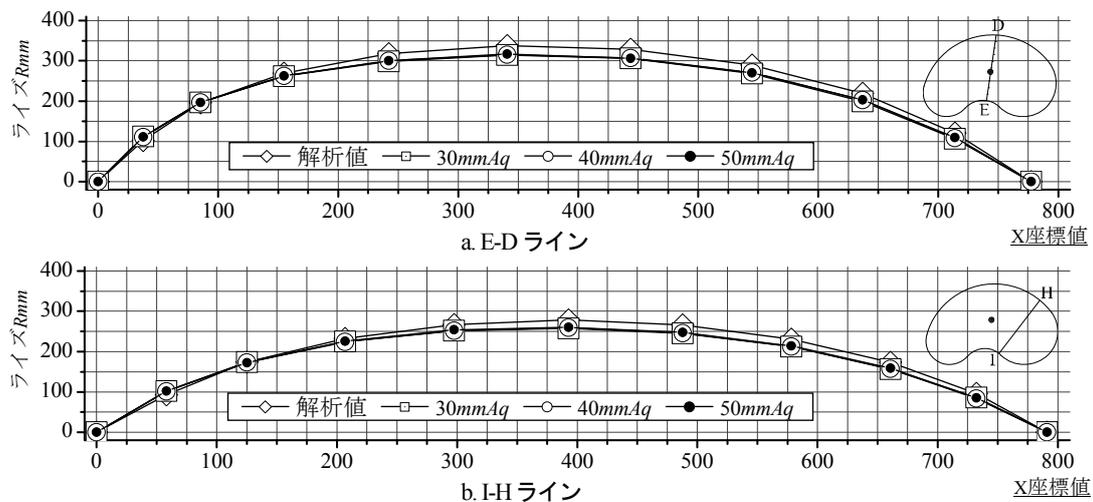
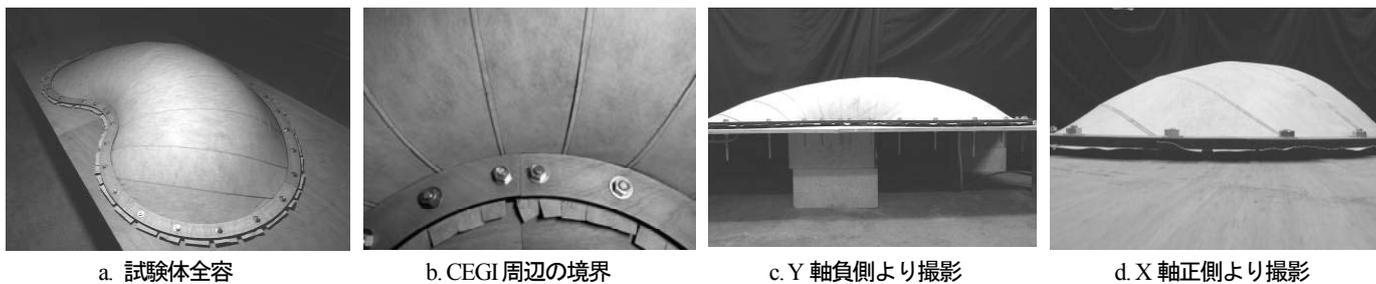


図 18 解析値と計測値との比較 Model-B; Case-2

(Case-2;  $R/D = 13000/65000$ ,  $1.0 \leq t \cdot \sigma_e \leq 3.0$  N/mm )



