

可変境界型骨組膜構造物の提案と有限要素解析による基礎的考察

大泉 修^{*1}
新谷 真人^{*2}

梗概

既往の骨組膜構造物の解析では、剛境界を仮定しているため、膜材と境界骨組部材の相互作用の影響は考慮せず、膜面のみ解析が行われる。よって、境界部材は剛強なものになる。これに対し、弾性を有する境界部材と膜材間に相互に作用する力が釣り合う形状を求めることで、剛境界で求められる境界部材より小さな剛性の境界をもつ、新たな膜構造システムの実現が可能になると考えられる。

本論では、膜材と弾性境界部材の相互作用力を求める連成解析を実施することで、提案するシステムの力学性状の基礎的な考察をおこなう。

連成解析には、構造解析として一般的に用いられている有限要素法を採用する。境界部分は、幾何学的非線形性を考慮した弾性梁要素でモデル化をおこない、相互作用により大変形する境界部材の力学性状を把握可能なものとしている。

1. はじめに

著者の既往研究^(1,2)において、テグスを用いた石鹸膜実験をおこなっている。実験結果から、膜張力とリング剛性のバランスにより、様々な釣合形状が存在することを把握している(図1)。

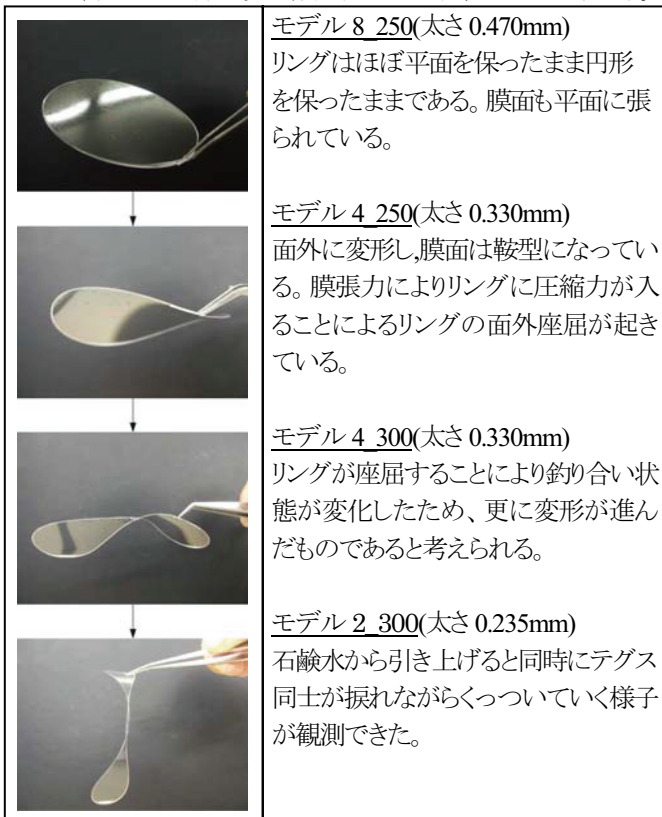


図1 実験結果

一方、既往の骨組膜構造物は、膜張力に対して、境界部材は剛であると仮定し、その剛性を利用し、初期張力の導入をおこなっている。その結果、境界部材は剛強なものとなり、部材寸法が大きく、膜構造の軽やかな構造形態と反している。

それに対し、本論では、膜材と境界部材の相互作用に着目し、境界部材の変形を許容する、可変境界型骨組膜構造物の提案をおこなう。境界部材の大変形問題を考慮することで、様々な力学的現象を把握できる。例えば、剛境界の場合と違い、膜張力により境界が変形していくため、境界部材の剛性が低ければ不安定状態となる。よって、膜材の初期張力の導入量には、境界部材の剛性に応じて、ある限界値が存在する。また、境界部材には、導入張力により圧縮力がかかるため、解析過程において座屈現象が発生するなどということが挙げられる。

以上のように、このシステムは、膜張力と境界部材の剛性のバランスにより、力が釣り合い、全体形状が決定するため、既往の骨組膜構造物に比べて、断面の小さな境界部材の使用が可能となり、より軽快な骨組膜構造物を実現できる。

本論では、膜材と弾性境界部材の連成解析をおこなうことで、膜材と境界部材の相互作用の影響を把握し、系全体の力学性状の基礎的な考察をおこなうことを目的とする。

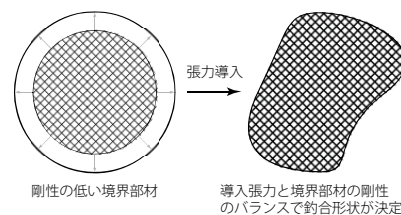


図2 可変境界型骨組膜構造物の概念図

*1 早稲田大学大学院 創造理工学研究科、大学院生

*2 早稲田大学 理工学術院、特任教授

2. 理論展開

膜材と弾性境界部材の連成解析における理論展開をおこなう。本論では、連成解析を有限要素法によって実施することとする。

2.1 膜要素の定式化⁽⁴⁾

三角形要素の局所座標系における節点変位を次のように定義する。

$$\tilde{\mathbf{u}}_m = (u_i, v_i, w_i, u_j, v_j, w_j, u_k, v_k, w_k) \quad (1)$$

