

弾性梁を組み込んだ円筒膜構造の大変位解析

荻 芳郎^{*1}
石村康生^{*2}
川口健一^{*3}

梗 概

インフレーターブル膜面構造の大変位展開挙動を安定化させるために、大変形可能な弾性梁を組み込んだ構造物を提案している。このような複合構造の大変位挙動を予測するために、本研究では、膜を不安定トラス構造で、弾性梁を回転ばねで繋がった一連のロッド部材でモデル化する。単純な構造物を対象とした数値解析により本手法の有用性を検証した後に、円筒膜を対象とした変位制御による収納・展開挙動の数値解析を行った。その結果、円筒膜のみの場合に比べ、弾性梁を付与する方が収納展開時の形状再現性が良くなることが分かった。また、本手法により、膜の状態を簡易的に推定可能であることが分かった。

1. はじめに

気体を内包する膜構造であるインフレーターブル構造物は、その収納性の良さから、大型軽量の展開構造物、特に宇宙構造物として有用な構造様式である。しかし、インフレーターブル構造物は、膜材料が柔軟であるため、展開挙動の不確定性および内圧減少時の張力喪失による構造不安定性という、2つの本質的な問題を抱えている。このため、これまでいくつか宇宙実証の例はあるものの¹⁻⁶⁾、宇宙構造物として恒常的に利用されているとは未だ言い難い。

本研究では、先に挙げた問題を解決する方法として、大変形可能な弾性梁を組み込んだハイブリッド型のインフレーター

ブル構造物を提案している。本構造概念で期待する特長の一つは、膜の収納性の良さを活かしたまま弾性梁によって膜の大変位展開挙動が安定化する事である。具体的な構造物として、図1に示す円筒マストを考案した。これは、既に多くの宇宙機で実用化されているコイラブルマスト⁷⁾から発想を得たものであり、円筒膜の収納展開経路を弾性梁(ロンジロン)の螺旋変形で導こうとするものである。一方で、コイラブルマスト単体に対する優位性としては、膜構造と一体化させることで、弾性梁の座屈強度を向上させることが出来ると言った点が挙げられる。本研究ではこれまで、試験体の収納展開試行実験(図2)により、提案概念が有用であることを示している⁸⁾。

展開構造物の大変位挙動を予測するために、数値解析技術は重要であるが、無ひずみ大变位を生じる膜構造においては、非線形有限要素解析における接線剛性行列が特異になり計算が進まないなどの困難を伴う。一方、川口らは、特異値分解あるいは一般逆行列を用いた不安定トラス構造の大変位解析法を提案し、空気膜構造のインフレート解析などへの適用例を示している^{9,11)}。

本研究では、弾性梁を組み込んだ膜構造の大変位展開挙動を解析するために、川口らが提案した手法を発展させる。ただし、膜構造はインフレーターブル構造物に限定しない。本報では、弾性梁のモデル化方法を中心に解析手法を述べた後に、単純な構造物を対象とした数値解析により本手法の有用性を検証する。続いて、円筒膜を対象とした変位制御による収納・展開挙動の数値解析を行い、弾性梁の有無による結果の違いを考察する。

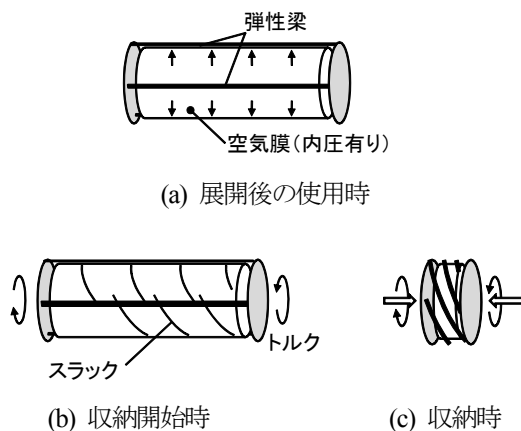


図1. 弾性梁を組み込んだインフレーターブル構造物の概念

*1 東京大学生産技術研究所 特任講師
*2 宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所 准教授
*3 東京大学生産技術研究所 教授