a. 試験体全容      b. CEGI周辺の境界      c. Y軸負側より撮影      d. X軸正側より撮影

図19 30mmAq作用時の膜面 Model-B;Case-3

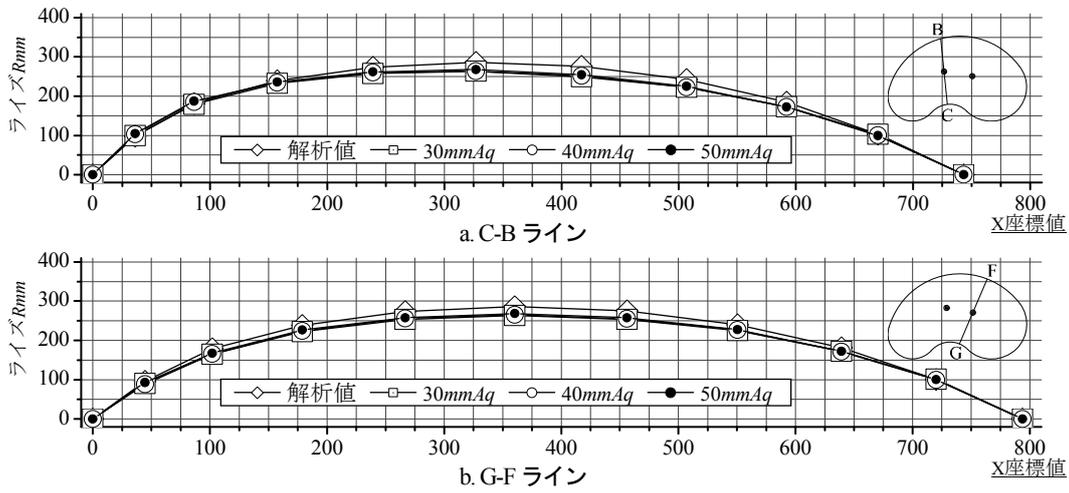
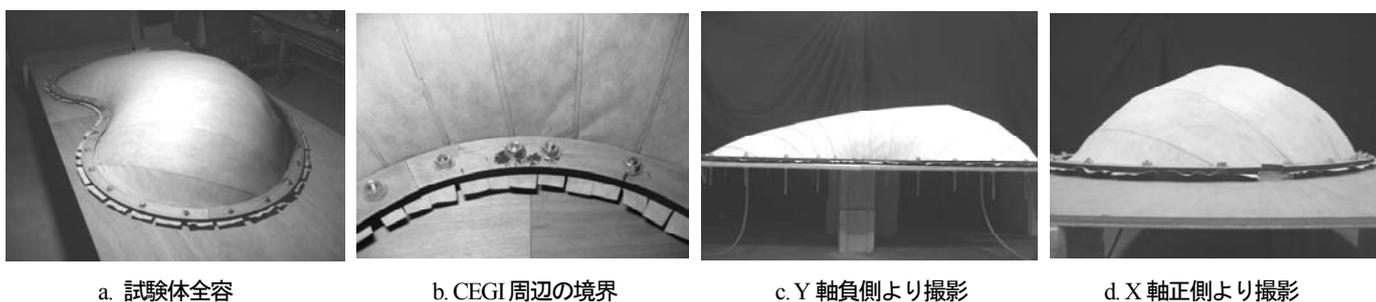


図20 解析値と計測値との比較 Model-B;Case-3

(Case-3;  $R/D = 11000/65000$ ,  $2.3 \leq t \cdot \sigma_e \leq 3.3$  N/mm )



a. 試験体全容      b. CEGI周辺の境界      c. Y軸負側より撮影      d. X軸正側より撮影

図21 30mmAq作用時の膜面 Model-B;Case-4

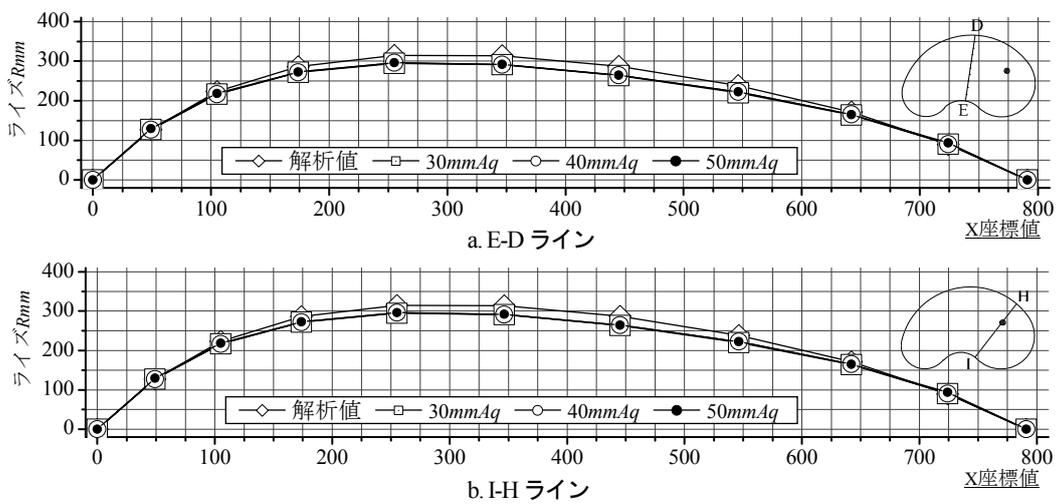


図22 解析値と計測値との比較 Model-B;Case-4

(Case-4;  $R/D = 11000/65000$ ,  $1.3 \leq t \cdot \sigma_e \leq 3.3$  N/mm )

## 7.2 試験結果と考察

円形境界空気膜構造モデルと同様の手順で滑らかな曲面の構成を行った。30 mmAq 作用時の膜面及び解析値と計測値との比較を図 15 - 22 に示す。②光による皺の発生度合いに関しては、内圧作用後の形態は円形境界空気膜構造モデル同様、緩み・弛み・重なりのない十分滑らかな曲面を形成した。曲率変化が大きな境界周辺部も緩み・弛み・重なりのない曲面形状となる(図 15, 17, 19, 21)。圧力の増加(40, 50mmAq)によっても、境界部に緩み・弛み・重なりは見られない。Case-4 は図 22 より高さ指定節点が尖った形態となっているが、これは膜帯の幅が広がったためである。③図 16, 18, 20, 22 の比較対象は安定形態の裁断線高さ位置とし、グラフ右上に比較したラインと高さ指定節点位置を示す。各節点における解析値と計測値の比較では高さ指定をしていない曲面部ラインも、計測値は数値結果とよく一致した(図 16, 18, 20, 22)。矩形要素と異なる形状を示した三角形要素の試験体も解析値と計測値はよく一致し、十分滑らかな曲面を形成した(図 23)。注目すべきことは、任意境界形状を有する空気膜構造モデルの解析において、曲率が一定でないにもかかわらず、曲面形態を構成したことである。SQP 法における応力制約が膜主応力のばらつきをもたらし、それらの膜主応力がバランスよく配置され、想定曲面形態が形成されたと考えている。

