有限要素解析による曲げ荷重を受けるインフレータブルチューブの形状変形特性

横山　仁[*1]
古谷　寛[*2]

梗　　概

インフレータブルチューブ構造要素が曲げ荷重を受ける際の、リンクル (wrinkle) 発生から collapse に至る詳細な力学特性を、有限要素解析を通して明らかにした。実験結果ならびに理論解析との比較検討から、曲げ荷重を負荷するにつれ、周期的なリンクルが、チューブの圧縮側に発生することが示され、リンクル発生時の軸方向応力は円筒殻の圧縮座屈応力とほぼ等しい値となっていることが明らかになった。更に、インフレータブルチューブに負荷する曲げ荷重を増加させると、リンクルは周期性を失い、局所的な大きなリンクルに変化し、collapse 状態に遷移してくことが明かとなった。

1. 序論

インフレータブル構造は、柔軟な膜材からなる構造に、気体を注入したり膨張させることにより形成させた構造物をさす。これらの構造は、古くから、風船・熱気球や飛行船などの軽量な構造物として用いられたり、ゴムボートやエアマットなど収納性を利用した構造などに用いられてきた。また、近年では大型スタジアムのドーム屋根に用いられるだけでなく、宇宙構造工学の分野では、極めて低密度で軽量な構造を意味するゴッサマー構造 (Gossamer structures) として、大型展開宇宙構造物の構造要素として、伸展マストや、宇宙居住空間などへの応用のために、研究・開発が進められている。このようなインフレータブル構造物のもっとも基本的な構造要素として、インフレータブルチューブが研究されている。

インフレータブルチューブは内圧により剛性を与え、梁としての特性を持たせて利用することが可能であるが、外力の影響により、しわが発生するとともに、ある限界荷重を超えると変形が急激に進む collapse と呼ばれる現象が生じ、構造物として剛性が低下し、形態を維持することができなくなる。このため、信頼性の高い構造物をインフレータブル要素を用いて構築するためには、しわ（リンクル）や collapse 発生における力学特性の詳細を明らかにすることが重要となっている。

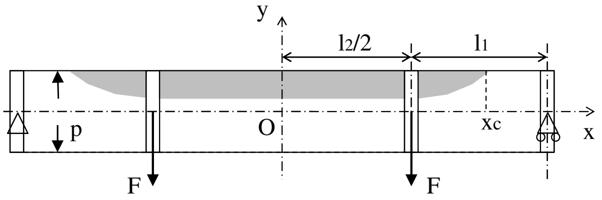
インフレータブルチューブの力学特性を力学的に明かにする研究として、Stein ら [1] は、薄肉円筒殻の力学モデルを用いて、リンクルを含む平均応力場を考えることにより、力学特性を明らかにした。インフレータブルの力学モデルとしては、薄肉の円筒殻の曲げ変形・座屈の研究を基本として考えることができ、膜材は面内圧縮力に対してしわが発生するため剛性が極めて低くなる。このことから、簡易な力学モデルとして、Comer ら [2] は膜の断面に発生する圧縮応力を零とし、片持ちのインフレータブル梁に対して、はりの理論を適用した力学モデルを提案してきた。これらの研究を発展させて、Veldman[3] 座屈理論解析により、解析的にインフレータブルチューブの力学特性を明かにした。また、菅沼ら [4] は、膜面に生じる圧縮応力を考慮した力学モデルを用いることで、比較的精度良く collapse 特性を容易に求めることが可能となることを示した。これらの研究は、断面形状が不変としたモデルを扱っているが、荷重を受けることにより偏平化が起きると考えられ、これに対して、著者ら [5] は曲げ荷重を受けるインフレータブルチューブの断面形状の変化を実験的に示し、断面形状変化による曲げ剛性の変化を考慮した力学モデルを提案した。

[*1] 東京工業大学　大学院修士課程
[*2] 東京工業大学・大学院総合理工学研究科　准教授

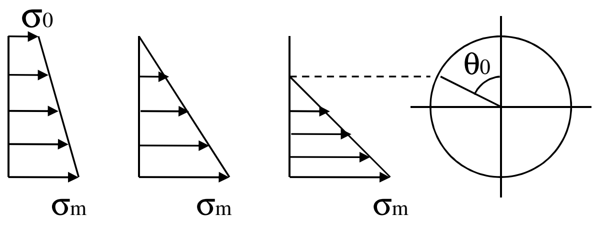
以上の力学モデルは定量的に collapse の現象を取り扱うことができるものの、インフレータブルチューブのリンクル発生から collapse に至る膜の変形を含む曲げ変形特性を明らかにすることはできていない。そこで、本研究では、曲げ荷重を受けるインフレータブルチューブのしわ及び collapse 発生による形状変形特性を明らかにするために、有限要素解析により collapse 発生過程におけるしわの形状ならびに応力状態の詳細を明らかにすることを目的とする。