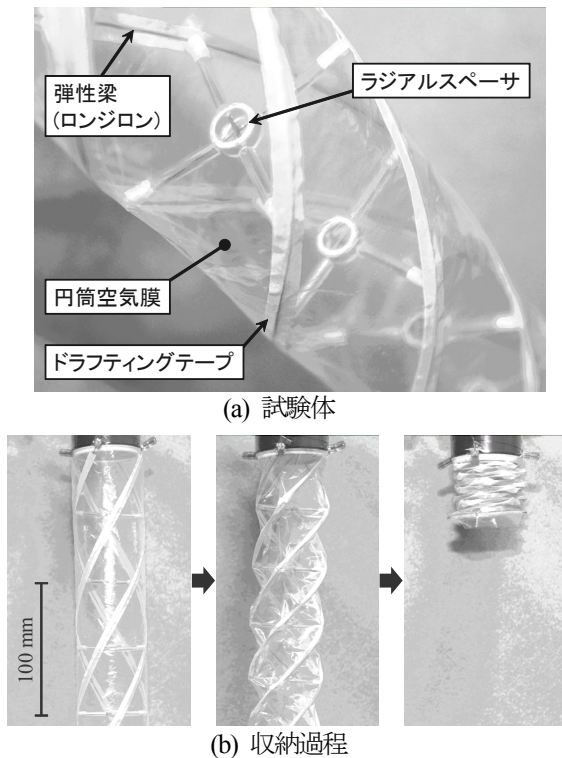


図2. 弾性梁を組み込んだ円筒空気膜の収納展開試行実験

2. 解析手法

2.1 定式化

幾何学的非線形解析における基礎式は次式で表される。

$$\mathbf{K} \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{f} \quad (1)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{u}$ 、 $\Delta \mathbf{f}$ はそれぞれ変位増分ベクトル、荷重増分ベクトルである。また、 \mathbf{K} は接線剛性行列であり、 \mathbf{K}_E を弾性剛性行列、 \mathbf{K}_G を幾何剛性行列として、

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G = \mathbf{K}_{E1} + \mathbf{K}_{E2} + \mathbf{K}_G \quad (2)$$

で表される。 \mathbf{K}_E はさらに、トラス部材の軸方向変形による弾性剛性行列 \mathbf{K}_{E1} と弾性梁の曲げ変形による弾性剛性行列 \mathbf{K}_{E2} とに分けられる。 \mathbf{K}_{E1} と \mathbf{K}_G の計算方法は例えば文献 12) に記述されている。ここでは \mathbf{K}_{E2} の計算方法について説明する。

弾性梁は、回転ばねで繋がった一連のロッド部材でモデル化する。図3はその一部を取り出したものである。弾性梁の捩りによる復元力は考慮しない。節点 i に関し、部材 m 、 n の材軸の相対的な角度を

$$\theta_i = \arccos(\boldsymbol{\lambda}_m^T \boldsymbol{\lambda}_n) \quad (3)$$

のように定義する。ここで、 $\boldsymbol{\lambda}_m$ 、 $\boldsymbol{\lambda}_n$ は部材の方向余弦ベクトルであり、 $\theta_i = 0$ の時に $\boldsymbol{\lambda}_m = \boldsymbol{\lambda}_n$ となるよう正の向きを設定する。また、記号右肩の T は行列の転置を表す。

変形前の弾性梁は真っ直ぐであるとする。節点 i の回転ばね定数を k_{θ_i} とし、弾性梁の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーを

