

2 曲面構成直交格子ドームの座屈性状と座屈荷重

加藤 史郎*¹
樋口 直也*²
中澤 祥二*³

梗 概

本研究では、従来のブレース補剛単層直交格子ドームと異なる空間構成の直交格子ドームを提案し、その新しい空間構成の座屈性能を検討する。特に、荷重条件、ブレース部材の部材特性、2 曲面の距離をパラメータとして、座屈性能を分析し、新しい空間構成の有用性を実証するとともに、設計に必要となる基礎資料を提供する。また、分析結果に基づき正規化細長比 $\lambda_{e(m)}$ を関数とする柱要素としての圧縮強度曲線を求め、この圧縮強度曲線を利用した弾塑性座屈荷重の算定法の有効性を検討した結果を示す。

1. はじめに

骨組膜構造では、膜を支えるため、鋼などの線材で構成される単層直交格子ドームが用いられていることがある。この単層直交格子ドームには、ブレース部材で補剛されるもの、補剛されないものに大きく分類される。一般に、ブレース部材で補剛されない構造は、面内せん断剛性が低く¹⁾、アーチに似た座屈特性となる。一方、ブレース部材で補剛される構造は、高い面内せん断剛性のため、補剛されない場合に比べ座屈荷重が高い。従来の単層直交格子ドームは、直交するアーチ群が同一曲面にあるため、アーチ部材間を接合するために剛な接合部が現れることが多く、また、ブレース補剛の単層直交格子ドームでは、ブレース部材を接合するための接合部が必要とされる。ブレース部材は、座屈荷重を上昇させるのに効果的であり、軽量の単層直交格子ドームの建設には必要とされる構造要素であり、直交格子ドームでは、有効な空間構成のひとつとなっている。

本研究では、従来のブレース部材により補剛された単層直交格子ドームの特性を持ちながら、異なる空間構成となるブレース部材で補剛された直交格子ドームを提案し、その新しい空間構成の座屈性能について検討を行い、その有用性を明らかにする。特に、荷重条件、ブレース部材の部材特性、2 曲面の距離をパラメータとして、座屈性能を分析し、設計に必要となる基礎資料を提供する。また、分析結果に基づき正規化細長比 $\lambda_{e(m)}$ を関数とする柱要素としての圧縮強度曲線を求め、この圧縮強度曲線を利用した弾塑性座屈荷重の算定法²⁻⁴⁾の有効性・実用性を確認する。

2.2 曲面構成直交格子ドーム

2.1 ドームの全体構成

本研究では、図1に示す直交格子ドームを提案する。構成としては2層であるが、X方向のアーチ部材は上層面に、Y方向のアーチ部材は下層面に位置し、相互に高さが異なるため、X方向のアーチ部材とY方向のアーチ部材は交わることがない。直交するアーチ部材は、ガセット・プレート等を介して両端ピン接合の補剛材（以降、ブレース部材）で接続さ

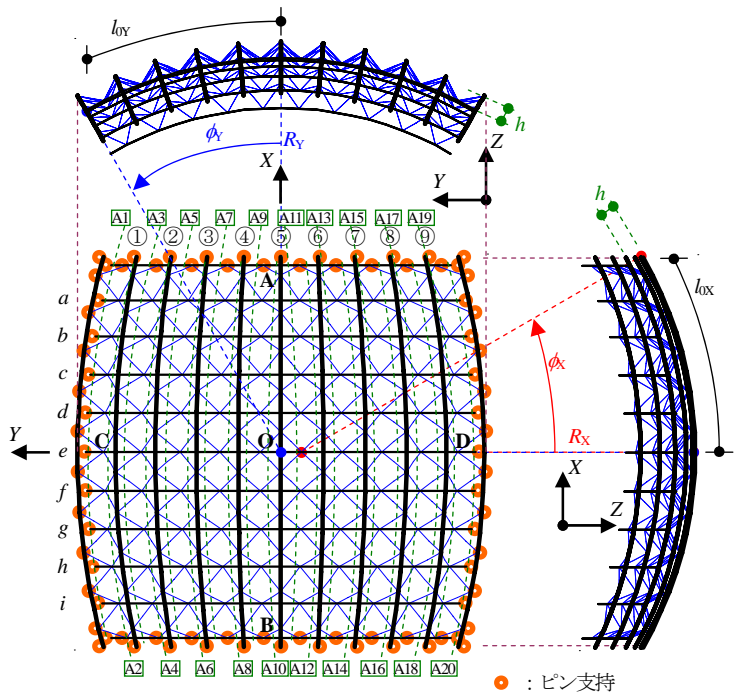
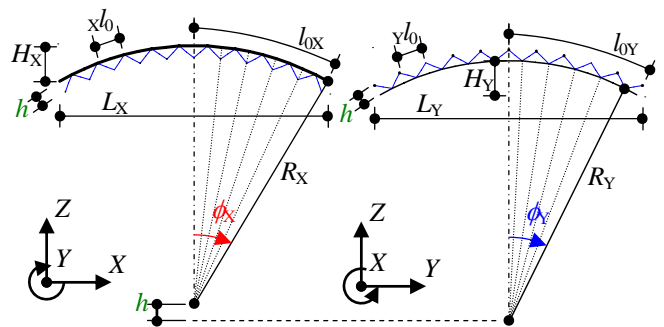


図1 対象構造物



(a) X-Z 平面 (5-5'断面図) (b) Y-Z 平面 (e-e'断面図)

図2 対象構造物 (簡略図)

れるものとする。この補剛材は直交格子ドームの面内剛性を補うものと想定して配置され、また、各アーチ部材に対しては、基本的にはドームの面外方向に変位する並列アーチ的な

*1 豊橋技術科学大学建設工学系 教授, 工学博士

*2 豊橋技術科学大学機械・構造システム工学専攻

大学院生, 修士(工学)

*3 豊橋技術科学大学建設工学系 准教授, 博士(工学)

構造の特性となるような拘束効果があると想定される。特に、形態上の特徴は、アーチ部材は境界における支持点から支持点まで、アーチ部材間の接合は直接表に現れず、比較的接合部の少ない構造となることである。

2.2 全体形状

対象とする構造物の基本形状は、図1に示すような2曲面構成直交格子形状であり、X方向のアーチを数字(例①)、Y方向のアーチをアルファベット(例a)、ブレースをアルファベット・数字(例A1)で表示する。