2. インフレータブルチューブの 4 点曲げ解析

本研究では、曲げ荷重を受けるインフレータブルチューブの変形特性を理論的に取り扱うため、内圧 p を一定とした 4 点曲げの解析を、Comer の理論を用いて定式化する。図 1 は取り扱う 4 点曲げモデルとインフレータブルチューブの断面に生じる応力分布を表したものである。曲げ荷重が小さく、外力の曲げモーメントによる圧縮応力よりも内圧による張力が上回っている場合は図 1(b) のように、全体が引張り応力となっているため、しわは発生していない状態である。曲げ荷重が大きくなり、曲げモーメントによる圧縮応力が、内圧による張力を上回った場合の応力分布は図 1(b) に示すように、膜の圧縮剛性は零と仮定し、圧縮応力は零としている。応力が零となっている領域は、しわが発生している領域であり、しわが発生している領域の境界の角度を θ_0 とする。



(a) インフレータブルチューブの 4 点曲げモデル



(b) 応力分布の仮定

図 1: Comer のインフレータブルチューブモデル

まず、しわが発生していない場合の理論式を示す。対称性より、$0 < x < l_1 + \frac{l2}{2}$ の範囲で考える。図 1(b) に示される軸応力は式 (1) のように表せる。

$$\sigma = \frac{\sigma_0(1+\cos\theta)}{2} + \frac{\sigma_m(1-\cos\theta)}{2} \tag{1}$$

ここで、σ_0、σ_m はそれぞれ上端、下端の軸応力、θ は上端からの回転角を表している。曲率 ϕ とモーメントの関係は式 (2) で表され、$\phi = -d^2y/dx^2$ より、たわみ曲線の微分方程式は式 (3) となる。

$$\phi = \frac{M}{EI} \tag{2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \tag{3}$$

E はヤング率、I は断面二次モーメントを表しており、断面二次モーメントは式 (4) で表せる。ここで t は膜厚、r は半径を表しており、膜厚は半径に対して十分小さいと仮定している。

$$I = \pi t r^3 \tag{4}$$

以上より、曲げモーメントは次式のようになる。

$$M = \begin{cases} Fl_1 & (0 < x < \frac{l_2}{2}) \\ F\left(l_1 + \frac{l2_2}{2} - x\right) & (\frac{l_2}{2} < x < l_1 + \frac{l_2}{2}) \end{cases} \tag{5}$$

よって、式 (4)、式 (5) を式 (3) に代入すると、以下のようにたわみ曲線の微分方程式が求まる。

$0 < x < l_2$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Fl_1}{E\pi t r^3} \tag{6}$$

$l_2 < x < l_1 + \frac{l_2}{2}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F(l_1 + \frac{l_2}{2} - x)}{E\pi t r^3} \tag{7}$$

次に、しわが発生している場合について考察する。まず、しわが発生するときの曲げ荷重 F_c ならびに図 1(a) におけるしわの発生位置 x_c を求める。しわが発生しているときの応力分布は図 1(b) で示され、式 (8) のように表される。

$$\sigma = \frac{\sigma_m(\cos\theta_0 - \cos\theta)}{1+\cos\theta} \tag{8}$$

チューブに生じる曲げモーメントは、式 (9) で表され、式 (8) を用いて式 (10) となり、σ_m について変形すると式 (11) となる。

$$M = -2\int_0^{\pi} \sigma t r \cos\theta r d\theta \tag{9}$$

$$= \frac{\sigma_m t r^2 \left\{(\pi - \theta_0) - \sin\theta\cos\theta\right\}}{1+\cos\theta} \tag{10}$$

$$\sigma_m = \frac{M(1+\cos\theta_0)}{tr^2\left\{(\pi-\theta_0) - \sin\theta_0\cos\theta_0\right\}} \tag{11}$$

また、内圧 p と膜面に生じる軸応力の力のつり合いは、

式 (12) となり、式 (8) を用いることで式 (13) と表される。同様に σ_m について変形すると式 (14) となる。

$$p\pi r^2 = \int_0^{2\pi} \sigma tr d\theta \tag{12}$$

$$= \frac{2\sigma_m tr \left\{(\pi - \theta_0 \cos\theta_0 + \sin\theta_0)\right\}}{1+\cos\theta_0} \tag{13}$$

$$\sigma_m = \frac{p\pi r(1+\cos\theta_0)}{2t\left\{(\pi-\theta_0)\cos\theta_0 + \sin\theta_0\right\}} \tag{14}$$

式 (11)、式 (14) より、次式が導かれる。

$$M = \frac{p\pi r^3\left[(\pi-\theta_0) - \sin\theta_0\cos\theta_0\right]}{2\left[(\pi-\theta_0)\cos\theta_0 + \sin\theta_0\right]} \tag{15}$$