$$V = \sum_i \left(\frac{1}{2} k_{\theta_i} \theta_i^2 \right) \quad (4)$$

で近似する。 θ_i は3節点の座標の関数であり、節点変位を変数として V のヘッセ行列を計算することにより \mathbf{K}_{E2} を得る。

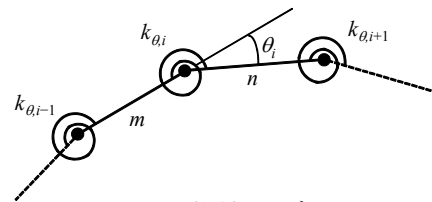


図3. 弾性梁モデル

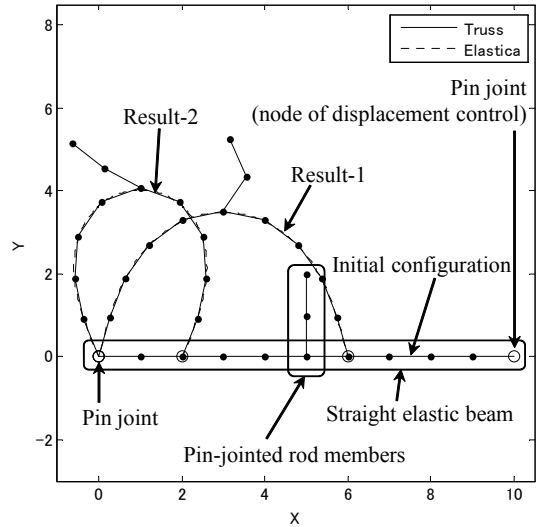


図4. ピン結合したロッド部材を有する弾性梁の座屈後形状

2.2 大変位追跡法⁹⁻¹¹⁾

不安定トラス構造の大変位挙動の追跡にあたっては、最初に $\Delta \mathbf{f}$ を伸び無し変位と伸び変位に対応する2つの直交ベクトル $\Delta \mathbf{f}_1$ 、 $\Delta \mathbf{f}_2$ に分解する。そして、 $\Delta \mathbf{f}_1$ がゼロでなければ、まず伸び無し変位による形状更新を行い、ゼロであれば伸び変位による形状更新を行う。伸び無し変位による形状更新を行う際、幾何学的伸び変位が生じるので、内力ベクトルを不釣合力とし、弾性剛性行列を用いて解消する。反復計算において外力ベクトルと内力ベクトルが釣り合えば計算を終了する。

2.3 単純な構造物による検証

前節で述べた解析手法を二次元空間の単純な構造物で検証する。図4は、両端ピン支持の弾性梁の座屈後形状を求めたものである。ただし、付加構造物として、弾性梁の長手方向中点にロッド部材が2本ピン結合している。弾性梁としてのロッド部材の数は10本である。すべての部材について、軸剛性 $EA = 1000$ 、弾性梁の回転ばね定数 $k_{\theta_i} = 1$ とした(本報の数値計算例において、パラメータはすべて無次元数を用いる)。なお、外力は作用しない。

弾性梁の一端である初期形状における座標(10, 0)の節点を $-X$ 方向に移動するように変位制御を行うと、弾性梁は変形し、例えば図4に示す2つの座屈後形状を得ることができる。これら形状を、併せてプロットしている二次元エラスティカ理論による変形形状と比較すると、両者はほぼ一致している。一方、2本のピン結合ロッド部材は、初期長さのまま繋がった状態を維持してさえいれば、その配置は不定であり、数値解析では特解の一つがそれぞれ求まることになる。

3. 円筒膜の収納展開解析

3.1 膜のモデル化

膜のモデルとして、図5に示す不安定トラスユニットを用いる。4隅（節点番号1,3,5,7）の節点に着目すれば、中間に節点があるため、圧縮に抵抗しない膜の特性を模擬することができると考えられる。本ユニットの繰り返し構造とすることにより、全体構造を膜としてモデル化する。

3.2 解析条件

大変形解析を行う対象は、半径 $R=0.5$ 、高さ $H=1$ の円筒膜構造である。図2に示したマストの2つのラジアルスパー

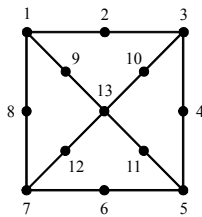
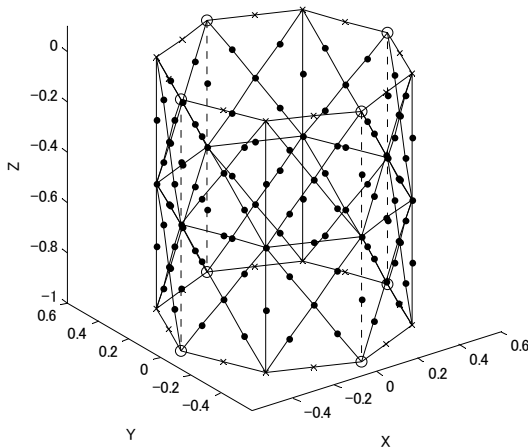
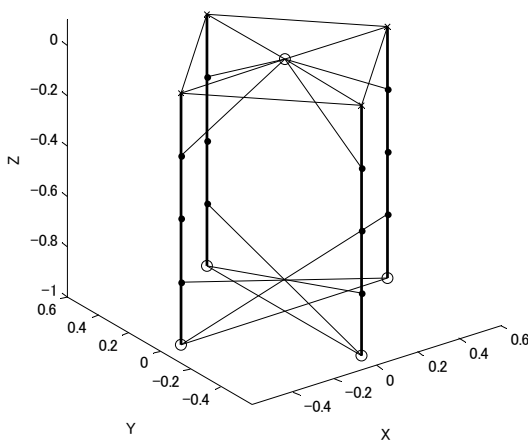


図5. 不安定トラスユニットによる膜のモデル



(a) 膜（破線は弾性梁に置き換える部材）



(b) 弾性梁と変位拘束を与える部材

図6. 解析モデルの初期形状

サで挟まれた1区画を想定している。弾性梁は円周方向に等間隔に4本、母線上に配置されているものとする。解析モデルは円筒に内接する8角柱とした。座標系 XYZ における初期形状を図6に示す。材料定数は図4での解析時と同じとした。

