陳 坤*1

川口 健一*2

梗 概

張力材によって補強された骨組に関する既往の研究では、外力を受ける骨組に、補剛の目的でケー ブルなどの張力材を付加した構造について、その補剛効果を考察する例は多い。負圧型空気膜構造で は膜やケーブルなどの張力材が気圧荷重を直接に負担する。これらの張力材は骨組に荷重を伝達する とき、骨組の座屈挙動を拘束する場合がある。

本論文では、このような荷重を伝達する張力材が座屈を補剛する効果(外力補剛効果)について調査 し、数値計算スキームを提案する。Guyed tower とアーチのモデルを解析例として、外力補剛効果によっ て補剛された骨組の座屈挙動を考察する。さらに、モデル実験で外力補剛効果とこのスキームの有効性 を実証する。

1. はじめに

空気膜構造には正圧型と負圧型が存在する。負圧型空気膜 構造では、正圧型より基礎部分を軽量化できる可能性があり、 仮設シェルター等として応用する場合に施工を簡素化できる 可能性がある。

著者らは、図(1)の(a)と(b)に示すようにアーチ状の骨組と骨 組に固定せずに被せた膜から成る2種類の単層負圧型空気膜 構造を実際に作成し、負圧型空気膜構造の基礎部分は特別な 重量を必要としないことを確かめた(図1(b))。一方、図1 の(a)と(b)のように、大きな負圧を作用させると骨組の座屈現 象が発生することを観察した。



図1 負圧型空気膜構造の骨組の座屈現象

負圧型空気膜構造では、主にケーブルや膜などの張力材が 外部の荷重を骨組に伝達するが、外力を伝達する張力材が骨 組の座屈挙動を拘束する効果についての研究は著者らの知る 限り存在しない。一方、アーチ構造は主に軸力を伝達する合 理的な構造なので、これらの効果を利用すると負圧型空気膜 構造の骨組などを軽量化できる可能性がある。著者らは、負

*1 東京大学大学院工学系研究科 建築学専攻 大学院生 *2 東京大学大学院生産技術研究所 教授・工博 圧型空気膜構造の実験で観察された座屈挙動を、膜の伝達す る荷重を直接内部の骨組に与えた場合の解析結果と比較し、 座屈モードについてはよく対応することを確認した¹⁾。本論 文では、負圧型空気膜構造のように外力を受ける張力材の補 剛効果について基礎的な研究を行うことを目的とする。

2. 外力補剛効果の概念

既往の研究には、外力を受ける骨組に、補剛の目的でケー ブルなどの張力材を付加した構造について、その補剛効果を 研究した例は多い²³⁹。これらはほとんどの場合、補剛材の 張力材は主に初期張力として導入されている場合が多い。本 論文で外力による座屈補剛効果(外力補剛効果)と区別するた め、前述の既往の研究の補剛効果は既往補剛効果と呼ぶこと にする。

本論文では、ケーブルなどの張力材が外部の荷重を受け、 外部の荷重の増加とともに骨組の座屈を拘束する効果を調査 する。

まず、アーチを例として挙げる。図2の(a)と(b)にそれぞれ 既往補剛効果と外力補剛効果を示す(図2の中、Fとfは外部 の荷重、Tはケーブルの張力である)。



3. 数値計算スキーム

外力による座屈補剛効果について調査するため、数値計算 を行う。有限要素法の剛性方程式は

K•
$$\Delta U = F$$
 (1)

 ここに、F=P-Q である。P は外力ベクトル、Q は内力

ベクトルである。

接線剛性マトリクスKの逆行列K⁻¹の代わりにムーア・ペンローズ一般逆行列K⁺を用いると、変位増分 Δ Uの一般解は以下の形に表される⁴。

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{K}^{+}\mathbf{F} + [\mathbf{I} - \mathbf{K}^{+}\mathbf{K}]\boldsymbol{\alpha}$$
(2)

αはI(単位マトリクス)と等しい次元の任意のベクトルで ある。式(2)の右辺の第1項(特解)は伸び変形を表し、第2項(余 解)は伸びなし変形(剛体変形)を表す。

まず、与えられた外力を伸び変位に対応する成分 f_1 と、伸びなし変位に対応する成分 f_2 に分解する必要がある。

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{K} \, \mathbf{K}^+ \, \mathbf{F} \tag{3}$$
$$\mathbf{f}_2 = [\mathbf{I} - \mathbf{K}^+ \, \mathbf{K}] \, \mathbf{F} \tag{4}$$