曲げモーメントが最大となるのは、$0 < x < \frac{l_2}{2}$ の範囲なので、式 (15) において、$M = Fl_1$、$\theta_0 = 0$ とすることで、しわが発生するときの曲げ荷重が式 (16) のように示される。

$$F_c = \frac{p\pi r^3}{2l_1} \tag{16}$$

また、しわの領域の境界位置 x_c は、式 (15) において、$M = F\left(l_1 + \frac{l_2}{2} - x_c\right)$、$\theta_0 = 0$ とすることで式 (17) のようになる。

$$x = l_1 + \frac{l_2}{2} - \frac{p\pi r^3}{2F} \tag{17}$$

また、$0 < x < x_c$ における断面二次モーメントは、しわが発生している $0 < \theta < \theta_0$ は剛性がないとすると、式 (18) となる。

$$I = tr^3\left\{(\pi-\theta_0) + \sin\theta_0\cos\theta_0\right\} \tag{18}$$

式 (3)、式 (5) ならびに式 (18) より、しわが発生している場合のたわみ曲線の微分方程式は以下のように導かれる。

$0 < x < l_2$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Fl_1}{Etr^3\left\{(\pi-\theta_0)+\sin\theta_0\cos\theta_0\right\}} \tag{19}$$

$l_2 < x < l_1 + \frac{l_2}{2} - \frac{p\pi r^3}{2F}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F\left(l_1 + \frac{l_2}{2} - x\right)}{Etr^3\left\{(\pi-\theta_0)+\sin\theta_0\cos\theta_0\right\}} \tag{20}$$

$l_1 + \frac{l_2}{2} - \frac{p\pi r^3}{2F} < x < l_1 + \frac{l_2}{2}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F\left(l_1 + \frac{l_2}{2} - x\right)}{E\pi tr^3} \tag{21}$$

3. 数値解析モデル

FEM に用いた解析モデルは、文献 3) の実験で用いられたモデルと同様に、全長 410mm、荷重負荷間の距離 210mm、半径 35.65mm、膜厚 46mm、ポアソン比 0.3、ヤング率は実験より求めた 165MPa とした。インフレータブルチューブの端と荷重負荷部分は剛体要素を用い、拘束条件は、チューブの左端の z 軸回りを回転自由とし、右端は x 軸方向ならびに z 軸回りの回転自由を仮定した。また、支持部においての摩擦などの軸方向剛性をモデル化するため、右端には軸方向にばね要素を設置している。図 2 の点 A は、初期状態における (x,y,z)=(0,0,35.65) のチューブ上の点を示している。解析には ABAQUS[7] を用い、4 節点曲面汎用シェルを用いた。

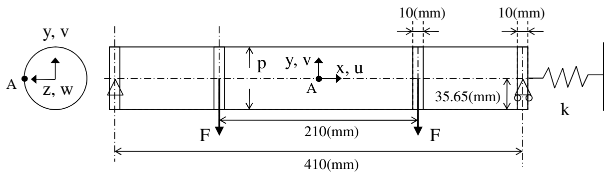


図 2: FEM 解析モデル

4. 荷重変位関係

本解析では、荷重間の軸方向を 200 等分割、周方向に 220 等分割し、チューブ内圧は、実験と対応させるため $p = 1.0kPa$ とした。図 3 は、荷重 - 変位関係を表したものであり、破線と実線は、図 2 の点 A における有限要素解析結果であり、それぞればね剛性 $k = 0N/mm$、$k = 0.2N/mm$ とした場合の結果である。ここで、点線は Comer の理論解析結果、白の点は実験結果を示している。実験では、$F = 1.5N$ で collapse が発生し、$k = 0N/mm$ とした場合の有限要素解析では、$F = 1.0N$ からしわが生じ始め、$F = 1.4N$ から collapse が発生した。$k = 0N/mm$ の場合、collapse 発生前は実験とほぼ一致しているが、collapse 発生後は実験結果および Comer の理論解析結果よりも接線剛性が小さくなっている。これは、支持部の摩擦の影響や、内部の空気量を調整するためのチューブの影響が考えられ、ばね剛性を $k = 0.2N/mm$ として解析を行った場合、collapse 発生前までは $k = 0N/mm$ の場合とほぼ一致しており、collapse 発生後は $k = 0N/mm$ の場合よりも接線剛性が大きくなり、実験結果とほぼ一致している結果が得られた。このことから、collapse 発生後は軸方向剛性の影響が顕著に表れることが明らかになった。ここで、ばね