収納・展開の際、円筒膜の捩じりを拘束しないために、概略的には、 $Z=0$ の面は Z 方向変位を拘束し、 XY 面内は円筒中心軸周りに自由に回転できるようにする。一方、 $Z=-H$ の面は、 XY 面内の並進・回転を拘束し、 Z 方向変位を幾何学的非線形解析における変位制御として与える。具体的には以下に示すように、節点に境界条件を与え、必要に応じ剛体拘束として三角形を構成する部材を仮想的に追加する。

- $Z=0, Z=-H$ 以外にある全ての節点変位は X, Y, Z 方向とも拘束しない。
- $Z=0$ の全ての節点変位は Z 方向を拘束し、 $Z=-H$ の全ての節点変位は Z 方向に変位制御として与える。 X, Y 方向変位については以下の例外を除き、拘束しない。
- 弾性梁の両端は、 $Z=0$ および $Z=-H$ それぞれにおいて、4点間の相対距離がラジアルスパーサにより拘束されていると仮定する。また、弾性梁の両端は、ラジアル方向軸周りにのみ回転できるようにする。これらを実現するため、三角形を構成する部材を仮想的に追加する。部材追加方法は $Z=0$ と $Z=-H$ とで異なる。

大変形解析は、図6を初期形状とし、無変位時 $Z=-H$ の全ての節点の Z 座標を $Z=-H$ から $Z=0$ まで 0.02 ずつ移動し、逐次、収束計算で形状を求めていく。これが収納過程である。展開過程は収納過程と逆の変位制御を与えるが、その初期形状は収納過程終了後の形状とする。なお、収納過程の最初の変位制御時（ $Z=-H+0.02$ 時）の、収束計算の最初の1ステップにのみ、 $Z=0$ の全ての節点が円筒中心軸周りに 5° 回転するような変位を初期不整として与えた。

数値計算結果においては、無変位時 $Z=-H$ の節点の Z 座標を $-H$ で割った展開率 α を定義して使用する。 $\alpha=1$ が完全展開状態、 $\alpha=0$ が完全収納状態である。

3.3 弾性梁が無い円筒空気膜の収納展開

弾性梁が無く円筒空気膜のみの構造物の収納展開過程を解析した。部材の軸方向変形のひずみエネルギーは、全部材とも収納展開過程を通じて常にゼロであった。伸び無し変位のみで収納展開が行われている事が分かる。

いくつかの α の値における、得られた形状を図7に示す。本手法では部材同士の接触を考慮していないため、完全収納状態である $\alpha=0$ の時でも、たるみにより $Z=0$ 面以外に移動している節点がある。

収納過程と展開過程とを比べると、 α が同じ時でも両者の形状は異なっており、膜の形状不定性を確認することができる。また、 $\alpha=1$ である初期状態と展開完了後とを比べても形状不定性は表れている。これは、設定した初期形状の弾性梁間の膜が、たるむように余剰に存在するからである。