のようになる。

(2)により伸びなし変位 ΔU は次式に簡単に対応させること ができる。

$$\Delta \mathbf{U} = \boldsymbol{\beta} \mathbf{f}_2 \tag{5}$$

ここに、βは任意のスカラーである。

本論文の外力補剛効果の数値計算例については、張力材は ケーブルと仮定する。また、ケーブルには初期張力を導入し ない。図3に外力補剛効果の数値計算スキーム(枠の中は既 往補剛効果の数値計算スキーム)を示す。



図3 外力補剛効果の数値計算スキーム

ステップ③とステップ④が既往補剛効果の数値計算スキー ムである。ステップ③は釣合状態に達するまでの繰り返し収 束計算である。ステップ④で構造の分岐点の判断を行う。弾 性保存系の安定性の判別則により構造の接線剛性マトリクス が正定値にならなければ、構造が不安定になると判断する⁷⁾。 数値解析には、分岐点の座屈荷重は接線剛性マトリクスの最 小固有値が負になる前の正の値に対応する荷重とする。

ケーブルの初期状態を直線とする場合、初期張力を導入し ない直線のケーブルは、軸方向と直交する荷重を与えると、 ケーブルの節点が荷重方向に対応する弾性変位を得ることが できない。そこで図3に示すスキームのステップ①の式を用 いて剛体変位に相当する強制変位を導入する。その後、ケー ブルの幾何剛性マトリクスでは非零の成分が生じるため、ス テップ②の式を用いてケーブルの軸方向と直交する方向の弾 性変位が得られ、ケーブルの釣合状態が求められる。

一方、ケーブルの初期形状を曲線とする場合、軸方向と直

交する外力を与えるとき、ケーブルが安定化状態に移動する 伸び無し変位過程が発生する。その過程についてステップ① の式により計算することができる(詳細は文献4)参照)。安定 状態になった曲線ケーブルの釣合形状を求める方法は直線の ケーブルと同じである。

4. 外力補剛効果の数値解析例

4.1 Guyed tower のモデル

図4の(a)と(b)にケーブルが外力を受けるGuyed towerのモデルを示す(実線は柱、破線はケーブルである)。図4の(a)と(b)ではケーブルの初期形状はそれぞれ直線と曲線である。1本のケーブルを4つのトラス要素に分割し、すべてのケーブルと外力 F_1 ~F4は軸対称に配置する。外力 F_1 ~F4の大きさは全てFとし、 F_1 と F_2 の方向をそれぞれ[0.7071,0.7071]、[0,0.7071,0.7071]とする。Pcは外力 F_1 ~F4から柱の節点Dに伝える-z方向の合力である。Pbは節点Dに与える-z方向の外力である。柱(DE)は6個の等長の幾何学的非線形梁要素で分割する。モデルの節点座標を表1に示す。柱の節点Eは固定支持とし、ケーブルの境界は全てピン支持とする。



解析モデルの材料として、柱は SS400 鋼材、ケーブルはビニ ロン繊維ロープとする。SS400 鋼材のヤング係数は文献 9)の実 験値を参考にした。ビニロン繊維ロープの材料係数は文献 10) の Vinylon fiber(K)の実験値を参考にした。表2に解析モデルの 断面情報を示す。これらの材料は、外力補剛効果を用いる負圧 型空気膜構造の仮設シェルターなどを建設する場合に用いる 可能性のある材料である。

表1 モデルの節点座標

			1	۵, ۱۰۰	NINNATIN				
	Α	A'	В	Β'	С	C'	D	Е	G
х	-0.5	-0.35	-1	0.814	-1.5	-1.36	0	0	-2
у	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Z	1.5	1.36	1	-0.814	0.5	0.35	2	0	0

表2 解析モデルの断面情報

	ヤング係数	ポアソン比	外径	内径						
柱	207GPa	0.3	20mm	14mm						
ケーブル	10.8GPa		5mm							

比較のため、図4のモデルを考察する前、境界が片端自由・ 片端固定支持と、片端ピン支持・片端固定支持とする長さ2m の柱の分岐点の座屈荷重と座屈モードを考察する。その2つ の境界条件に対応する座屈荷重をぞれぞれ P1 と P2 とする。 表 2 より、柱の断面二次モーメントを *I=*5.9682×10⁻⁹ m⁴ とした。 P1 と P2 の分岐点の座屈荷重はそれぞれ

$$P1 = \pi^2 EI / (2l)^2 = 773.1N$$
 (6)

$$P2 = \pi^2 EI / (0.7l)^2 = 6311.2N$$
 (7)