X方向(上層面)およびY方向(下層面)に配置された複数のアーチはともに同一断面の一樣な円弧アーチと仮定し、弧長は60mであり、X方向、Y方向とも部材長さ $l_0 = x l_0 = y l_0 = 6m$ の20個の直線要素で近似化する。なお、部材の座屈をできるだけ精度よく把握するため、1部材を要素長 $x l = y l = 3m$ の2要素で表している。アーチ部材は支持点から支持点までを同一断面であり、アーチの節点は剛接合とする。また、周辺は、ピン支持とする。

X方向(上層面)とY方向(下層面)に配置したアーチの高さの差 h は、基本形状として2.50mと設定した。なお、後述するように比較のため h が1.00mの形状についても検討する。また、標準的な屋根を想定し、ドームの半開角 ϕ_x と ϕ_y として $\phi_x = \phi_y = 30deg$ を設定した。半開角 ϕ_x と ϕ_y 、曲率半径 R_x と R_y 、平面上のスパン L_x と L_y 、ライズ H_x と H_y 、アーチの半弧長 l_{0x} と l_{0y} を図2、表1に示す。

X方向とY方向に配置したアーチ部材(以降、X方向部材、Y方向部材)およびブレース部材は、全長にわたり一樣な鋼管とし、鋼材としてはSS400、弾性係数 $E = 205,000N/mm^2$ 、降伏応力度 $\sigma_y = 235N/mm^2$ とする。なお、管厚は、アーチ部材は $t = 10mm$ 、ブレース部材は $t = 5mm$ とする。

X、Y方向アーチ部材に関して、部材長さ $l_0 = 6m$ に対する細長比 λ_0 は60とする。これらの部材の部材特性を表2に示す。部材細長比 λ_0 は l_0/r_g で定める。ここで r_g は部材の断面二次半径であり、管径(管厚中心距離) d_0 、断面積 A 、断面二次モーメント $I_0(=I_y=I_z)$ 、降伏軸力 N_y および全塑性モーメント $M_p(=M_{py}=M_{pz})$ は、次式を用いる。

$$\begin{aligned} d_0 &= 2\sqrt{2} \cdot r_g, \quad A = \pi \cdot d_0 \cdot t, \quad I_0 = A \cdot (r_g)^2 \\ N_y &= A \cdot \sigma_y, \quad M_p = d_0^2 \cdot t \cdot \sigma_y \end{aligned} \quad (1)$$

ブレース部材は、部材細長比 $BR\lambda_0$ を採用し、部材特性を表3に示す。ブレース部材は位置によって部材長が4710mmから4920mmと異なるため、基本座屈長さ BRl_0 を5000mmと仮定し、部材細長比 $BR\lambda_0$ を $BRl_0/BRr_g = 160$ として定めた。ただし、 BRr_g は部材の断面二次半径であり、管径(管厚中心距離) BRd_0 、断面積 $BR A$ 、断面二次モーメント $BR I_0(=BR I_y=BR I_z)$ 、降伏軸力 $BR N_y$ および全塑性モーメント $BR M_p(=BR M_{py}=BR M_{pz})$ は式(1)に準じて算定する。ここで、X、Y方向部材との接合部は前述したようにピン接合とする。

表1(a) 全体形状諸元 (X方向)

ϕ_x [deg.]	R_x [m]	L_x [m]	H_x [m]	l_{0x} [m]
30	57.3	57.3	7.7	30.0

表1(b) 全体形状諸元 (Y方向)

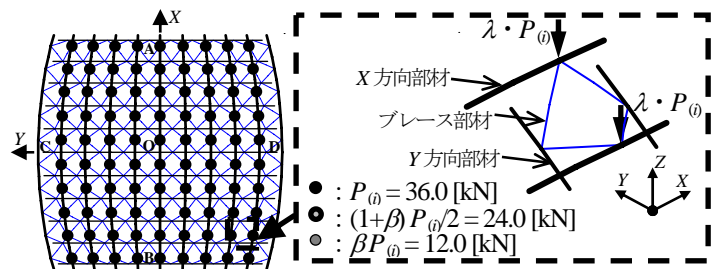
ϕ_y [deg.]	R_y [m]	L_y [m]	H_y [m]	l_{0y} [m]
30	57.3	57.3	7.7	30.0

表2 X、Y方向部材の部材特性

λ_0	d_0 [mm]	N_y [kN]	M_p [kN·m]	l_0 [m]	t [mm]
60	283	2088	188	6	10

表3 ブレース部材の部材特性

$BR\lambda_0$	BRd_0 [mm]	BRN_y [kN]	BRM_p [kN·m]	BRl_0 [m]	BRt [mm]
160 (151~157)	88	326	9	5.00 (4.71~4.92)	5



(a) 等分布荷重($\beta=1.0, \sum P_{(i)} = 3240$ [kN])

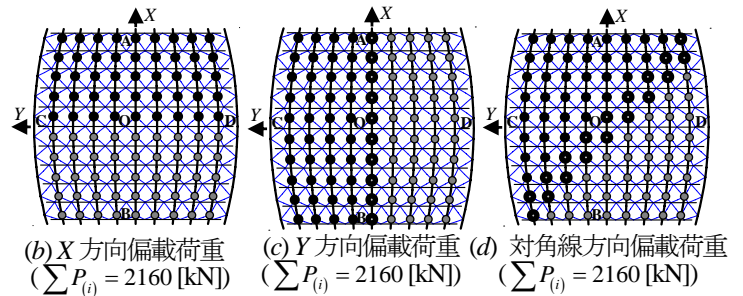


図3 荷重条件(DT構造)

2.3 荷重条件

荷重は、図3に示す鉛直下向き等分布荷重および偏載荷重とする。等分布荷重は自重、偏載荷重は雪荷重を想定したものである。単位面積当たりの固定重量を $1.0kN/m^2$ (荷重係数 $\lambda:1.0$)とし、これを基本荷重とする。

載荷条件としては、X方向部材(上層面)にすべての荷重を負担させた場合を想定し、図3(a)のようにX方向部材とブレース部材との交点に基本荷重を作用させる。なお、1節点あたりの基本荷重は $P_{(i)} = 36kN$ (負担面積 $36m^2$)であり、載荷点総数は $n = 90$ 個である。