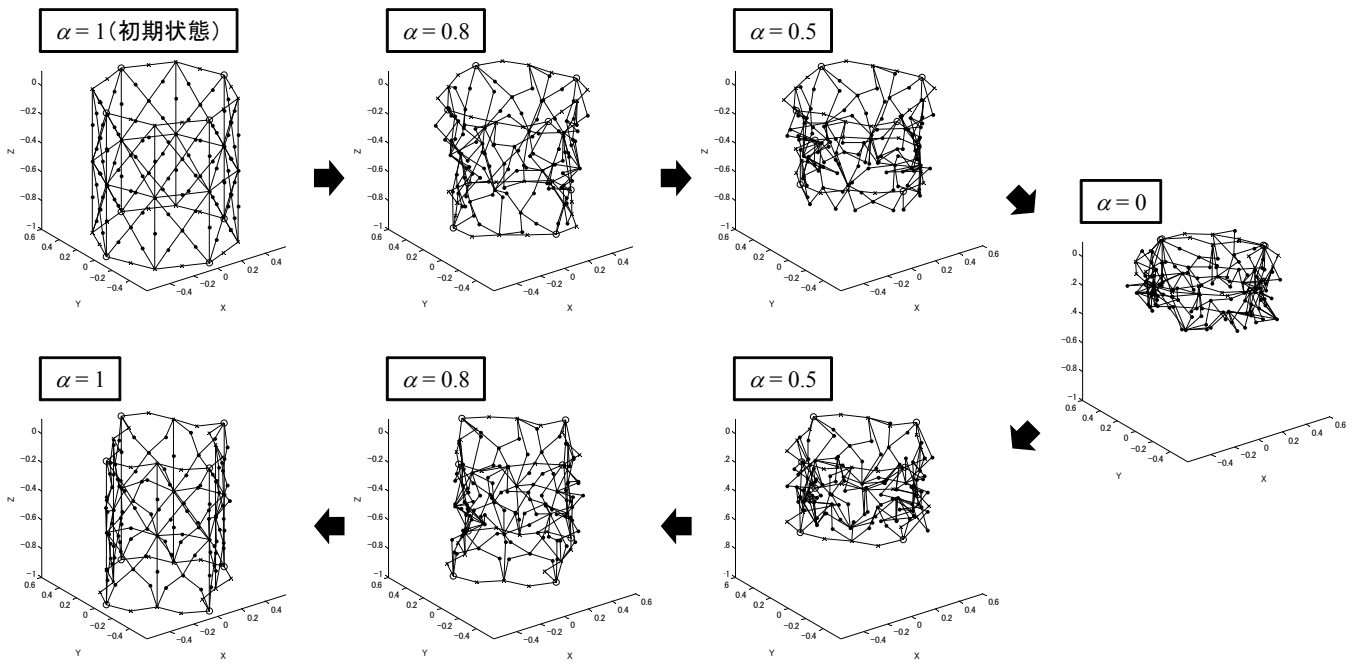


図7. 弾性梁が無い円筒空気膜の収納展開過程における形状

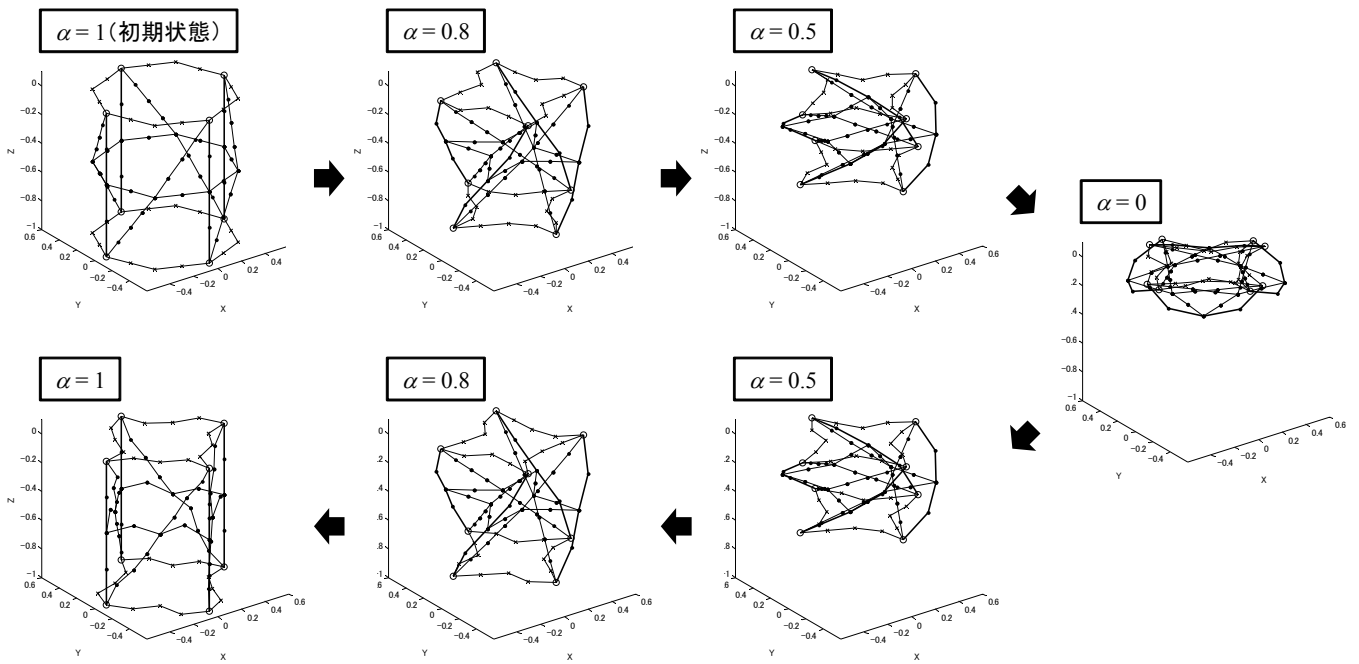


図8. 弾性梁を組み込んだ円筒空気膜の収納展開過程における形状（一部の部材は非表示）

3.4 弾性梁を組み込んだ円筒空気膜の収納展開

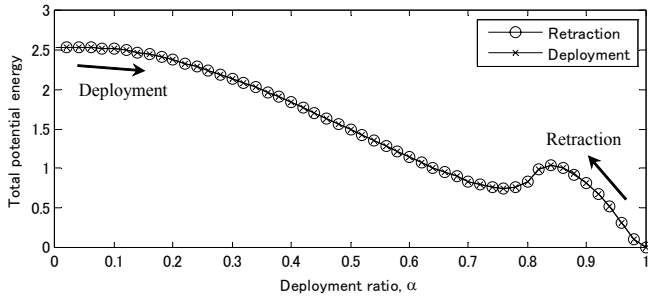
1) 大変位解析による形状

弾性梁を組み込んだ円筒空気膜の収納展開過程を解析した。得られた形状を図8に示す。ただし、図8では弾性梁、初期形状でXY面内を向いている水平部材、および後述の考察で着目する、膜のせん断変形を起こす斜材のみを表示している。図7の弾性梁が無い時と比べると、収納過程と展開過程において同じ α における形状は、表示した部材ではほぼ同じとなっ

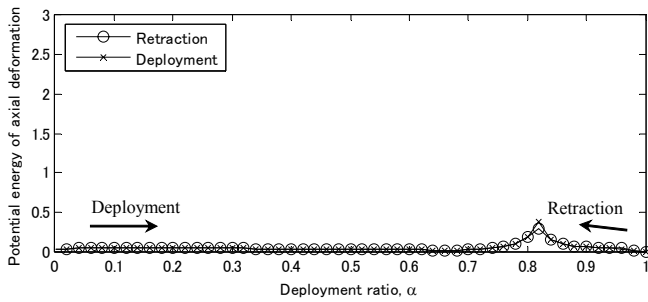
ている。ただし、展開完了後($\alpha=1$)の形状は、弾性梁が無い時と同様に、たるみによる膜の形状不定性が表れている。

2) ひずみエネルギーの推移

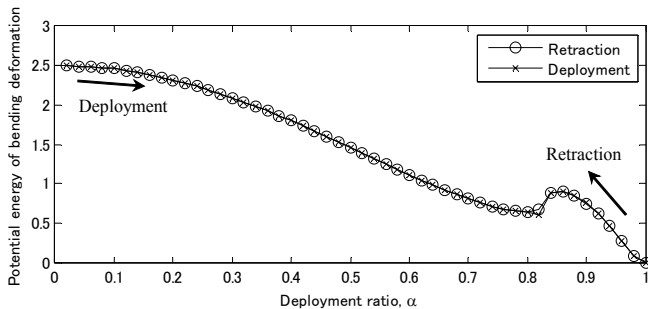