と求められる。P1 と P2 に対応するモードを図5 の(a)と(b) に示す。

図4の(a)と(b)のモデルについて座屈荷重を求める手順を以下のように述べる。ケーブルに与える荷重 F_1 ~ F_4 の大きさFを一定の値とした上で、Pbの大きさを増加することで構造が分岐点に達し、分岐点に対応するPb、PcとPcr(Pcr=Pb+Pc)の値が得られる。ここに、Pcr は座屈荷重とする。外力FとPb、Pc、Pcrの関係を図6の(a)と(b)に示す。



(a) 片端自由・片端固定支持(b) 片端ピン支持・片端固定支持図5 柱の分岐点の座屈モード



ケーブルの初期形状を直線とする場合、図6の(a)により、 外力の大きさFの増加は、座屈荷重Pcrに大きな影響を与えてない。Fが極めて小さくても座屈荷重Pcrは最大値に近い 値を取る。外力によって座屈荷重Pcrが増加する傾向はみられない。外力 $F_1 \sim F_4$ により生じた-z方向の合力Pcの増加と ともに、Pbの値の傾向は迅速に降下する。

一方、ケーブルの初期形状を曲線とする場合、図6の(b)に より、外力の大きさFの増加とともに、座屈荷重Pcrが非線 形的に座屈荷重P1から座屈荷重P2に移っていく傾向が見ら れる。初期状態が曲線であるケーブルが、外力Fによりケー ブルの座屈拘束効果をよく与えることが分かる。外力Fの増加と同時に、ケーブルから柱に伝達する-z 方向の合力 Pc と座屈荷重 Pcr も増加するが、Pc の増加量が Pcr のほうを超えたために、Pb が下がり始めたと考えられる。F が約 90N のとき、Pb が最大値 3458.4N に達する。





図8 曲線のケーブルの場合の分岐点の解析結果

図7の(a)と(b)に直線のケーブルの場合の分岐点の解析結 果を示す。F=0.1NとF=200Nに対応する分岐点の座屈モード が、両方とも図(5)の(b)に示す片端ピン支持・片端固定支持さ れた柱の分岐点に対応するモードを表す。

図8の(a)と(b)に曲線のケーブルの場合の解析結果を示す。 図8の(a)に示すようにFが微小である場合(F=0.001N)、座屈 荷重Pcrは773.2Nであり、P1の773.1Nの値とほぼ同じであ る。同時に、図8の(a)に示す分岐点の座屈モードは、図5の (a)に示す片端自由・片端固定支持の柱の座屈モードもほぼ一 致している。Fが小さいとき、ケーブルが柱の座屈を拘束す る効果を果たしてないと見られる。

図8の(b)に示すようにFが大きい場合(F=350N)、座屈荷重

Pcr(6064.7N)はP2(6311.2N)より低い。図8の(b)に示す柱の座 屈モードが図5の(b)に示すモードと近い。Fが大きいとき、 ケーブルが柱の自由端を拘束する役割を果たすが、完全なピ ン支持より拘束力が低いと考えられる。

4.2 アーチのモデル

本節では外力補剛効果をアーチ構造に応用する。図9に示 す直径 2m の半円のアーチを、節点を円弧方向に 15°ごとに 配置することで 12 個の幾何学的非線形の梁要素に分割する。 アーチの頂点に x 軸に対称の 2 本の面外ケーブルを配置し た。この 2 本のケーブルの初期状態を直線とし、1 本のケー ブルを等長の4 つのトラス要素で分割する。この 2 本のケー ブルの各節点に大きさが F である $F_1 \ge F_2$ の外力を与える。 $F_1 \ge F_2$ の方向ベクトルはそれぞれ $[0, -0.7071, -0.7071]^T$ 、

[0,0.7071,-0.7071]^Tとする。

PcはF₁とF₂からアーチの節点Eに伝える-z方向の合力である。Pbが直接に節点Eに与える-z方向の集中荷重である。 アーチとケーブルの材料と断面情報は表2と同じとする。ア ーチの境界はすべて固定支持とする。2本の面外ケーブルの 境界はすべてピン支持とする。



4.1 節の例と同様に、比較のため、図9のモデルを考察する。 このモデルの座屈挙動を検討するため、まず図10に示す半径 2mの半円アーチについて考察する。



図10 アーチのみの計算モデル

アーチの頂点のy方向をピン支持で拘束しないとき、集 中荷重Pbと頂点の-z方向の変位関係を図11に示す。さらに、 図11にアーチの頂点のy方向にピン支持で拘束したときの分 岐点を"*"に表した。アーチの頂点のy方向をピン支持で拘 束しない場合と拘束する場合に対応する座屈荷重をP1と P2とすると、それぞれP1=1325N、P2=2958Nが得られた。 アーチのみの解析時に得られた分岐点の座屈モードを図 12に示す。アーチの頂点のy方向を拘束しない場合、アーチ は横座屈が発生した(図12(a))。アーチの頂点のy方向をピン支持で拘束すると、アーチが横捩れ座屈を起こした(図12(b))。