ここで、 u, v, w は x, y 方向変位及び面外変位である。要素内変位は局所座標系における変位成分を $u_m(x, y), v_m(x, y), w_m(x, y)$ とおくと形状関数を用いることにより以下のように表わされる。

$$\tilde{\mathbf{u}}_m = [u_m(x, y), v_m(x, y), w_m(x, y)] = \mathbf{M}(x, y) \tilde{\mathbf{u}}_m \quad (2)$$

また、形状関数 \mathbf{M} は次式で与えられる。

$$\mathbf{M}(x, y) = \frac{1}{2S} [\{\gamma\beta - \beta x + (\alpha - \gamma)y\} \mathbf{I}, (\beta x - \alpha y) \mathbf{I}, \gamma \mathbf{I}] \quad (3)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \gamma &= \text{norm}(\vec{ij}) \\ \alpha &= \vec{ij} \cdot \vec{ik} / \text{norm}(\vec{ij}) \\ \beta &= \text{norm}(\vec{ij} \times \vec{ik}) / \text{norm}(\vec{ij}) \end{aligned} \quad (4)$$

膜ひずみの定義には、グリーンひずみを採用する。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ひずみ-変位関係行列 \mathbf{B}_m は、式(2)、(3)を式(5)に代入することで、以下のように導くことができる。

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{M}_x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_y + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_x^T \mathbf{M}_x + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_y^T \mathbf{M}_y + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_z^T \mathbf{M}_z \quad (6)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_x &= \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{M} = \left(-\frac{1}{\gamma} \mathbf{I}, -\frac{1}{\gamma} \mathbf{I}, \boldsymbol{\theta} \right) \\ \mathbf{M}_y &= \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{M} = \left(\frac{\alpha - \gamma}{\beta \gamma} \mathbf{I}, -\frac{\alpha}{\beta \gamma} \mathbf{I}, \frac{1}{\beta} \mathbf{I} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

同様にして、ひずみ増分-変位増分関係行列 \mathbf{B}_m^* は次のように導かれる。

$$\mathbf{B}_m^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{M}_x + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_y + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_x^T \mathbf{M}_x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_y^T \mathbf{M}_y + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}_m^T \mathbf{M}_z^T \mathbf{M}_z \quad (8)$$

ここで、

$$\mathbf{M}_{xy} = \mathbf{M}_x^T \mathbf{M}_y + \mathbf{M}_y^T \mathbf{M}_x \quad (9)$$

最終的に1要素の幾何剛性マトリクス \mathbf{K}_{GM} は以下のように求め

ることができる。

$$\mathbf{K}_{GM} = \int_V \{ \mathbf{M}_x^T \mathbf{M}_x \sigma_x + \mathbf{M}_y^T \mathbf{M}_y \sigma_y + \mathbf{M}_{xy} \sigma_{xy} \} dV \quad (10)$$

同様に、1要素の線形+大変位剛性マトリクスは、以下のように求めることができる。

$$\mathbf{K}_{GS} = t \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}_m^* \mathbf{D} \mathbf{B}_m^* \quad (11)$$

また、膜要素内の応力と等価な節点力ベクトルは、次式のように求められる。

$$\mathbf{f}_m = t \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}_m^* \boldsymbol{\sigma}_m \quad (12)$$

2.2 梁要素の定式化^(5,6)

2.2.1 接線剛性マトリクスの導出

梁理論における変位関数は次式で与えられる。

$$\begin{cases} U(x, y, z) = u(x) - y v'(x) - z w'(x) + \phi(y, z) \theta'(x) \\ V(x, y, z) = v(x) - z \theta(x) \\ W(x, y, z) = w(x) + y \theta(x) \end{cases} \quad (13)$$

ただし、 u_x, v_x, w_x, θ_x はそれぞれ部材長さ方向(要素座標系 x 軸方向)に対する x, y, z 方向変位およびねじり角に対する形状関数(shape function)を現し、 $\phi(x)$ はねじりによる反り関数(warping function)を表している。また、右肩に付くダッシュは、部材長さ方向(要素座標系 x 軸方向)に対する微分を表すものとする。

この変位関数からひずみを計算する。ひずみの線形成分は、

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} = u' - y v'' - z w'' + \phi \theta'' \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial x} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - z \right) \theta' \\ \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial x} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + y \right) \theta' \end{cases} \quad (14)$$

であり、非線形ひずみ(2次ひずみ)成分は次式のようになる。

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx}^* = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \{ \varepsilon_{xx}^2 + (v' - z \theta')^2 + (w' + y \theta')^2 \} \\ \gamma_{xy}^* = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial y} = \varepsilon_{xx} \left(-v' + \frac{\partial \phi}{\partial y} \theta' \right) + (w' + y \theta') \theta' \\ \gamma_{xz}^* = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial z} = \varepsilon_{xx} \left(-w' + \frac{\partial \phi}{\partial z} \theta' \right) + (v' - z \theta') (-\theta') \end{cases} \quad (15)$$

ここで、右肩の*は非線形ひずみであることを表すものとする。

次に、このひずみを用いてエネルギーを計算する。ひずみエネルギーの計算には、 $\varepsilon_{xx} \ll 1$ であることから非線形ひずみの U に関する項は無視して行う。また、非線形ひずみのせん断ひずみに対しても他項に比べて微小であると考えられるので、これもまた無視することにする。ここで、エネルギー計算時に用い

る応力は次式のように線形仮定とする。

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= E \cdot (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xx}^*) \\ \tau_{xy} &= G \cdot (\gamma_{xy}) \\ \tau_{xz} &= G \cdot (\gamma_{xz})\end{aligned}\quad (16)$$