偏載荷重は、X方向偏載荷重、Y方向偏載荷重、対角線方向偏載荷重を想定する。偏載度に関する指標として β を採用し、 $\beta = 1/3$ を用いる。なお、図3に、基本荷重の総和を $\sum P_{(i)}$ として記入してある。以後、説明するモデルと区別するために、これまでに説明したモデルをDT構造(double truss)とする。

3 比較用モデル

本研究で提案する2曲面構成直交格子ドームの性能を検討するため、ブレース部材の部材特性を変化させたもの、2曲面の距離を変化させたものを取り上げ、DT構造とどのように座屈荷重等が異なるか、比較を行う。

比較用モデルの形状・寸法、境界条件は、図1のDT構造と同様であり、半開角 $\phi_k = \phi_k = 30 \text{ deg.}$ 、 X 、 Y 方向部材の部材特性は表2と同一のものとする。なお、荷重条件は、後述の節3.2のブレース部材により補剛された単層直交格子ドーム以外は X 方向部材(上層面)にすべての荷重を負担させた場合を想定し、図3(a)に示すように、 X 方向部材とブレース部材との交点に基本荷重 $P_{(i)} = 36 \text{ kN}$ (負担面積 36 m^2)を作用させる。また、載荷点総数は $n = 90$ 個である。

3.1 ブレース部材の断面を補強した2曲面構成直交格子ドーム

DT構造は、ブレース部材が傾いて配置されているため、従来のブレース部材により補剛された単層直交格子ドームに比べ、ブレース部材の軸力が大きくなることが考えられる。そこで、(1)DT構造に対して大きな軸力を受けるブレース部材について部分的に補強を行うモデル、(2)DT構造に対して全ブレース部材の部材特性を変化させたモデルについて検討を行う。

(1)部分的に補強を行うモデルでは、補強箇所は、図4に示す箇所とする。荷重係数 $\lambda = 1.0$ の等分布荷重に対して得られる部材 i の軸応力 $\sigma_{(i)}$ を短期の許容圧縮応力度 f_c もしくは許容引張応力度 f_t で除した値に関して、上側から25%の範囲に含まれる部材について補強を行い、加えて、等分布荷重に対して補強したDT構造に対して荷重係数 $\lambda = 1.0$ の対角線方向偏載荷重を載荷し、 $\sigma_{(i)}/f_c$ もしくは $\sigma_{(i)}/f_t$ に関して、上側から25%の範囲に含まれる部材について補強した。また、補強する部材の管厚は、DT構造に用いるブレース部材(表3)の管厚を2倍としたもので、表4に部材特性を示す。ここでは、この構造をDT-Mod.構造とする。

(2)DT構造に対して全ブレース部材の部材特性を変化させたモデルでは、DT構造に用いる全てのブレース部材(表3)の部材細長比 $BR\lambda_0 = 160$ であったものを、部材細長比 $BR\lambda_0 = BR\lambda_0 / BRr_g = 110$ として補強を行った。また、補強するブレース部材の部材特性を表5に示す。ここでは、この構造をDT-Mat.構造とする。

3.2.2 曲面間の距離を変化させた2曲面構成直交格子ドーム

ここでは、図1,2に示すような特徴である X 方向(上層面)と Y 方向(下層面)に配置したアーチの高さの差 h による影響について検討する。

(1)DT構造は、 X 方向(上層面)と Y 方向(下層面)に配置したアーチの高さの差 h は、 2.50 m と設定しているのに対し、従来のブレース部材により補剛された単層直交格子ドームは $h = 0 \text{ m}$ であることから、中間辺りの高さとなる $h = 1.00 \text{ m}$ としたモデルについて検討する。ここでは、この構造をDT-High構造とする。ただし、DT構造と同様に、ブレース部材は X 、 Y 方向アーチ部材の間にピン接合で取り付けられているものとしている。

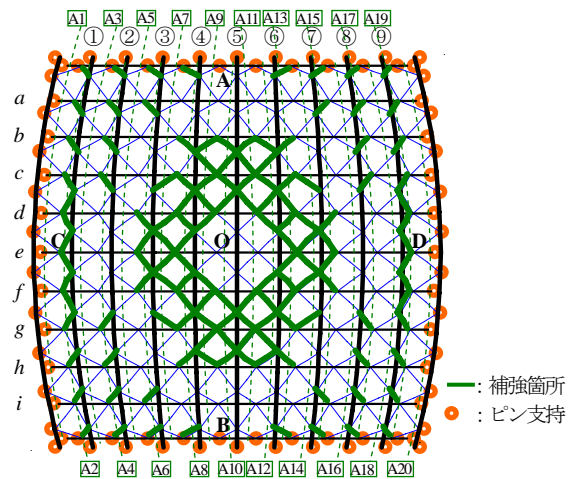


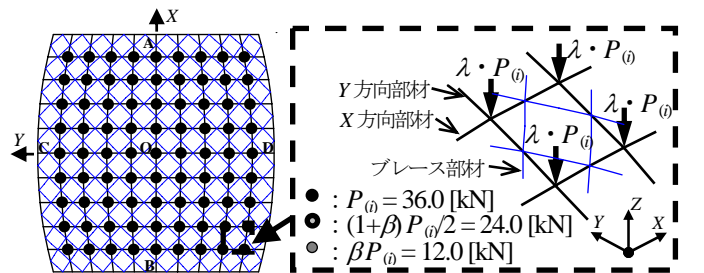
図4 補強した2曲面直交格子ドーム(DT-Mod.構造)

表4 部分的に補強するブレース部材の部材特性(DT-Mod.構造)

$BR\lambda_0$	BRd_0 [mm]	BRN_y [kN]	BRM_p [kN·m]	BRl_0 [m]	BRr [mm]
160 (151~157)	88	652	18	5.00 (4.71~4.92)	10

表5 補強するブレース部材の部材特性(DT-Mat.構造)

$BR\lambda_0$	BRd_0 [mm]	BRN_y [kN]	BRM_p [kN·m]	BRl_0 [m]	BRr [mm]
110 (104~108)	128	474	19	5.00 (4.71~4.92)	5