図11 アーチ頂点の荷重一変位関係 ("*"はアーチの頂点の y 方向にピン支持で拘束したときの計算結果である。)



(a) 頂点 y 方向をピン支持で
(b) 頂点 y 方向をピン支持で
拘束しない(P1=1325N)
拘束(P2=2958N)
図 12 アーチの分岐点の座屈荷重と座屈モード





図14 外力補剛されたアーチ構造の座屈モード

4.1 節と同じの手順を用いて図9に示すモデルの分岐点 の座屈荷重を求める。FとPb、Pc、Pcr(Pcr=Pb+Pc)の関係を 図13に示す。図13より、外力Fの増加とともに、座屈荷重 Pcr がP1からP2に移る傾向が見られる。Fの値が約140N である時、Pb が最大値2181Nとなった。Fの値が約190Nで ある時、Pcr が最大値 2958N となった。2本の面外ケーブルの座屈拘束効果が外力の $F_1 \ge F_2 \ge$ 連携し、外力 $F_1 \ge F_2$ による座屈拘束効果を発生していると見られる。勿論、Fが大きくなると、面外ケーブルから頂点に伝える合力 Pc の値が増加し、アーチに直接に与える Pb が低下する。

図14にはF=0.01NとF=706Nに対応する座屈モードがそれ ぞれ横座屈と横捩れ座屈であり、図12に示すアーチのみの結 果と似ているものを示した。外力F₁とF₂の大きさによって、 面外のケーブルは骨組に異なる拘束効果を与えた。外力F₁ とF₂が大きいとき、ケーブルが柱の自由端をピン支持のよう に拘束する役割を果たすことが分かる。

5. 外力補剛効果のモデル実験

3節と4節に外力補剛効果を用いる解析例を挙げたが、解 析の妥当性を柱とアーチの2つモデル実験により検証する。 柱とアーチは外径6mm、内径4mmの硬質塩化ビニル樹脂パ イプで作った。

塩ビ製ビニル管・継手協会によると、この種類のパイプの ヤング係数は3.33GPa、ポアソン比は0.38 である。このパイ プのヤング係数は簡単な載荷実験によって求めた。1本の全 長は83.2cm であるパイプの両端をピン支持境界で固定し、 30g の荷重を中心部に与えた。三回の計測により中心部の変 位が2.6cm、2.5cm、2.5cm であり、平均変位を2.5cm とした。 長さ1である両端ピンの柱の中点に垂直方向の集中荷重 F を 与えると、中点の垂直変位が $\Delta u = Fl^3/48El$ で表わされる。 この計算式を用いて2.82GPaのヤング係数を得た。

5.1 柱のモデル実験



図15の(a)に示すように1本のパイプの片端をねじで挿し 込んで固定する。この境界を固定支持とみなす。パイプの自 由端は2本の面内のケーブルと繋がれている。パイプの頂点 の近くに平行棒を設置し、面外方向の移動を防ぐ。

ケーブルの材質は直径 1mm のビニロン繊維ロープである。 そのヤング係数の文献10)の Vinylon fiber(K)の実験値を参考し て、10.8GPa とする。実験方法は、まず載荷点1と載荷点2に 同じ荷重を与え、その後、載荷点3に荷重を徐々に増加し、 柱に座屈が発生したら止める。図15の(b)に数値解析モデル を示す。モデルでの柱の長さは33.7cm である。Pb と Pc の定 義は4節の2つの例と同じである。





図17 柱の座屈現象と座屈モード

図16に実験と数値解析の結果を示す。実験値Pbの変化は 数値計算により得られたPbの曲線によく一致することが確 認できた。ケーブルに与える外力荷重Fを増加することで、 柱に直接に与える荷重Pbに大きな影響があることがわかっ た。

図 17 に実験の座屈現象と数値解析により得られた座屈モードを比較した。数値解析で実験現象を再現できている。外力のFが2本の面外ケーブルに拘束効果を与えて、柱の座屈モードが変わったと考えられる。