以上からひずみエネルギー W_0 を計算すると次式のようになる。

$$\begin{aligned}W_0 &= \frac{1}{2} \int_V \sigma \varepsilon dV \\ &= \frac{E}{2} \int_V (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xx}^*)^2 dV + \frac{G}{2} \int_V (\gamma_{xy})^2 dV + \frac{G}{2} \int_V (\gamma_{xz})^2 dV \\ &= \frac{E}{2} \int_V [\varepsilon_{xx}^2 + 2\varepsilon_{xx}\varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{xx}^{*2}] dV + \frac{G}{2} \int_V (\gamma_{xy})^2 dV + \frac{G}{2} \int_V (\gamma_{xz})^2 dV\end{aligned}\quad (17)$$

ここで、 ε_{xx}^* は他の項に比べ微小であるから無視できると考え、また図心に対する断面1次モーメントおよび断面相乗モーメントが0であること($\int_V y dA=0, \int_V z dA=0, \int_V yz dA=0$)、サンブナンねじりでは $\theta'=\text{const.}, \theta''=0$ であることを考慮すると次のようになる。

$$\begin{aligned}W_0 &= \frac{E}{2} \int_0^L \int_A [(u'^2 + v'^2 + w'^2 + z'^2) dA] dx + \frac{G}{2} \int_0^L \int_A \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - z \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + y \right)^2 \right] dA \cdot \theta'^2 dx \\ &+ \frac{E}{2} \int_0^L \int_A [(v'^2 + w'^2) u' + (y'^2 + z'^2) u' \theta'] \\ &+ 2(y'v'w' + z'v'w') \theta' - (y'v' + z'w')(y'^2 + z'^2) \theta' dA dx\end{aligned}\quad (18)$$

第1項および第2項は線形ひずみによる項であり、第3項は非線形ひずみによる項である。ここで、

$$\begin{aligned}A &= \int_A dA, I_y = \int_A z^2 dA, I_z = \int_A y^2 dA \\ J &= \int_A \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - z \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + y \right)^2 \right] dA\end{aligned}\quad (19)$$

であることを考慮し、また第3項の非線形項の積分の中は、前2項までで十分な精度が得られることが知られているため、後ろ2項は無視して考える。したがって、ひずみエネルギー W_0 は次のようになる。

$$\begin{aligned}W_0 &= \frac{EA}{2} \int_0^L u'^2 dx + \frac{EI_y}{2} \int_0^L v'^2 dx + \frac{EI_z}{2} \int_0^L w'^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \theta'^2 dx \\ &+ \frac{EA}{2} \int_0^L (v'^2 + w'^2) u' dx + \frac{E(I_y + I_z)}{2} \int_0^L u' \theta'^2 dx\end{aligned}\quad (20)$$

ここで、カステリアーの第1定理(Castigliano's first theorem)を適用すると、要素の剛性方程式が得られる。

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (21)$$

ただし、接線剛性マトリックス \mathbf{K} は次のようになる。

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_g \quad (22)$$

ここで、剛性 \mathbf{K}_g の中に変位 \mathbf{d} が含まれるため、式(21)を逆行列計算によって直接変位 \mathbf{d} を求めるとはできない。従って式(22)を接線剛性とした増分法的式によって変位 \mathbf{d} を得る。

2.2.2 内力の計算

幾何学的非線形挙動を求めるので、要素の内力を考える際、節点変位から剛体的な平行移動と回転の変位成分を取り除いて、部材の歪に関する変形量にしてから内力計算を行う。

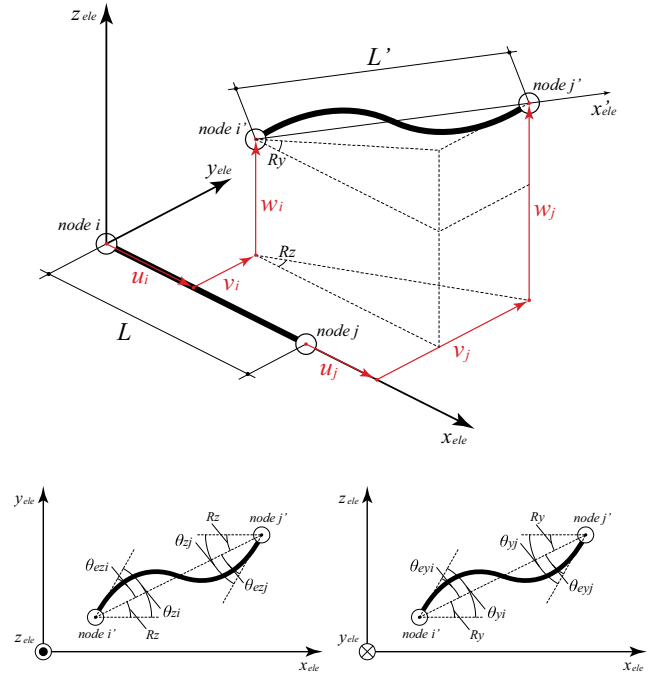


図3 増分ステップでの変形状態

変形前の要素座標系における節点変位ベクトルは、

$$\mathbf{x} = [u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi} \quad \theta_{zi} \quad u_j \quad v_j \quad w_j \quad \theta_{xj} \quad \theta_{yj} \quad \theta_{zj}]$$