(a) 等分布荷重($\beta = 1.0, \sum P_{(i)} = 2916$ [kN])

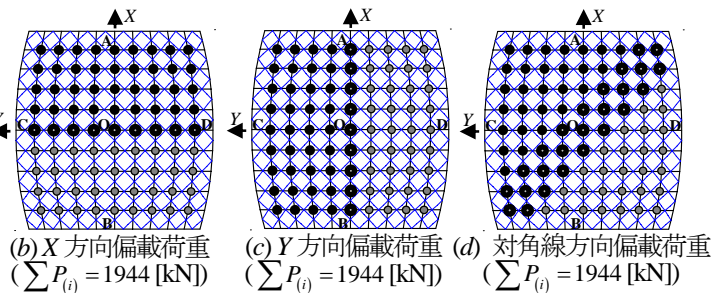


図5 荷重条件(S構造)

(2)DT構造と従来型のブレース部材により補剛された単層直交格子ドームの比較を行なうため、金山・半谷⁵⁾が検討している単層直交格子ドームに類似した構造を採用した。この単層直交格子ドームは、 X 方向(上層面)と Y 方向(下層面)に配置したアーチの高さの差 $h = 0 \text{ m}$ の形状のドームで、単一の曲面にすべての部材が含まれたものであり、 X 方向部材と Y 方向部材であるアーチ部材は交点で剛接合として交わっている。ここでは、この構造をS構造とする。

荷重条件は、等分布荷重および偏載荷重とする。単位面積当たりの固定荷重は 1.0kN/m^2 とし、これを基本荷重とする。また、1 節点あたりの基本荷重は $P_0=36\text{kN}$ (負担面積: 36m^2) であり、載荷点総数は $n=81$ である。図 5 に基本荷重の総和を ΣP_0 として示す。ただし、前述のものとは異なり、X 方向部材と Y 方向部材の交点に基本荷重を作用させる。

4 弾塑性座屈解析法

数値解析は文献⁶⁾と同様である。弾塑性座屈荷重は、荷重-変位曲線の最初の最大値を採用した。解析に用いる 1 要素を図 6 に示す。部材の両端に部材降伏を表現するばねを設定する。部材降伏後は、ばねの応力は、図 7 で示す降伏曲面上を流動すると仮定する。また、はり要素は弾性体と仮定し、部材両端の剛域長さは 0 とする。

5 弾塑性座屈性状

DT 構造, DT-Mod. 構造, DT-Mat. 構造, DT-High 構造, S 構造の荷重-変位関係, 軸力分布, 曲げモーメント分布, 軸力-曲げモーメント相関関係を分析する。なお、文献⁷⁾では、DT 構造, S 構造の座屈性状について同様な検討を行っているが、本研究では、DT-Mod., DT-Mat., DT-High 構造との比較および検討を行う。

5.1 耐力

全体荷重-平均変位関係を図 8 に、荷重係数-最大変位関係を図 9 に示す。なお、図 9 に表示する点は、荷重係数 $\lambda=1.0$ における鉛直変位の最大となる点である。

(1) 等分布荷重, X 方向偏載荷重, Y 方向偏載荷重の場合: 図 8(a), (b), (c) の全体荷重-平均変位関係から理解出来るように、X 方向(上層面)と Y 方向(下層面)に配置したアーチの高さの差が $h=2.5\text{m}$ である DT 構造, DT-Mod. 構造と DT-Mat. 構造では、全体的な鉛直剛性が高く、 h が小さい DT-High 構造と S 構造では鉛直剛性は低くなっている。また、図 9(a), (b), (c) の荷重係数-最大変位関係では、最大の荷重係数 λ_c (以降、最大荷重係数) は DT 構造, DT-Mod. 構造と DT-Mat. 構造が高く、DT-High 構造と S 構造は小さくなっている。これは、ブレース部材を傾けて配置することで、鉛直剛性が増し最大荷重係数 λ_c が増加したと考えられる。

(2) 対角線方向偏載荷重の場合: 図 8(d) の全体荷重-平均変位関係からわかるように、等分布荷重, X 方向偏載荷重, Y 方向偏載荷重で得られた結果と同様、鉛直剛性は、 $h=2.5\text{m}$ の DT 構造, DT-Mod. 構造, および DT-Mat. 構造が高く、DT-High 構造, S 構造は低くなっている。これは、ブレース部材を傾けて配置することで、鉛直剛性が増し最大荷重係数 λ_c が増加したと考えられる。ただし、図 9(d) の荷重係数-最大変位関係では、DT 構造は、S 構造より最大荷重係数 λ_c は低くなっており、DT-Mod. 構造と DT-Mat. 構造は、DT 構造に比べ最大荷重係数 λ_c は高く、また、S 構造より大きくなっている。これは、後で説明するが、DT 構造では、ブレース部材の座屈が現れ、これが原因で S 構造より最大荷重係数 λ_c が低い値と