## 8 まとめ

本論文では、座標仮定有限要素法を用いた矩形要素により円形境界と任意境界を有する 2 つの空気膜構造モデルを対象に形状・裁断図同時解析を行い、解析結果と試験体との定性的比較検討を行った。円形境界空気膜構造モデルでは、三角形と矩形要素の解析結果を比較し、初期要素分割の設定や複雑な曲面形状に対する適応性は矩形要素の方が高いことを確認した。しかし、内圧処理の精度や収束性は三角形要素の方が高く、矩形要素を用いる場合は要素分割モデルの構成に注意を要する。なお、得られた裁断図は要素に関係なくすべて一致した。任意境界を有する空気膜構造モデルでは、曲率変化が大きい部位に対して、解析により得られる形状は要素形状に依存することを

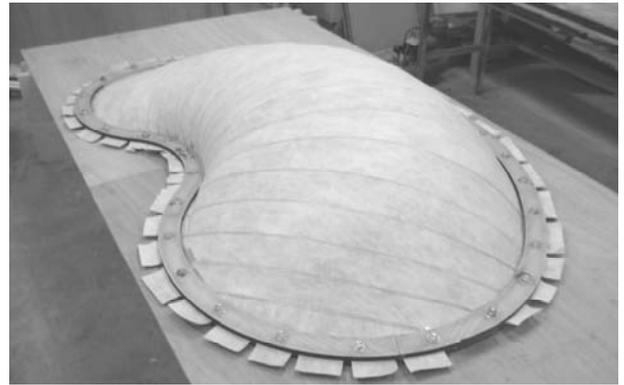


図 23 三角形要素による形状裁断図同時解析結果の試験体

(Case-1 ;  $R/D = 11000/65000$ ,  $2.3 \leq t \cdot \sigma_c \leq 3.3 \text{ N/mm}$ )

示した。境界形状が円形形状、任意形状の解析結果を用いた全試験体は滑らかな曲面を形成し、計測値は解析結果とよく一致を示した。以上より、座標仮定有限要素法を用いた空気膜構造に対する形状・裁断図同時解析の有効性を定性的に示せたと考えている。なお、得られた裁断図を用いて静的・動的応答解析を行う際、要素の細分化を必要とする。

今後は、裁断幅の考慮や補強ケーブル導入のモデル、さらに、実際の膜材を用いた大規模な空気膜構造モデルによる定量的な形態確認実験へと展開する予定である。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会編: 空間構造の数値解析ガイドライン, 丸善, 2001
- 2) T. Honma and N. Ataka: Geometrically Nonlinear Structural Analysis by FEM Using the Coordinate Value on a Deformed Body, INFORMATION, 7(5), 569-583, 2004
- 3) 本間俊雄, 合田雄策, 安宅伸信行: 座標値を未知量とした有限要素技術による張力構造の一方方法, 日本建築学会構造系論文集, 602, 161-169, 2006, 4
- 4) 本間俊雄, 森哲也, 坂中玲子: 膜構造の裁断図解析と静的動的な応力変形解析及び発想設計支援システムについて, 膜構造論文集, 21, 1-13, 2007
- 5) 本間俊雄, 福留正樹: 膜構造における形状・応力指定の裁断図解析に関する考察及び試験体模型を用いた形態の定性的確認, 日本膜構造協会, 膜構造研究論文集, 24, 9-16, 2011, 3

## The Simultaneous Analysis of Form Finding and Cutting Pattern for Pneumatic Membrane Structure with an Arbitrary Boundary Shape and Its Curved Surface Form Confirmation by Test Specimen

Ryo Kurogi <sup>\*1)</sup>

Toshio Honma <sup>\*2)</sup>

Tatsuya Nakamura <sup>\*3)</sup>

## SYNOPSIS

The simultaneous analysis of the form finding and the cutting pattern for the membrane structure has already been indicated by using the finite element technique with coordinates assumption that one of the authors proposed. Its form confirmation is indicated by the test specimen prepared by the cutting pattern of the numerical results, and the effectiveness of the numerical procedure was clarified for the suspension membrane structure. In this paper, the simultaneous analysis of the form finding and the cutting pattern is adopted to the pneumatic membrane structure with an arbitrary boundary shape. In the numerical computation, a smooth curved surface form with a constant curvature and a curvature different according to a position is obtained. Its form confirmation is similarly indicated by the test piece prepared by the cutting pattern of the numerical results. From these results, the finding of our simultaneous analysis for the pneumatic membrane structure with an arbitrary boundary shape is indicated.

\*1) Graduate Student, Dept. of Architecture & Architectural Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima Univ.

\*2) Professor, Dept. of Architecture & Architectural Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima Univ., Dr. Eng.

\*3) Technical Staff, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima Univ.