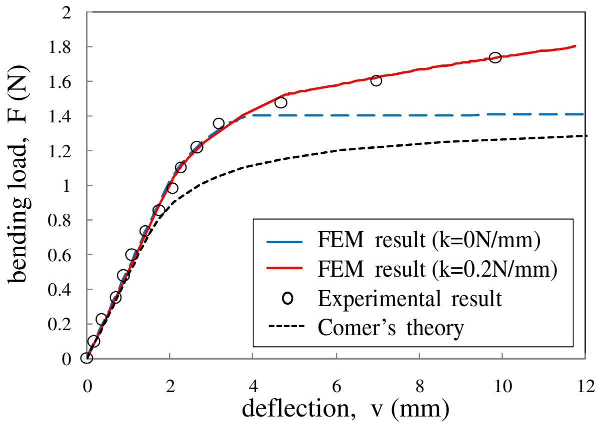


図 3: 曲げ荷重〜曲げ変形曲線

剛性 $k = 0.2N/mm$ は、チューブの軸方向剛性の約 5% であった。以降は、ばね剛性を $k = 0.2N/mm$ として解析を行った。

5. しわと collapse の形成

曲げ荷重の増加によるしわの形状変化を示したものが図 4 であり、チューブ上部の膜面位置を縦軸に、軸方向の位置を横軸にとっている。図 4 より、荷重が増加するにつれて、しわの振幅が大きくなっていることが認められる。

このしわの周期性を検討するため、しわ波長について、曲げ荷重をパラメータとして示したものが、図 5 である。$F = 1.1N$ の場合、$4.3mm$ と $5.9mm$ の成分の波長が認められるが、荷重を増加させると、$F = 1.2N, 1.3N, 1.4N, 1.5N$ においてほぼ一定の波長となり、その値は $4.7mm$ となっている。このことから、荷重が増加するに伴い、波長はほぼ一定のまま振幅が大きくなっていくことが示された。

次に、曲げ荷重を $F = 1.5N$ から更に増加させたときの、しわの形状を示したものが図 6 である。点線は、$F = 1.50N$ の場合を示しており、規則的なしわの形状が認められる。しかし、$F = 1.50N$ から曲げ荷重を増加させた $F = 1.52N$ の場合には、$x = -38mm, 28mm, 38mm$ の各位置で、大きなしわが発生し、規則的なしわの形状が失われてくる。更に曲げ荷重を大きくし、$F = 1.53N$ とすると、$F = 1.52N$ で生じた大きなしわは、$x = -49mm, -39mm, 39mm$ の位置においてさらに大きなしわへと変化している。また、$F = 1.53N$ の場合、大きなしわの周辺以外の部分では、規則的なしわは消失していることが認められる。

斜め上方から見た場合のチューブのしわの形状を図 7(a1〜a3)、図 7(b1〜b3) に示す。図 7(a1〜a3) は有限要素解析結果であり、図 7(b1〜b3) は実験結果を示している。図 7 より、collapse 発生前は軸方向のみに周期的なしわが発生していることが認められるが、collapse 発生後、周方向へしわが生じ不伸長の座屈モードに近い変形モードへと変化していることが認められる。このことは、実験においても同様の結果が示されており、定性的にほぼ一致していることが示されており、数値解析結果の妥当性が確認できた。また、図 8 は、荷重に対するひずみエネルギーを示したものであり、collapse が発生した $F = 1.53N$ において、ひずみエネルギーが低下していることからも、安定な不伸長のモードへ変化したことが確認できる。

同様の実験結果を用いて、collapse 発生前のしわの波長について、数値解析結果と実験結果の比較を行うと、有限要素解析では、しわの波長は約 4.7mm であり、実験では約 4.5mm であり、ほぼ一致した結果が得られていることが確認できた。