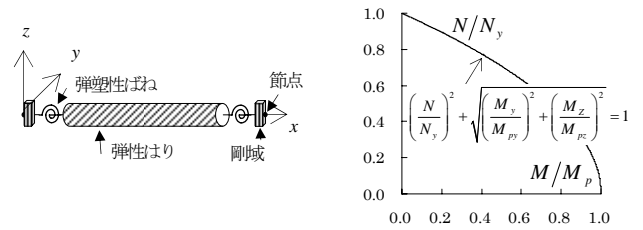


図 6 両端ばねモデル

図 7 降伏曲面

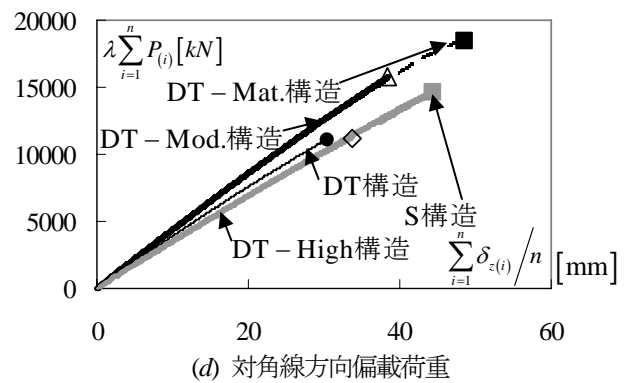
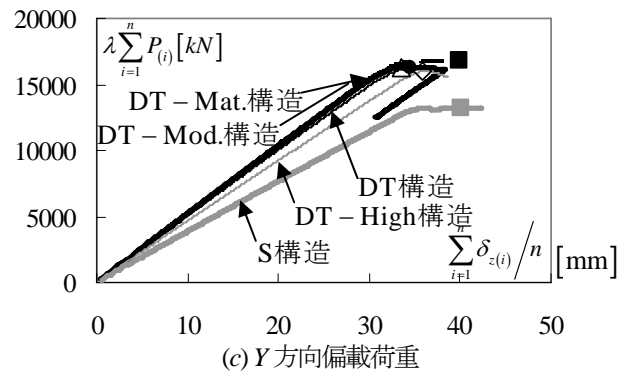
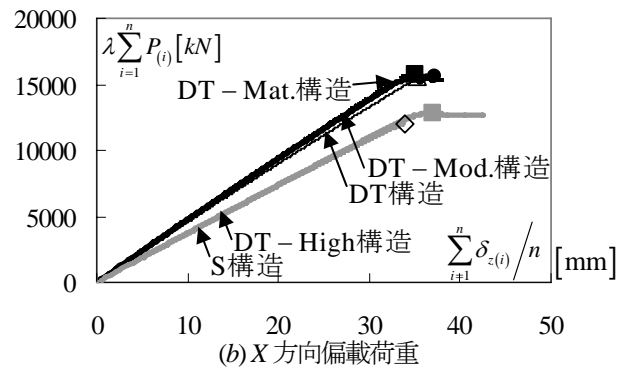
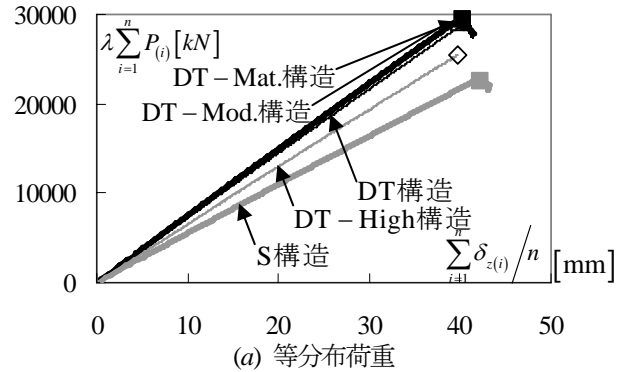


図 8 全体荷重-平均変位関係

なっている。一方、DT-Mod.構造とDT-Mat.構造は、DT構造に対してブレース部材を補強しているため、座屈及び降伏が生じにくく、最大荷重係数 λ_{cr} が高くなったと考えられる。

DT構造、DT-Mod.構造、DT-Mat.構造およびDT-High構造は、設定した等分布荷重である固定荷重（単位面積当たり 1kN/m^2 ）の8~9倍程度の荷重に耐える。また、従来のS構造よりも少しではあるが耐力が高い。雪荷重を想定した偏載荷重では、DT構造、DT-Mod.構造、DT-Mat.構造、DT-High構造、S構造の中で耐力が一番低いものは、対角線方向偏載荷重に対するDT構造、DT-High構造であり、単位面積当たり 1kN/m^2 の5倍程度の荷重に耐えることが可能である。固定荷重を 1kN/m^2 とすれば、等分布状の雪荷重に対しては、2曲面構成直交格子ドームの最大積雪部分で $7\text{kN/m}^2\sim 8\text{kN/m}^2$ 以上の雪荷重に耐えることとなる。一番不利となるような $\beta=1/3$ の対角線方向偏載荷重であっても、DT構造では最大荷重係数が5.24であるので、最大積雪部分で 4.24kN/m^2 の積雪荷重に耐えることが理解できる。日本国内の一般地域の積雪荷重 1kN/m^2 程度と想定すれば、これらの雪荷重に十分に耐えられると想定できる。

5.2 軸力分布性状、曲げモーメント分布性状、N-M 相関関係

荷重係数 $\lambda=1.0$ における部材の応力分布を図10から図13に示す。なお、本研究で提案する2曲面構成直交格子ドームの性能の比較を行うため、部材の応力分布は、DT構造で大きな値を示す構面についてのみ示す。また、荷重係数 $\lambda=1.0$ におけるブレース部材 i の軸心力 σ_{i0} を短期の許容圧縮応力度 f_c もしくは許容引張応力度 f_t で除した値の最大となる部材及び荷重の増加に当たり初期降伏する部材に関する軸力-曲げモーメント相関関係を図14から図18に示す。なお、紙面の都合上につき、等分布荷重、対角線方向偏載荷重についてのみ分析を行う。

(1) 等分布荷重の場合：ブレース部材の部材特性の違いによる影響を分析する。図10(a), (c)に示すように、DT構造、DT-Mod.構造とDT-Mat.構造の部材の応力分布は、X、Y方向部材ともに円弧アーチの端部が最大圧縮軸力 190kN 前後、最大曲げモーメント $9\text{kN}\cdot\text{m}$ 前後となる。図14~16(a), (b)に示すように、初期降伏はアーチ部材の境界周辺で始まる。また、図10(b)に示すようにDT構造、DT-Mod.構造とDT-Mat.構造では、ブレース部材の軸力は、境界近傍（端部）で大きくなっており、 $\sigma_{i0}/f_{c(i)}$ または $\sigma_{i0}/f_{t(i)}$ の最大値は、DT構造が大きく、DT-Mod.構造とDT-Mat.構造の順で小さくなっている。これは、ブレース部材の補強による効果であると考えられる。なお、図9(a)に示すように、DT構造、DT-Mod.構造とDT-Mat.構造の最大荷重係数 λ_{cr} が同程度であるのは、X、Y方向部材の降伏に至り、最大耐力となるためと考えられる。

X方向(上層面)とY方向(下層面)に配置したアーチの高さの差 h による影響について検討する。DT-High構造とS構造は、図11(a), (c)に示すように円弧アーチの端部で最大圧縮軸力 190kN 前後であるが、最大曲げモーメントは、DT-High構造が $9\text{kN}\cdot\text{m}$ 程度であるのに対してS構造 $12\text{kN}\cdot\text{m}$ 程度と大