収納展開過程におけるひずみエネルギーについて、構造物全体、うち部材の軸方向変形によるもの、弾性梁を模した回転ばねの変形によるものの推移を図9に示す。収納過程において、構造物全体のひずみエネルギーは、最初ゼロから単調



(a) 構造物全体



(b) 全体のうち部材の軸方向変形によるもの



(c) 全体のうち弾性梁の回転ばねの変形によるもの

図9. 収納展開過程におけるひずみエネルギーの推移

増加し、 $\alpha=0.8\sim0.9$ 付近において極大値を示している。この理由については、次節で部材軸方向ひずみを用いて考察する。ひずみエネルギーはその後、いったん減少するが、再び収納完了まで単調増加する。図9(a)のような曲線を描くことより、本解析で変位制御が適切であったことが分かる。

図9(b)と図9(c)とを比較すると、回転ばねの変形によるひずみエネルギーが全体のひずみエネルギーの大部分を占めていることが分かる。収納過程後半において、回転ばねの変形によるひずみエネルギーが上昇するのは、弾性梁が螺旋状に収納されるからである。

図9では、展開過程は収納過程のほぼ逆経路を辿っており、ひずみエネルギーの視点では収納展開時の形状再現性が表現できていることが分かる。

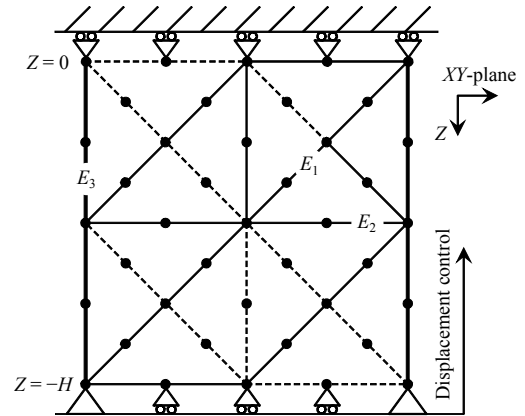


図10. 弾性梁間の円筒膜の展開図
(破線は収納展開過程で常にひずみゼロの部材)