であり、図3に示すような変形状態であるとする。

変形前の要素の長さを i, j 点の距離 L 、変形後の要素の長さを i', j' 点の距離 L' によって近似すると、剛体変位を除去して定義される軸方向変位 u_e は、

$$u_e = L' - L \quad (23)$$

によって表される。また、部材端力に影響を与える回転角(たわみ角) $\theta_{eyi}, \theta_{ezj}, \theta_{ezi}, \theta_{ezj}$ は、節点変位 $\theta_{yi}, \theta_{yj}, \theta_{zi}, \theta_{zj}$ から要素座標系での部材角 R_y, R_z を除去することで定義される。則ち、幾何学的に、

$$\begin{aligned}\theta_{eyi} &= \theta_{yi} - R_y, \quad \theta_{ezj} = \theta_{zj} - R_z \\ \theta_{ezi} &= \theta_{zi} - R_z, \quad \theta_{ezj} = \theta_{zj} - R_z\end{aligned}\quad (24)$$

ここに、

$$\begin{aligned}R_y &= -\arctan \left(\frac{w_j - w_i}{u_j - u_i + L} \right) \\ R_z &= +\arctan \left(\frac{v_j - v_i}{u_j - u_i + L} \right)\end{aligned}\quad (25)$$

以上のようにして、節点変位から剛体変位を取り除くことで部材の歪に関する変形量を得る。

部材端節点には内力により節点力 $F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}, F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}, M_{xj}, M_{yj}, M_{zj}$ が作用する。剛体変位を除去し、変形前と変形後の規準とする剛体位置を合わせて考えると、部材の変形は単純支持された梁要素と考えられる。

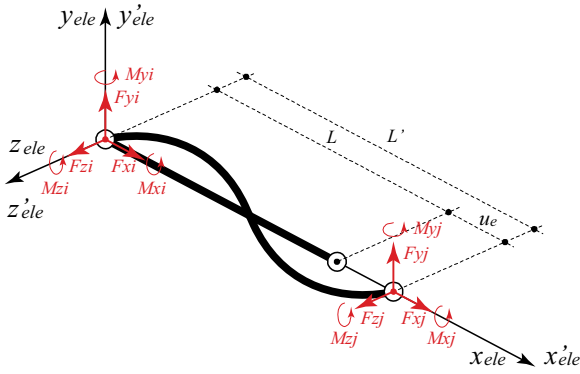


図4 単純支持された梁要素

よって剛体変位を取り除いた要素軸方向変位から部材軸力を求めると、

$$N = EA \frac{L' - L}{L} = EA \frac{u_e}{L} \quad (26)$$

となる。また、ここでの単純支持条件のもとに、たわみ角法による K_e と上式で求まる軸力 N を因数に持つ K_g から部材端モーメントを求めると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \\ M_{xj} \\ M_{yj} \\ M_{zj} \end{Bmatrix} = (K_e + K_g(N)) \cdot \begin{Bmatrix} \theta_{exi} \\ \theta_{eyi} \\ \theta_{ezi} \\ \theta_{exj} \\ \theta_{eyj} \\ \theta_{ezj} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

ここで、

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{L} & & & & & \\ & \frac{4EI_z}{L} & & & & \\ & & \frac{4EI_y}{L} & & & \\ -\frac{GJ}{L'} & & & \frac{GJ}{L} & & \\ & \frac{2EI_z}{L} & & & \frac{4EI_z}{L} & \\ & & \frac{2EI_y}{L} & & & \frac{4EI_y}{L} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$K_g(N) = \frac{N}{L} \begin{bmatrix} \frac{I_y + I_z}{A} & & & & & \\ & \frac{2L^2}{15} & & & & \\ & & \frac{2L^2}{15} & & & \\ -\frac{I_y + I_z}{A} & & & \frac{I_y + I_z}{A} & & \\ & \frac{L^2}{30} & & & \frac{2L^2}{15} & \\ & & \frac{L^2}{30} & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (29)$$