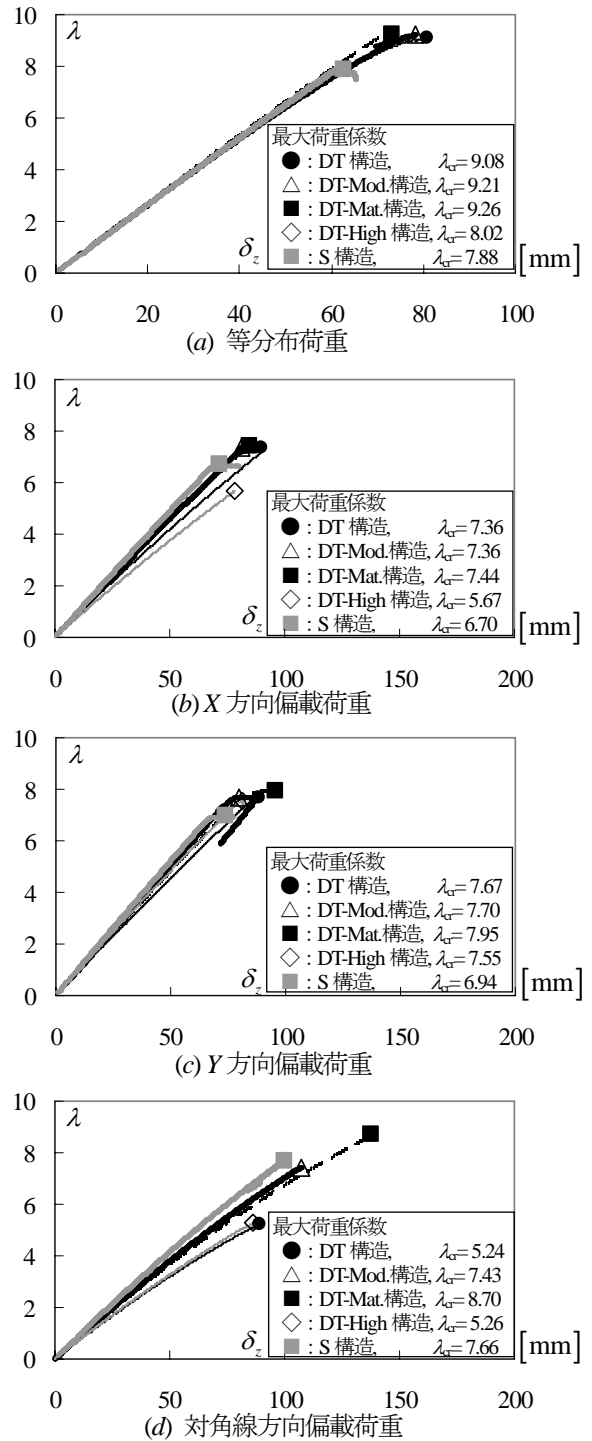
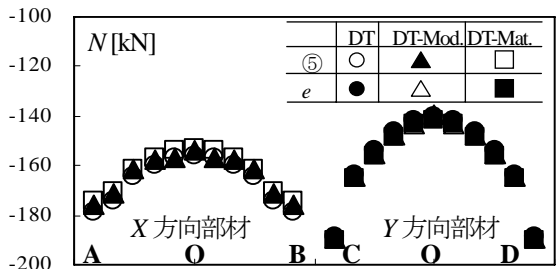
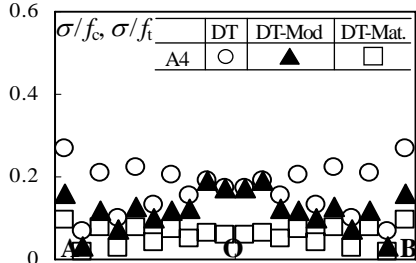


図9 荷重係数-最大変位関係

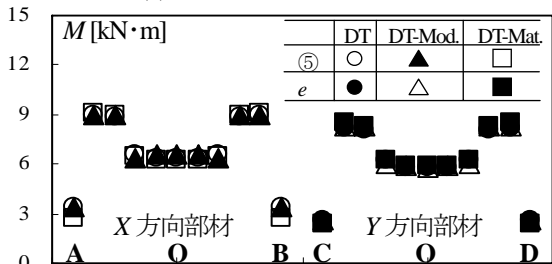
きい。また、 $\sigma_{i0}/f_{c(i)}$ または $\sigma_{i0}/f_{t(i)}$ の最大値は、S構造では小さくなっている。結果として、図14,17(a), (b)のようにDT構造とDT-High構造では、端部でブレース部材に座屈が生じる。一方、S構造では、境界近傍でブレース部材の軸力は小さく、境界近傍でDT構造とDT-High構造よりも曲げモーメントが大きくなる。そのため、図18(a), (b)のようにS構造では、アーチ部材が端部で初期降伏する結果となる。以上のような性状を反映して、DT構造とDT-High構造の耐力がS構造より大きくなったと考えられる。



(a) 軸力分布 (X, Y方向部材)

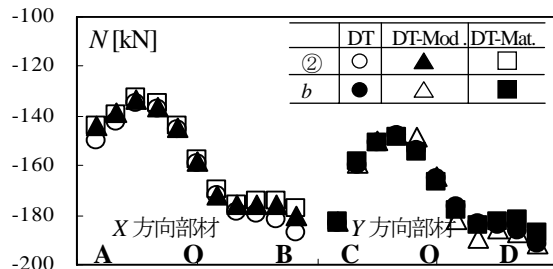


(b) 軸力分布 (ブレース部材)

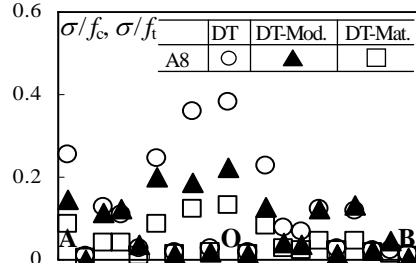


(c) 曲げモーメント分布 (X, Y方向部材)