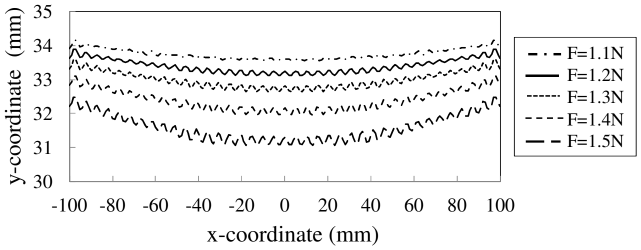


図 4: リンクルの形成過程

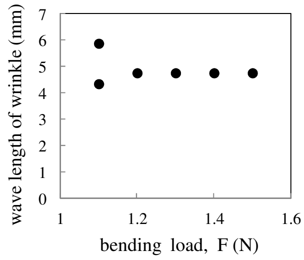


図 5: しわ波長に対する曲げ荷重の影響

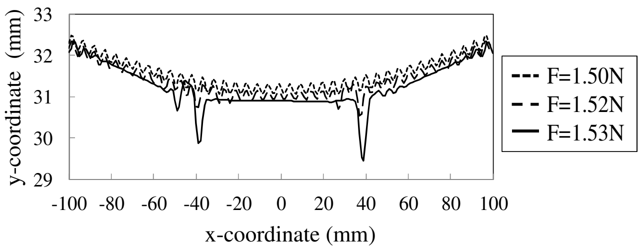
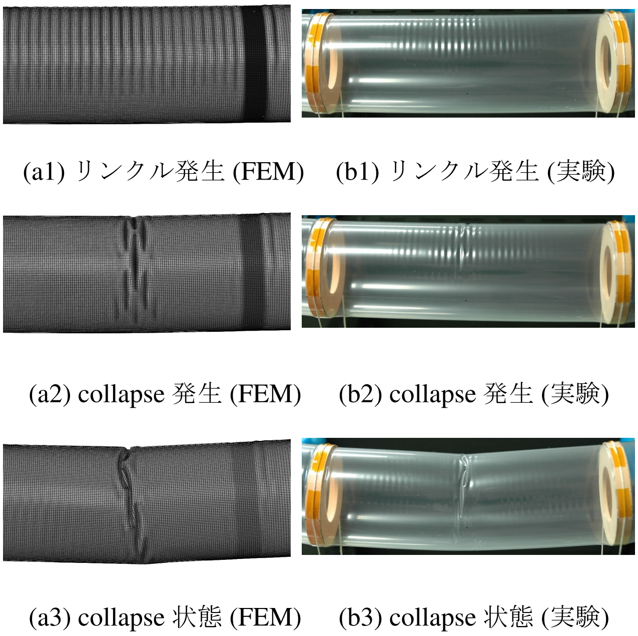


図 6: collapse の形成過程

6. インフレータブルチューブの応力状態

次にチューブの応力状態について示す。図 9、10 は x=0mm と x=39mm における、曲げ荷重に対するチューブ上部の軸方向応力の変化を示したものである。どちらの位置においても、しわが生じ始めた F=1.0N から collapse 発生前の F=1.5N において、軸方向応力はは -0.136MPa となり、ほぼ一定の値となっている。式 (22) に示す円筒の軸圧縮の座屈理論から求まる座屈応力 [6] と比較すると、σ_{cr}=-0.133MPa となり、ほぼ一致した結果となっていることが確認できた。



(a1) リンクル発生 (FEM)　(b1) リンクル発生 (実験)

(a2) collapse 発生 (FEM)　(b2) collapse 発生 (実験)

(a3) collapse 状態 (FEM)　(b3) collapse 状態 (実験)

図 7: リンクル発生から collapse 状態への変形過程

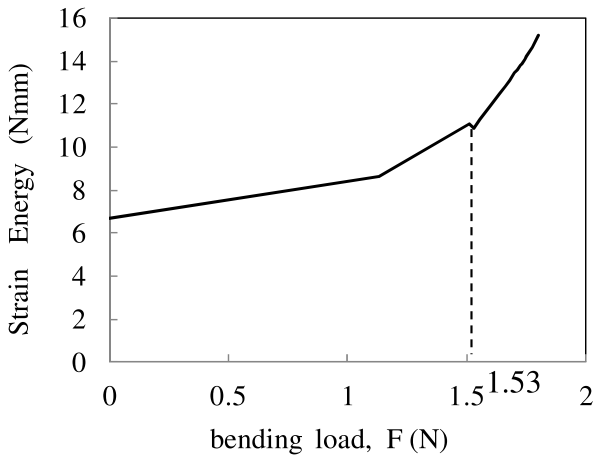


図 8: 歪みエネルギー〜曲げ荷重曲線

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}\left(\frac{Et}{r}\right) \tag{22}$$

図 11、12 はは x=0mm と x=39mm における、曲げ荷重に対するチューブ上部の軸方向応力の変化を示したものである。周方向応力は、F=1.0N から F=1.5N においても、x 軸方向の位置により異なる応力となっており、軸方向に生じているしわの影響が顕著に表れると考えられる。図 13、14 は、F=1.50N, 1.52N, 1.53N におけるチューブ上部全体の周方向応力 σ_r と x 軸方向応力 σ_x を示したものである。図 13 より、周方向応力は、collapse 発生前の F=1.50N では、規則的なしわの形状に対応して周期的な変化が認められる。collapse 発生後は、大きなしわが生じている x= -49mm, -39mm, 39mm の位置において、周方向応力は小さな値また

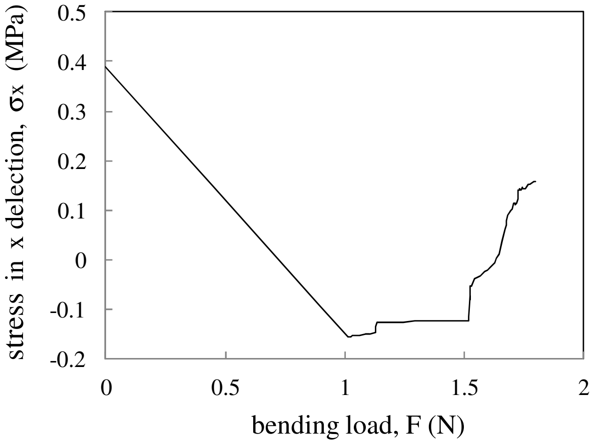


図 9: 曲げ荷重〜軸方向応力 ($x = 0mm$)