よって、モーメント以外の内力による節点力は次のようになる。

$$F_{xi} = -N \quad (30)$$

$$F_{yi} = -\frac{M_{zi} + M_{zj}}{L'} \quad (31)$$

$$F_{zi} = \frac{M_{yi} + M_{yj}}{L'} \quad (32)$$

$$F_{xj} = -F_{xi} = N \quad (33)$$

$$F_{yj} = -F_{yi} = \frac{M_{zi} + M_{zj}}{L'} \quad (34)$$

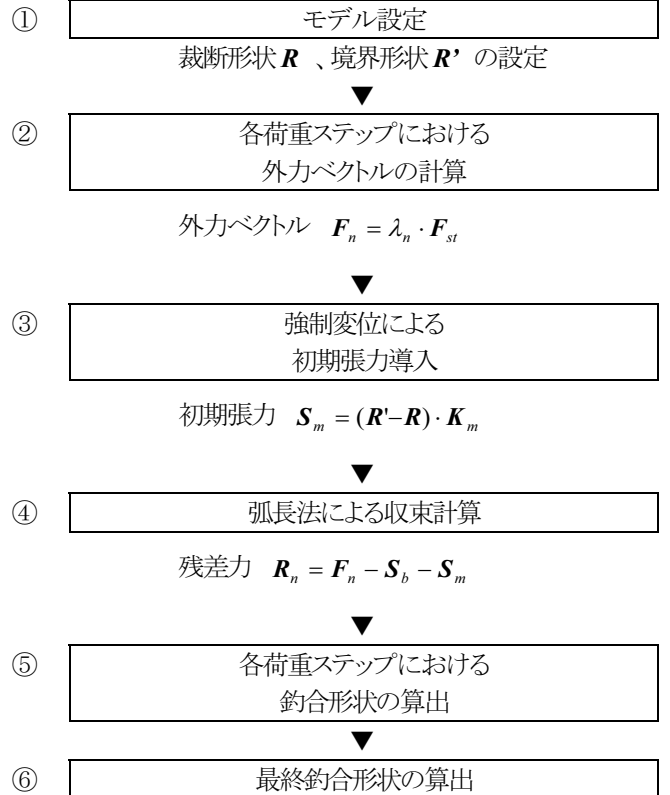
$$F_{zj} = -F_{zi} = -\frac{M_{yi} + M_{yj}}{L'} \quad (35)$$

また要素座標系で求まる節点力ベクトルを全体座標系へ変換するには、微小変形解析時に用いる変形前の要素座標系の座標変換マトリックス $T(x_0)$ ではなく、変形後の要素座標系の座標変換マトリックス $T(x_n)$ を用いる。これは、大変形解析では変形後の形状の上で互いに静力学的な釣合いを考えるためである。以上のように節点力ベクトルを全体座標系において足し合わせを行うことで、復元力ベクトル $Q(x_n)$ を計算することができる。

2.3 解析フロー

以下に、連成解析の解析フローを示す(表1)。解析手法には、座屈後形状の算出を可能とする弧長法(Arc-Length Method)を用いる。

表1 解析フロー



Step.5で荷重係数と、釣合形状を更新し、Step.2に戻るルーチンにより、最終釣合形状を算出する。

3. 解析概要および解析モデル

3.1 解析概要

ここでは、連成解析によるパラメータスタディをおこない、膜材と弾性境界部材の相互作用について考察をおこなう。本解析では、平面の円形リングを解析対象とする。膜材の裁断形状は、円形リングの形状から、縮小率を用いて作成し、その膜材を所定の境界部に強制変形により定着し、初期張力の導入をおこなう。

以下に、各種解析でのパラメータを記載する(表2)。

表2 各種解析パラメータ

	Parameter
Analysis.1	断面径(円形断面) : D-5~D-25
Analysis.2	裁断形状の縮小率 : 1/1.025~1/1.1

3.2 解析モデル

以下に各種解析の解析モデルおよび、材料物性値を記載する(図5、表3)。

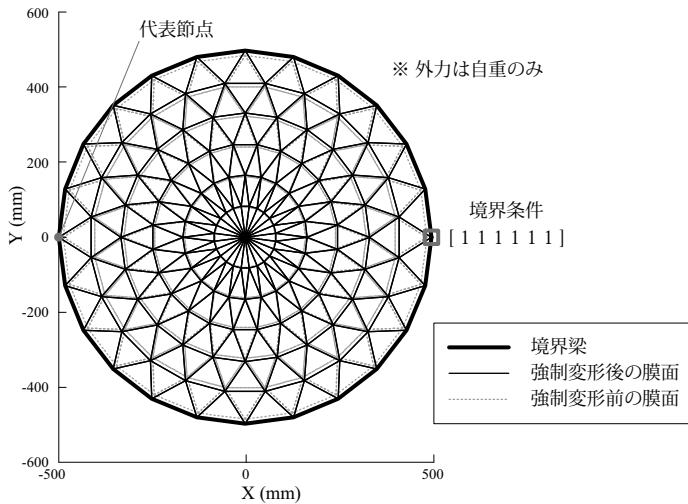


図5 解析モデル

なお、Analysis.1 では、境界部材の断面径のみをパラメータとし、裁断形状の縮小率は、1/1.025 とする。また、Analysis.2 では、裁断形状の縮小率(図5の点線の位置)を変更し、境界部材の断面径はD-10として解析をおこなう。

表3 材料物性値

膜材 : 軟質塩化ビニル(等方性)		
膜厚	$t = 0.40$	(mm)
縦弾性係数	$E_x \cdot t = 8.00 \times 10$	(N/mm)
ポアソン比	$\nu = 0.30$	
比重	1.40×10^{-5}	(N/mm ³)
境界リング : SUS-304		
縦弾性係数	$E_x = 1.95 \times 10^5$	(N/mm ²)
ポアソン比	$\nu = 0.30$	
比重	7.80×10^{-5}	(N/mm ³)

4. 解析結果

4.1 Analysis.1 (パラメータ : 断面径)

以下に、境界部材の断面径をパラメータとした解析の結果を示す。図6のように、境界部材の剛性に応じて様々な釣合形状が存在していることがわかる。高剛性の境界部材を持つものは、自重により、片持ち梁の変形状を示す。一方、低剛性の境界部材を持つものは、導入張力により発生する圧縮力により、座屈し、円形リングの座屈モードに応じた釣合形状を示している。