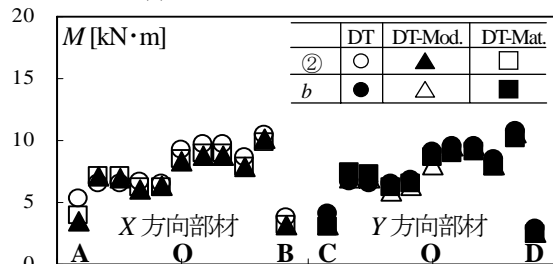
図10 部材の応力分布 (DT, DT-Mod., DT-Mat.構造,等分布荷重)



(a) 軸力分布 (X, Y方向部材)

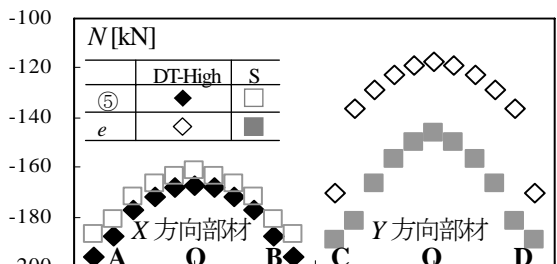


(b) 軸力分布 (ブレース部材)

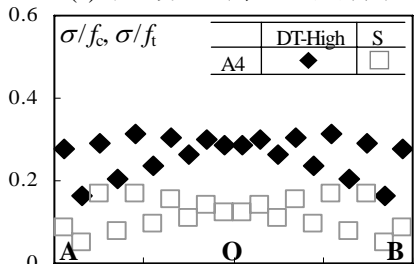


(c) 曲げモーメント分布 (X, Y方向部材)

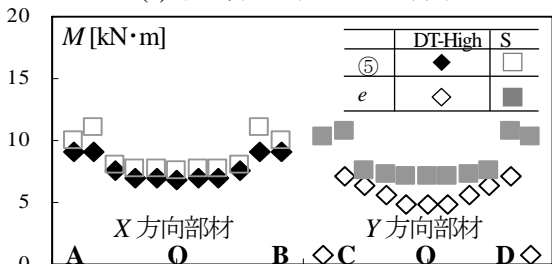
図12 部材の応力分布 (DT, DT-Mod., DT-Mat.構造,対角線方向偏載荷重)



(a) 軸力分布 (X, Y方向部材)

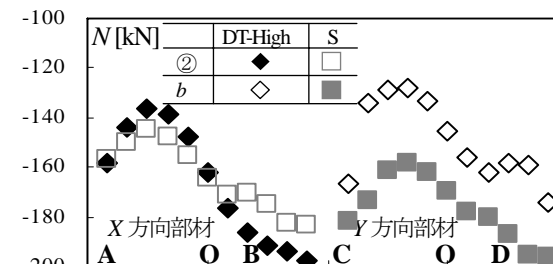


(b) 軸力分布 (ブレース部材)

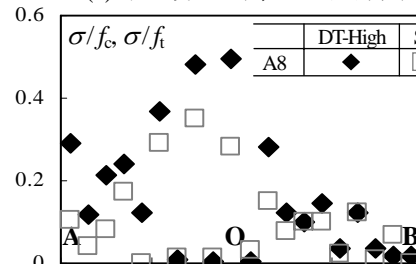


(c) 曲げモーメント分布 (X, Y方向部材)

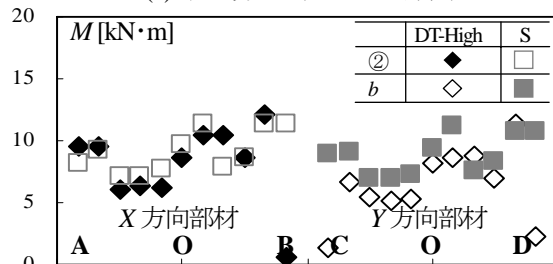
図11 部材の応力分布 (DT-High, S 構造,等分布荷重)



(a) 軸力分布 (X, Y方向部材)



(b) 軸力分布 (ブレース部材)



(c) 曲げモーメント分布 (X, Y方向部材)

図13 部材の応力分布 (DT-High, S 構造,対角線方向偏載荷重)

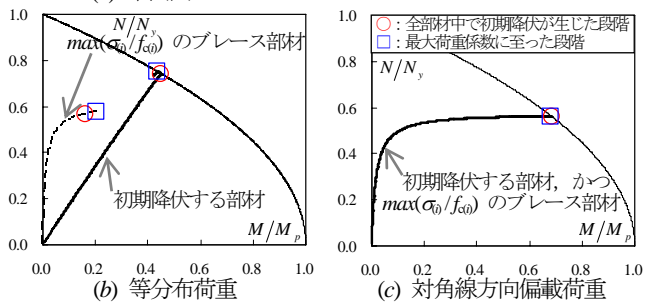
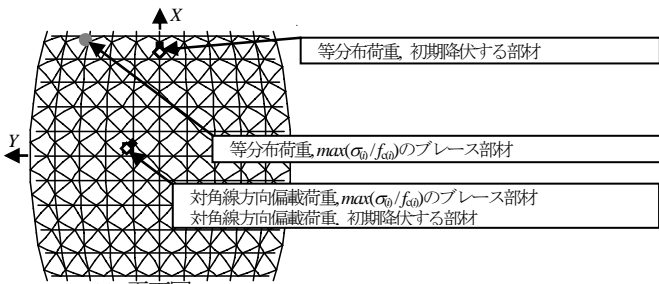


図 14 N-M (DT 構造)

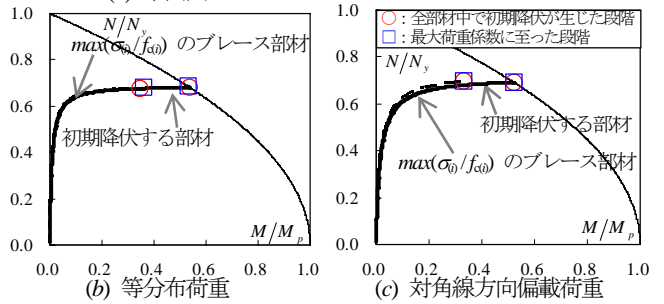
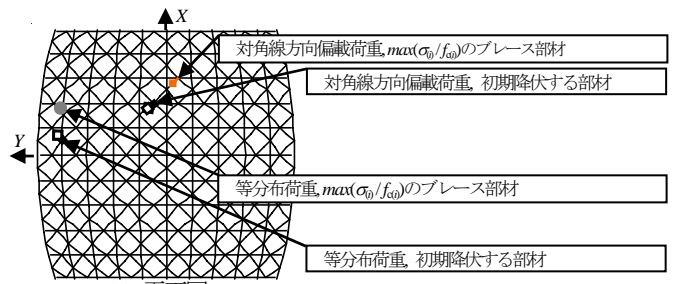