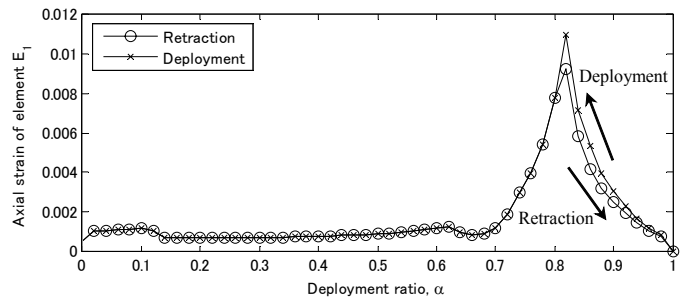


図11. 部材 E_1 (斜め方向部材) の収納展開過程における軸方向ひずみの推移

3) 部材軸方向ひずみ

収納展開過程における個々の部材の軸方向ひずみの推移を考察する。図10は、2本の弾性梁に挟まれた円筒膜の1/4領域(円周のうち中心角 $\pi/2$ の円弧に該当する部分)を平面に展開したものである。 $Z=0$ と $Z=-H$ の節点の境界条件も模式的に示した。破線で示した線分は収納展開過程で常にひずみがゼロの部材である。収納時、 $Z=0$ の節点の円筒中心軸周りの回転により、図10の展開図では $Z=0$ の節点が右に移動するように膜はせん断変形する。図10に示す3部材(E_1, E_2, E_3)の、収納展開過程における軸方向ひずみの推移を図11~13に示す。ひずみの符号は伸びを正としている。

各部材いずれにおいても、 $\alpha=0.8\sim1$ 付近、つまり収納開始時と展開終了時の経路が異なっている。最も伸び変形を経験するのは、図10における部材 E_1 を含む対角線上の斜め方向部材であり、 $\alpha=0.82$ で最大のピークを示している(図11)。つまりこの時、円筒膜は大きなせん断変形を受けていることが分かる。図9で観察された $\alpha=0.8\sim0.9$ 付近でのひずみエネルギーの極大値はこのためによるものと考えられる。

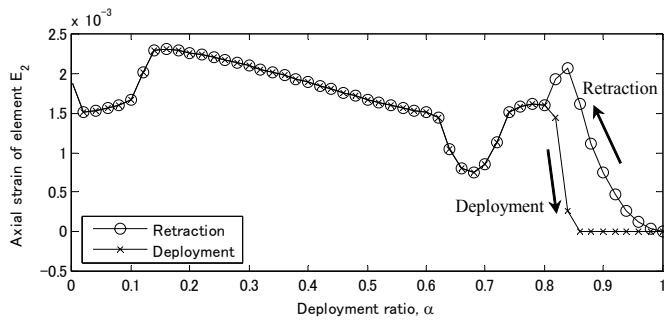


図 12. 部材 E_2 (水平方向部材) の収納展開過程における軸方向ひずみの推移

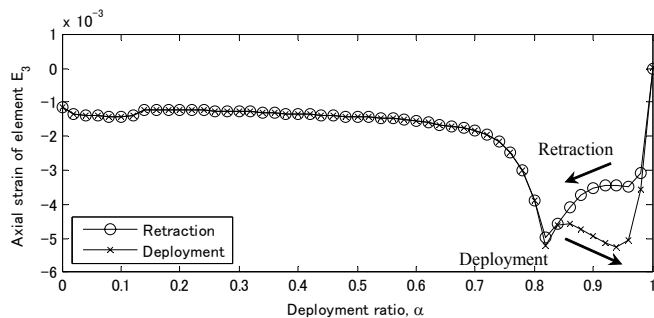


図 13. 部材 E_3 (弾性梁に相当する部材) の収納展開過程における軸方向ひずみの推移

図 12 より、収納過程の $\alpha=0.62\sim 0.16$ において、ひずみは漸増している。図 8 の $\alpha=0.5$ における形状を観察すると、対応する水平部材は XY 面内に広げられている。これは、弾性梁が螺旋状に収納される際にラジアル方向外側にはらみだすのを、水平部材が拘束しているためである。

図 13 に示されているように、部材 E_3 を含む弾性梁に相当する部材の軸方向ひずみは負になっている。本構造の収納は弾性梁が圧縮を受ける方向であるため、本解析でもそれを再現できていることが分かる。