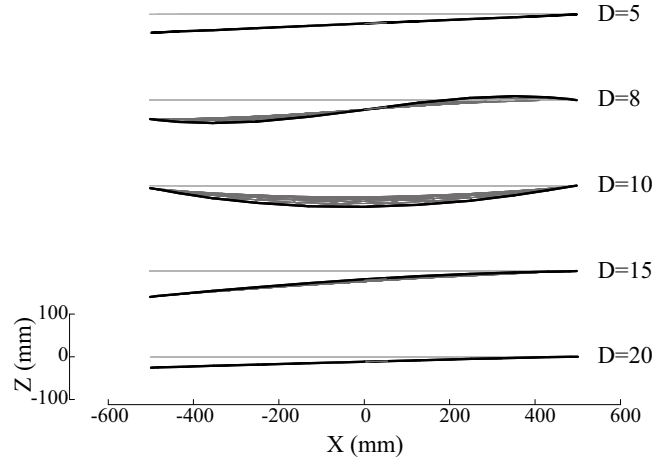


図6 断面径毎の釣合形状の推移(変形倍率=3)

次に、自重と代表節点の鉛直下方向変位の関係をまとめたグラフを示す(図7)。このグラフから、多くのモデルは自重に対しては線形的な挙動を示すことがわかる。線形性を持つモデルは、下垂れ(D-5)、片持ち(D-15)などの釣合形状となっている。しかし、中には、自重に対しても非線形的な挙動を示すものがあり、そのようなモデルの釣合形状は、波型(D-8)や、鞍型(D-10)など、形状に周期性を持ったものである(図6)。このことから、釣合形状は、膜張力、境界部材の剛性、および、全体重量のバランスにより決定づけられる。

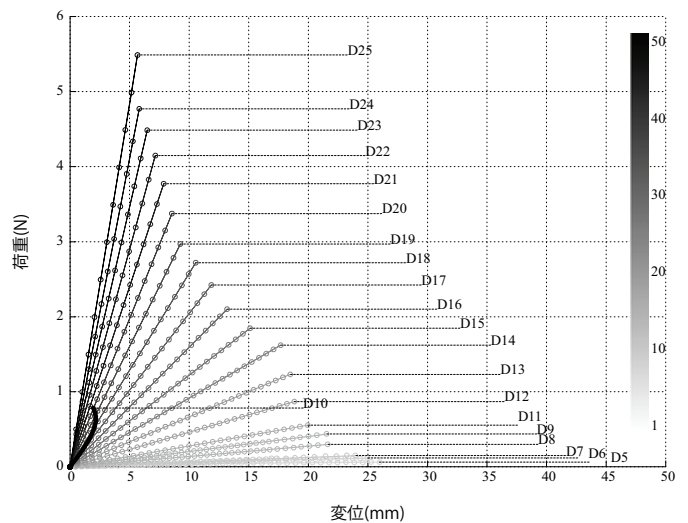


図7 断面径毎の荷重-変形曲線の推移

以下の図 8 に D-10 モデルの荷重－変形曲線を記載する。鞍型の釣合形状を示すこのモデルは、自重によって snap-back を経て、釣合状態に移行するという特殊な力学性状を有している。

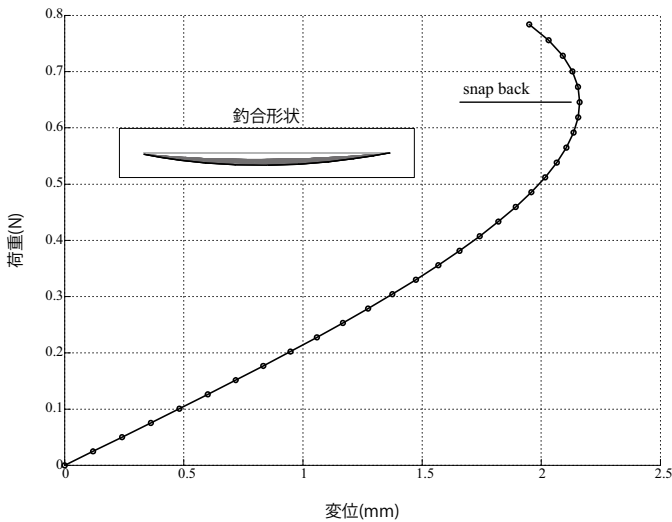


図 8 D-10 の荷重変形曲線

また、導入張力量は、境界部材の剛性が高くなるにつれ、剛境界仮定での解析の場合に導入される張力量に収束していくことがわかる。(平面リング境界なので、等張力状態となっている。)本解析では、直径 25mm 以上の断面サイズを持つと、剛境界の場合と比較し、釣合形状および導入張力量に大きな差異は生じない。しかし、張力導入には、境界部材の剛性に関する一定の制限があり、本解析では、直径 5mm 以下のモデルでは、解析不能となる。これは、膜張力に抵抗する境界部材の剛性が小さく、変形量が発散する結果と考えられる。

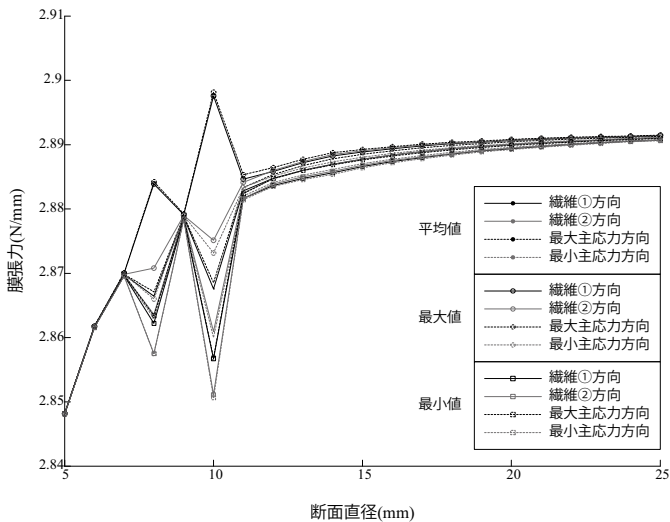


図 9 断面径毎の導入張力量の推移

ここで、注目すべき点は、釣合状態が存在するモデルでは、導入張力量に大きな差異が生じないということである。このことから、膜面に必要な張力の導入に際し、剛境界の場合と比較して、断面を大幅に減少させることができると考えられる。