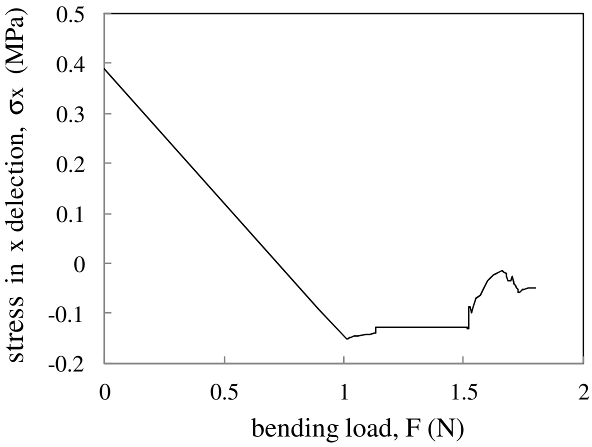


図 10: 曲げ荷重〜軸方向応力 ($x = 39mm$)

は負の値となっている。図 6 における規則的なしわが存在しない x= -20mm から x = 15mm においては、周方向応力は約 σ_r=0.788MPa となっており、曲げ荷重を付加していない時の内圧のみの場合の周方向応力 σ_r=0.775MPa とほぼ同じ値となっている。図 14 より、x 軸方向応力は、collapse 発生前の規則的なしわが発生している場合は、周方向応力と同様にしわの形状に対応して周期的に変化しており、約 σ_x=-0.136MPa となっている。collapse 発生後、大きなしわが発生した x=-39mm,39mm の両側において、x 軸方向応力は引張り応力となっていることが示されている。また、x=-20 から x=15mm においては、規則的なしわが発生していたときの σ_x=-0.136MPa よりも小さな圧縮応力となっており、図 4 のしわの存在していない部分に対応している。

F=1.53N からさらに曲げ荷重を大きくし、F=1.8N の場合のチューブ形状と、応力状態を図 15、16、17 に示す。図 15 に示されているように、図 5 で示されている $x = -39mm, 39mm$ におけるしわは、F=1.8N では x=-39mm においてのみひとつの大きなしわとなり、めり込みが生じていることが示されている。図 16、17 より、大きなしわが生じている x=39mm の位置では、周方向、x 軸方向とも

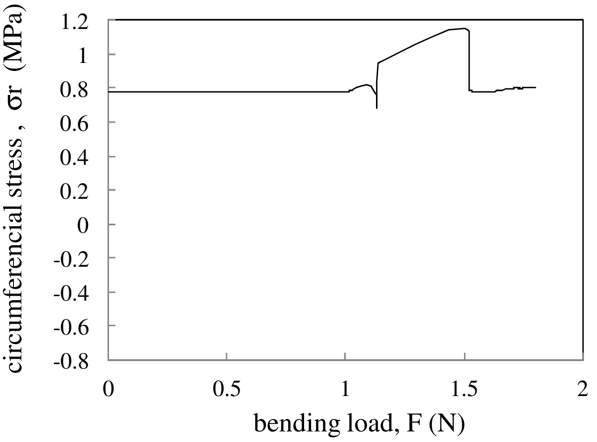


図 11: 曲げ荷重〜周方向応力 ($x = 0mm$)

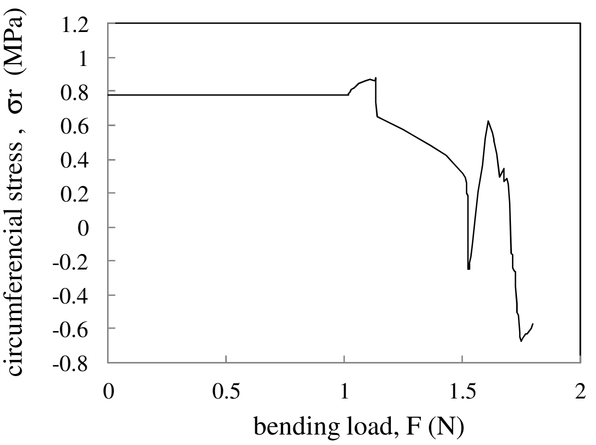


図 12: 曲げ荷重〜周方向応力 ($x = 39mm$)

に圧縮応力になっていることが示されており、x=50mm における x=39mm に比べて小さいしわの位置でも同様にどちらも圧縮応力になっている。また、$x = -20mm$ から $x = 35mm$ においては、軸方向応力は引張り応力となっており、これは図 15 のめり込みにより曲率が大きくなっている部分で、しわの発生していない部分に対応している。