4. まとめ

数値計算例より、膜の変位の不定性が模擬できており、同時に膜の応力・ひずみ状態を簡易的に推定可能であることが分かった。本手法の弾性梁モデルでは、部材同士の角度をもとにひずみエネルギーを計算するため、捩じりによる復元力は表現していない。しかし、不安定トラス構造モデルでも多くの有益な情報を得ることができる。

円筒膜の収納展開過程の数値計算例より、本研究で提案している、弾性梁付与による膜の大変位挙動の安定化が示された。膜の大変位挙動を、すべての領域において常に安定化させることは困難である。膜の一部分の、不定性による可動範囲のある範囲に収めるよう設計する方が現実的と考えられる。そのための数値解析技術として本手法は有用である。

謝辞

本研究は、科研費 (23760765) および財団法人能村膜構造技術振興財団による助成を受けて行われたものである。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) D. L. Clemmons: The Echo I Inflation System, NASA TN D-2194, 1964.
- 2) R. E. Freeland, G. D. Bilyeu and G. R. Veal: Development of Flight Hardware for a Large, Inflatable-Deployable Antenna Experiment, IAF-95-1.5.0.1, 46th International Astronautical Congress, Oslo, Norway, Oct., 1995.
- 3) D. S. Adams: Mars Exploration Rover Airbag Landing Loads Testing and Analysis, AIAA 2004-1795, 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Palm Springs, CA, Apr. 19-22, 2004.
- 4) K. Higuchi, Y. Ogi, K. Watanabe and A. Watanabe: "Verification of Practical Use of an Inflatable Structure in Space," Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Space Technology Japan, Vol. 7, No. ists26, 2009, pp. Tc_7-Tc_11.
- 5) 佐原宏典, 渡部武夫, 渡邊秋人, 伊藤裕明: インフレータブル伸展ブームの開発と観測ロケットによるその実証, 航空宇宙技術, Vol. 11, 2012, pp. 15-22.
- 6) 樋口, 青木, 宮崎, 荒木, 古谷, 泉田, 岸本, 角田, 石村, 石澤, 酒井, 渡邊, 川端, 堀, 伊藤, 渡辺, 及川, 倉富: インフレータブル方式伸展マスト宇宙実証のための「きぼう」曝露部搭載実験装置の開発, 第 52 回構造強度に関する講演会講演集, JSASS-2010-3021, 2010, pp. 52-54.
- 7) T. Kitamura, K. Okazaki, M. Natori, K. Miura, S. Sato and A. Obata: Development of a "Hingeless Mast" and Its Applications, Acta Astronautica, Vol. 17, No. 3, 1988, pp. 341-346.
- 8) 荻芳郎, 石村康生: 弾性梁により補剛された円筒空気膜構造の展開と収納, 第 27 回宇宙構造・材料シンポジウム, CD-ROM, 相模原, 2011 年 12 月.
- 9) 川口健一, 半谷裕彦: 特異値分解を用いたトラス構造物の大変位解析, 計算工学講演会論文集, Vol. 2, 1997 年 5 月, pp. 1195-1196.
- 10) 川口健一, 兼光知己, 河野義裕, 田中太, 真柄栄毅, 八ツ繁公一: 特異値分解を用いた不安定架構大変位解析法の応用例, 計算工学講演会論文集, Vol. 3, 1998 年 5 月, pp. 23-26.
- 11) 川口健一: 一般逆行列と構造工学への応用, コロナ社, 東京, 2011.
- 12) 池田清宏, 室田一雄: 構造系の座屈と分岐, コロナ社, 東京, 2001.

Large Displacement Analysis of Cylindrical Membrane Structure Incorporating Elastic Beam

Yoshiro Ogi ^{*1)}
Kosei Ishimura ^{*2)}
Ken'ichi Kawaguchi ^{*3)}

SYNOPSIS

In this study, we propose a method to stabilize large displacement behavior of membrane used for deployable structures, by incorporating elastic beams permitting large deformation. For the purpose to estimate the large displacement behavior of the hybrid structure, the membrane is modeled as unstable truss structure, and the elastic beams are modeled as series of rod members connected by rotational springs. After validating the analytical method numerically by using a simple structure, numerical calculations of retraction and deployment processes of a cylindrical membrane structure is executed. The results showed that the shape repeatability during retraction and deployment improved, by incorporating the elastic beams. Furthermore, it was found that the method could preliminarily estimate the state of membrane.

^{*1)} Project Lecturer, Institute of Industrial Science, the University of Tokyo

^{*2)} Associate Professor, Institute of Space and Astronautical Science, Japan Aerospace Exploration Agency

^{*3)} Professor, Institute of Industrial Science, the University of Tokyo