5.2 アーチのモデル実験

図 18 の(a)と(b)にそれぞれアーチの実験装置と数値解析モ デルを示す。アーチの頂点は2本の面外のケーブルと繋がれ ている。ケーブルは直径 0.54mm のワイヤロープを採用し、 ヤング係数は文献 9)の実験値を参考して、134GPa とする。 実験の載荷方法は5.1節の柱のモデルと同じである。





(a) 実験装置









図20 アーチの座屈現象と座屈モード

図 19 により、実験値 Pb の変化傾向と数値計算により得ら れた Pb の曲線と似ているが、実験値 Pb は計算値 Pb より低 い。その原因は、実験では、真っ直ぐのパイプを曲げてアー チを製作したため、アーチの初期圧縮力とモーメントが導入 されたことで座屈荷重が下がった、曲げによりパイプの断面 が楕円化した、などが考えられる。

さらに、図19により、ケーブルに与える外力荷重Fを増加することで、アーチに直接に与える荷重Pbに大きな影響を与えたことを再び確かめた。

図 20 に実験の座屈現象と数値解析により得られた座屈モードを比較した。実験では外力Fの大きさが0と5Nの場合、 アーチはそれぞれ横座屈と横捩じれ座屈が発生した。数値解 析によってこれらの現象をよく表した。

6. まとめ

本論文では、外部の荷重を利用する張力材に張力を導入す ることで骨組の座屈を拘束する外力補剛効果の概念を提案し た。また、有限要素法の剛性方程式の一般解を利用した外力 補剛効果の数値計算スキームを提案した。

Guyed tower とアーチの数値計算モデルを例として外力を ケーブルに与えるとき、この外力の大きさによってケーブル が骨組に座屈拘束効果を与えることについて定量的な知見を 得た。

さらに、柱とアーチのモデル実験で外力補剛効果によって 拘束された骨組の座屈挙動を観察し、数値解析で骨組の座屈 現象を確認できた。ケーブルに与える外力の影響で、ケーブ ルの拘束効果が変化することで、骨組の座屈モードが移行す ることを確認した。

謝辞

本研究の一部は、文部科学省科学研究費挑戦的萌芽研究「ア ルティメート・シェルターの形態と力学性能に関する調査研 究」の助成を受けている。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 陳坤,洪文汗,川口健一,負圧型空気膜構造の支持骨組の座屈挙動と補強 方法についての基礎的考察, 膜構造研究論文集 2011, No. 25, 2012
- Xiaoming Yang, Study of the type and stability of cable-arch structure, Ph.D dissertation of xi'an university of architecture and technology in China, 2004
- 3) 日本建築学会、ラチスシェルの座屈と耐力、丸善株式会社、2010

- 4) 川口健一, 一般逆行列と構造工学への応用, コロナ社, 2011
- J.L.Meek, Hoon Swee Tan, Geometrically nonlinear analysis of space frames by an incremental iterative technique, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 47, pp. 261-282, 1984
- John Argyris, An excursion into large rotations, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 32, pp. 85-155, 1982
- 7) 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏, 構造と材料の分岐力学, コロナ社, 2011
- 8) 久田俊明,野口裕久,非線形有限要素法の基礎と応用,丸善株式会社,1995
- 9) 呉明児、小松宏年、佐々木睦朗、ケーブルにより補剛されたアーチに関す る実験的研究、日本建築学会構造系論文集、No. 584, pp. 87-94, 2004
- 10) 関島謙蔵、川上清陛など、連続繊維ロープの性能評価(第2報)、関東 学院大学工学総合研究所報36, pp. 11-20, 2008

Fundamental Study on Stiffening Effect of Tensioned Components under Load

Kun CHEN^{*1)} Ken'ichi KAWAGUCHI^{*2)}

SYNOPSIS

In the past, tensioned components such as cables were considered as additional stiffeners to improve rigidity of skeletons, and loads were mainly directly given to skeletons. In negatively air pressurized pneumatic structures, air pressure is mainly given to membrane and cables. These tensioned components are possible to stiffen skeletons when they transmit forces to skeletons.

In this paper, a concept called external force stiffening method which utilizes tensioned components under load to stiffen skeletons and its numerical scheme are proposed. The principle of this concept is very similar as how tensioned components work in a negatively air pressurized pneumatic structure. Take numerical models of guyed tower and aches as examples, relationships of external force and buckling load are obtained. At last, model experiments are carried out to validate the validity of proposing external force stiffening method and its numerical scheme.

 $^{*1)}$ Graduate Student, Department of Engineering, the University of Tokyo, M. Eng

*2) Professor, Institute of Industrial Science, the University of Tokyo, Dr. Eng