4.2 Analysis. 2 (パラメータ：裁断形状の縮小率)

以下に、膜材の裁断形状の縮小率、つまり導入張力量をパラメータとした解析の結果を示す。図 10 は、導入張力量と、自重作用時の釣合点と原点を結んだ直線から算出される割線剛性の関係性を示したものである。図 10、11 から、導入張力量に応じて、剛性変化に規則性があると推測できる。本解析では、剛性の推移から、領域 1(低張力)・領域 2(中張力)・領域 3(高張力)の 3 つの領域の存在を確認した。その領域間には、飛び移り点が存在し(図中丸)、その点の変形性状は、Analysis.1 でも述べた、自重－変位関係に非線形性を有するものであった。

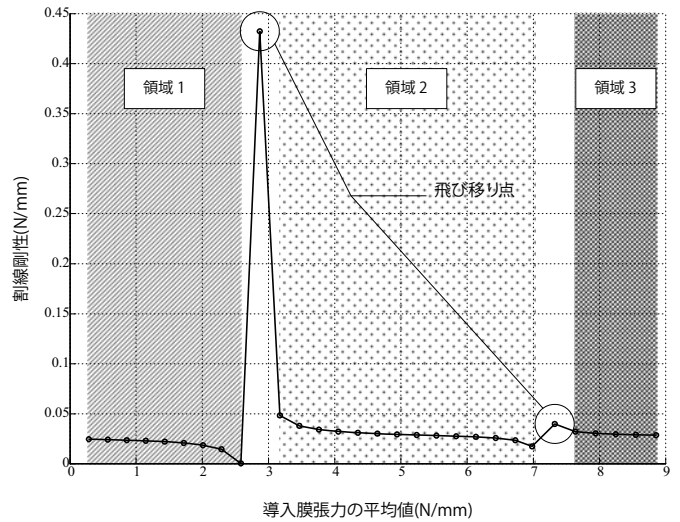


図 10 割線剛性－導入張力関係曲線

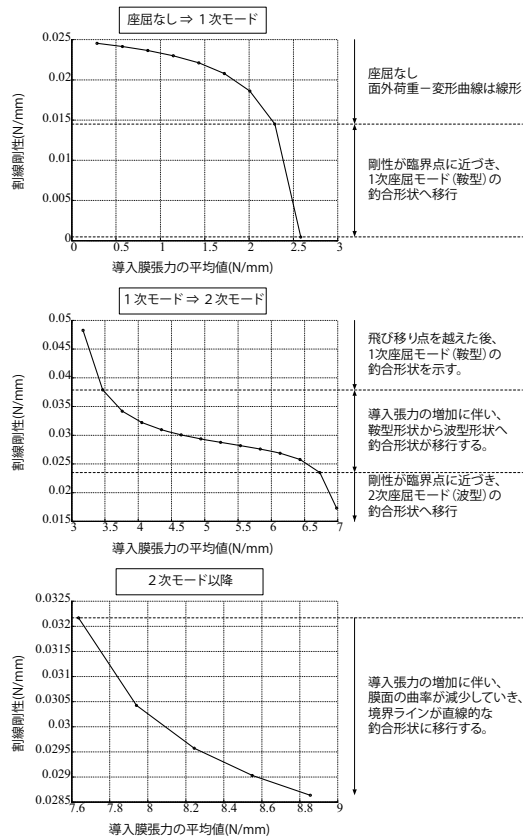


図 11 割線剛性の推移(上:領域1 中:領域2 下:領域3)

また、各領域内の割線剛性の推移を見ると、導入張力の増加に伴い剛性は低下していく。各領域の最後のモデルを除くモデルは、自重に対し、線形性のある変形状を示した。一方、領域の最後のモデルでは、非線形挙動を示し、座屈モードが移行することを確認した。

最後に、釣合形状の推移を示す(図 12)。

領域 1 では、境界部材は座屈せず、片持ち梁のような変形状を示した後、鞍型の座屈形状に至った。

領域 2 では、膜面の曲率が大きい鞍型形状から、徐々に曲率が減少していく。張力が増加するにつれて曲率が減少していくことから、この領域は、座屈後の釣合形状を示していることがわかる。その後、次の座屈モードである波型形状に移行した。

領域 3 では、領域 2 と同様、張力の増加に伴い、曲率が減少していくことが確認できた。

連成解析では、弾性境界部材を、幾何学的非線形性を考慮した梁要素で定式化し、また、弧長法を採用することで、大変形問題を含めた座屈後の釣合形状の算出を可能とした。

連成解析によるパラメータスタディでは、膜張力と境界部材の剛性のバランスで決定される釣合形状の推移、境界部材の剛性毎の導入張力量の推移、導入張力量と座屈形状の関係性など、膜材と境界部材から成る系の力学性状について定量的な知見を得た。