7. 断面形状変化

曲げ荷重の増加による、チューブの断面形状の変化について考察する。図 18、19 は、それぞれ曲げ荷重 $F = 1.5N, 1.6N, 1.7N, 1.8N$ のときの、チューブの水平幅ならびに鉛直幅の変化率を示したものである。collapse 発生前の $F = 1.5N$ のときは、水平幅、鉛直幅どちらもほとんど変化していないが、collapse 発生後の $F = 1.6N, 1.7N, 1.8N$ においては、どちらにおいても変化率が顕著に表れている。特に大きなしわが発生した箇所の近傍では、水平幅と鉛直幅の変化が著しく、水平幅は増加する傾向にあり、鉛直幅は減少する傾向にあることが認められる。例えば、$F = 1.8N$ のとき、大きなしわが生じた $x = 39$mm において、水平幅は約 5% 増加し、鉛直幅は約 9% 減少している

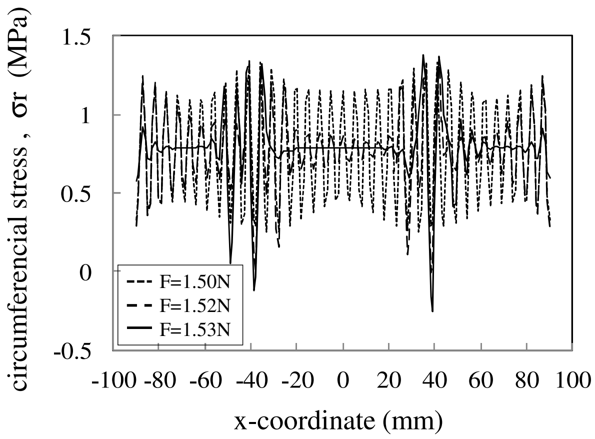


図 13: リンクル形成過程における周方向応力の軸方向分布

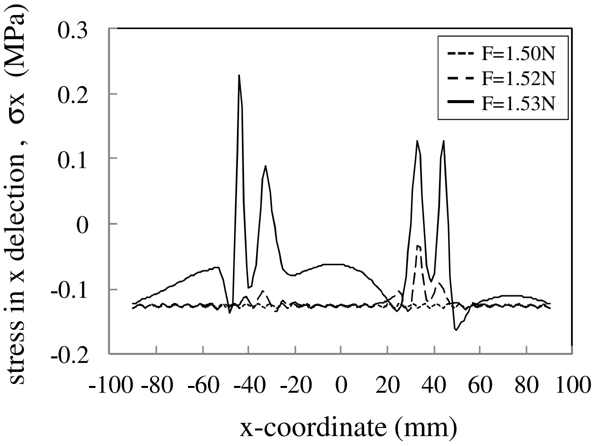


図 14: リンクル形成過程における軸方向応力の軸方向分布

ことがしめされた。このことから、鉛直幅の減少により断面二次モーメントが小さくなり、collapse 発生後の急激な曲げ剛性の低下のひとつの要因となっていると考えられる。

8. 結論

インフレータブルチューブが曲げ荷重を受ける際の、しわの発生から collapse に至る膜の変形を含む曲げ変形特性を有限要素解析によって明かにした。曲げ荷重の負荷に伴い、まず円筒殻の座屈応力に近い応力で、しわがチューブ軸方向に周期的に生じ、更に荷重が大きくなるにしたがって、ある限界荷重で、周期性の無い大きなしわへと変化して、collapse 状態になることが示された。また、collapse 状態では周期的なしわは消失し、局所的な変形へと変化することが示された。ここで、collapse 状態になる際には、周期的なしわ状態から、円筒殻の不伸長座屈モードに近い変形モードに移行することで collapse が形成されることが認められた。

collapse 状態になることに伴って、膜がめり込む大変形が生じ、断面形状が局所的に大きく変化するため、曲げ剛性の低下を招く要因となっていることが示された。

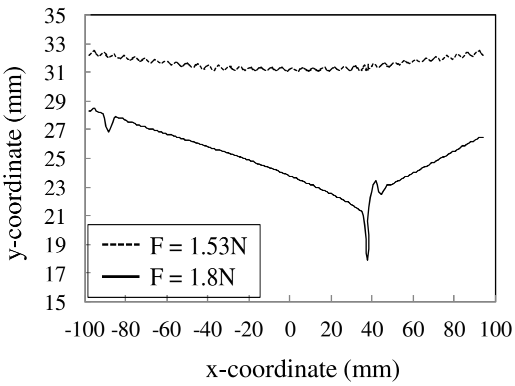


図 15: リンクル形状と collapse 形状

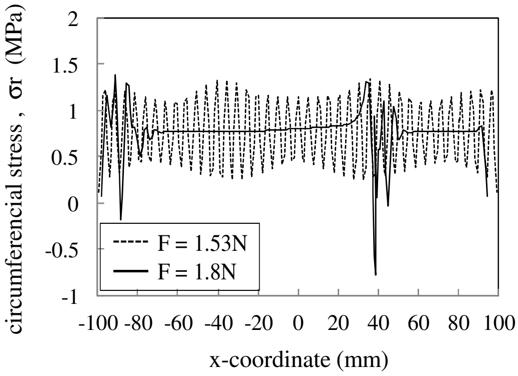


図 16: 周方向応力の軸方向分布の比較

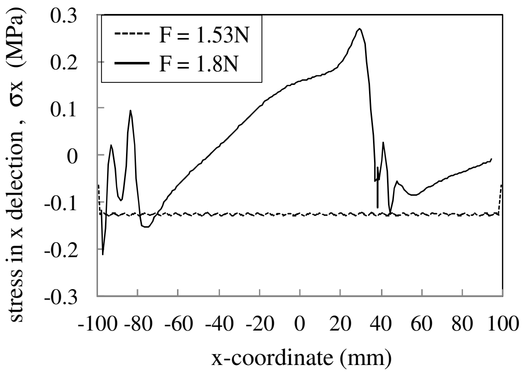


図 17: 軸方向応力の軸方向分布の比較

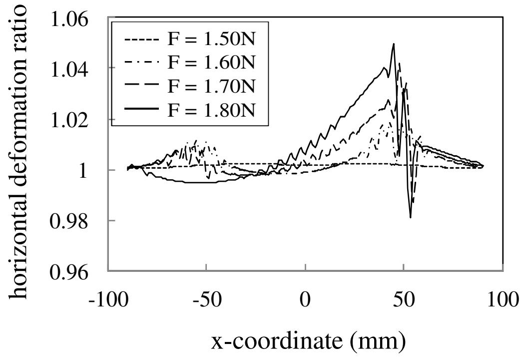


図 18: インフレータブルチューブ水平幅変化率

参考文献

1) Stein, Manuel and Hedgepeth, John M., " Analysis of Partly Wrinkled Membranes, " NASA TN D-813, National Aeronauticas and Space Administration, July 1961.

2) Comer, R. L., Levy, S. " Deflections of an Inflated Circular Cylindrical Cantilever Beam, " AIAA J., 1963, Vol.1, No.7, pp.1652-1655.

3) S.L. Veldman, " Bending of Anisotropic Inflated Cylindrical Beams, " Thin-Walled Structure, Elsevier, Vol.43, pp.461-475, 2005.

4) 菅沼和敬, 石田良平, 秋田剛, " インフレータブルビームの曲げ特性について, " ISAS/JAXA 第 23 回宇宙構造・材料シンポジウム, 相模原, Nov. 2007, pp. 73-76.

5) 安池優樹, 古谷寛, " 断面形状変形と圧縮応力を考慮したインフレータブルチューブの力学特性, " 日本航空宇宙学会第 51 回構造強度に関する講演会, 和歌山, July. 2009, pp.202-204.

6) Timoshenko, Stephen P. and Gere, James M., " Theory of Elastic Stability, " McGraw-Hill, 2nd Ed., 1981.

7) ABAQUS user ' s manual, Version6.8, ABAQUS Inc., 2008

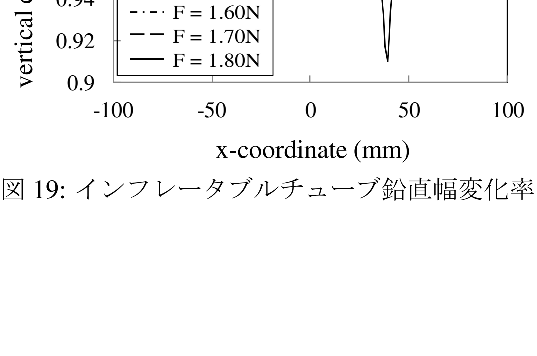


図 19: インフレータブルチューブ鉛直幅変化率

MECHANICAL PROPERTIES OF INFLATABLE TUBES FOR BENDING LOAD BY FINITE ELEMENT ANALYSES

Jin Yokoyama[a]
Hiroshi Furuya[b]

SYNOPSIS

The mechanical properties for collapsing process of inflatable tube subject to bending load are investigated by FEM analyses. The periodic wrinkles emerges at first on the compressive side of the inflatable tube as the bending lad increased, when the axial stress reaches the buckling stress of cylindrical shell structures. As bending load increases further, some isolated wrinkles occur and the periodic wrinkles disappear. The stress fields and geometrical properties of the wrinkling and collapsing inflatable tube is also discussed in detail.

[a]Graduate student, Tokyo Institute of Technology, Dept. of Built Environment
[b]Dr. Eng., Associate Professor,Tokyo Institute of Technology, Dept. of Built Environment