提案するシステムの釣合形状は、導入張力、境界部材の剛性、および、全体重量のバランスにより決定づけられることがわかった。特に、導入張力の影響が顕著であり、各種釣合形状には一定の領域があり、臨界点を超え、次の釣合モードへ移行する。

また、釣合状態が存在するものに関しては、境界部材の剛性を変化させても、導入張力量に大きな差異は生じないことが把握できた。このことから、剛境界の場合と比較し、境界部材の断面を減少させることができ、膜構造に相応しい軽快な構造システムの実現性が示唆できる。

6. 今後の課題

まず、本論で提案した可変境界型骨組膜構造物の実現性の検討として、裁断図の作成方法について検討する必要があり、膜材と弾性境界部材の連成解析を組み込んだ、裁断形状と釣合形状の同時最適化問題として裁断図解析アルゴリズムの作成をおこなう。

更に、裁断図解析の結果をもとに製作した膜構造物の実験をおこない、数値解析の整合性に関する考察が必要である。

また、実際の構造物として実現する為の、施工順序や張力導入方法、張力導入過程における境界部材の形状の保持、外力に対する抵抗機構の検討など、実現性に関する具体的な内容についての検討が今後の課題である。

参考文献

- 1) 大泉修、芋野匡俊、永井拓生、川口健一、新谷真人:弾性的境界を有する等張力曲面の形状に関する実験と基礎的研究、日本建築学会大会学術講演梗概集(北陸)、B-1、構造、pp.837-838、2010.9
- 2) 大泉修、川口健一、新谷真人:弾性的境界を有する等張力曲面の形状解析に関する基礎的研究、膜構造研究論文集、No.24、pp.1-8、2010
- 3) 石原競、八木孝憲、萩原伸幸、大森博司:極小曲面解析による膜構造の形状解析、日本建築学会構造系論文集第 469 号、pp.61-70、1995.3
- 4) 空間構造の数値解析ガイドライン、日本建築学会、2001.5
- 5) 藤谷義信、藤井大地、野中哲也:パソコンで解く骨組の静的・動的・弾塑性解析、丸善、2000.3
- 6) A.Ghali、A.M.Nerville、川上洵:構造解析の基礎と応用—線形・非線形解析および有限要素法—:技法堂出版株式会社、2001.2

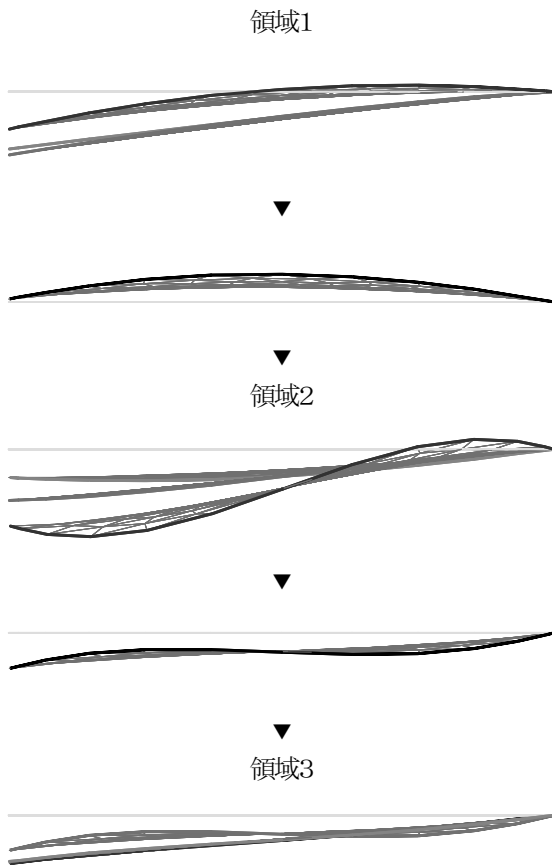


図 12 導入張力毎の釣合形状の推移(変形倍率=3)

5. まとめ

本論文は、既往研究において実施されたテグスを用いた石鹼膜実験から得られた知見をもとに、可変境界型骨組膜構造物の提案をおこない、弾性境界部材と膜材間に相互に作用する力が釣り合う系の力学性状の考察をおこなうことを目的とした。

力学性状の把握のため、本論では、膜材と弾性境界部材の連成解析アルゴリズムを、有限要素法の手順で作成した。

Proposal of Variable Boundaries Membrane Structure and
Fundamental Study for Mechanical Properties by Finite Element Analyses

Shu Ohizumi ^{*1)}

Masato Araya ^{*2)}

SYNOPSIS

Form-Finding Analyses of membrane structure in the history, they performed only for the surface, because of assuming a rigid boundary. Therefore, the member of boundaries will be bigger. On the other hand, assuming the interaction of membrane and bending member, it is believed to be possible to implement a new membrane system with a light boundary.

In this study, first, by implementing Membrane – Elastic Beam interaction analyses, we discuss basic mechanical properties of the proposed system.

In the interaction analyses, we adopt the finite element method which has been commonly used as structural analyses. The boundary is modeled with beam elements considering the geometrical nonlinearity, so we can consider large deformation of a beam.

Fundamental Considerations and Finite Element Analysis of membrane structures proposed variable frame borderline

*1) Graduate Student, Department of Architecture, Faculty of Science and Engineering, Waseda University

*2) Professor, Department of Architecture, Faculty of Science and Engineering, Waseda University