図 17 N-M (DT-High 構造)

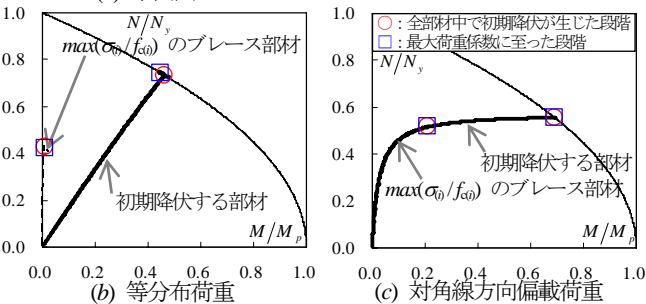
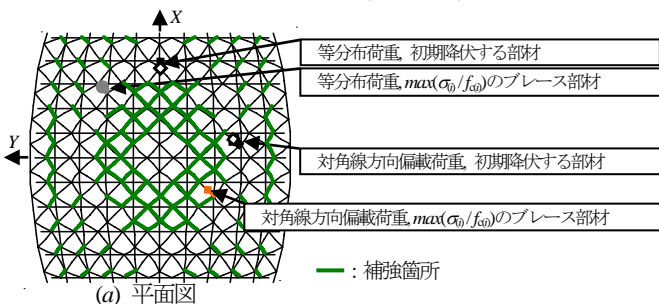


図 15 N-M (DT-Mod.構造)

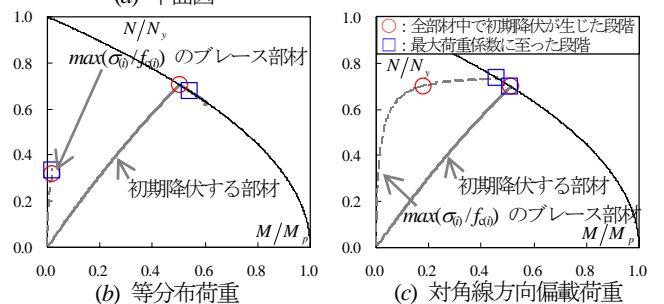
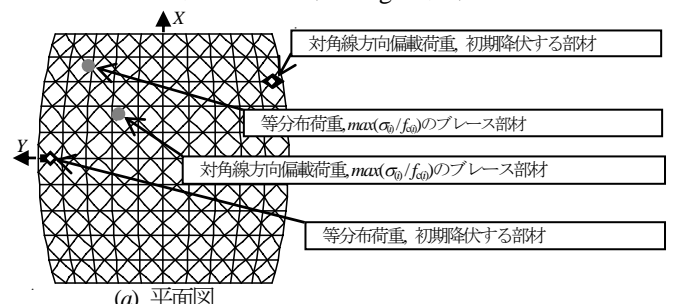


図 18 N-M (S 構造)

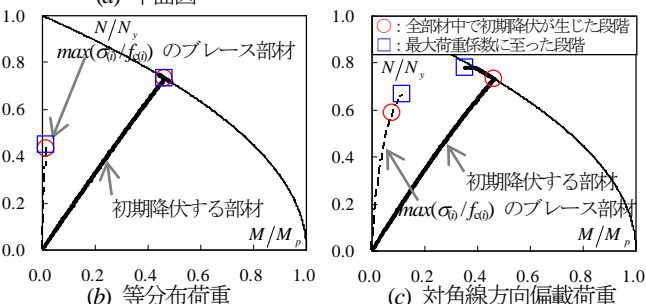
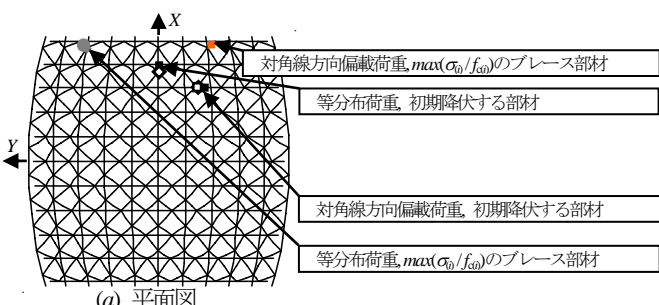


図 16 N-M (DT-Mat.構造)

(2) 対角線方向偏載荷重の場合：ブレース部材の部材特性の違いによる影響を検討する。図 12(a), (c)に示すように DT 構造, DT-Mod.構造と DT-Mat.構造の部材の応力分布は, X, Y 方向部材の最大圧縮軸力は 190kN, 最大曲げモーメントは 9kN・m 前後となる。また, σ_0/f_{c0} または σ_0/f_{t0} の最大値は, DT 構造, DT-Mod.構造と DT-Mat.構造の順で小さくなっており, ブレース部材の補強により, 座屈及び降伏が抑制される。そのため, 図 14~16(a), (c)に示すように, DT 構造, DT-Mod.構造では, 初期降伏はブレース部材に生じるのに対し, DT-Mat.構造では, 境界周辺で X 方向アーチ部材が初期降伏する。

X 方向(上層面)と Y 方向(下層面)に配置したアーチの高さの差 h について検討した場合, 図 13(a), (c)に示すように DT-High 構造と S 構造の部材の応力分布は X, Y 方向部材の最大圧縮軸力 200kN, 最大曲げモーメント 12kN・m と共通しているが, ブレース部材の軸力に違いが現れる。 σ_0/f_{c0} または σ_0/f_{t0}

の最大値は、DT-High 構造が 0.5 前後であるのに対して、S 構造では 0.35 前後となっており、DT、DT-High 構造は、S 構造より軸力が大きく図 17 (a), (c)に示すようにブレース部材の座屈が現れ、これが原因で S 構造より耐力が低くなっている。一方、S 構造では、図 18(a),(c)に示すようにブレース部材よりも Y 方向アーチ部材が先に部材耐力に至り、その後、過大な変形に伴いブレース部材が座屈する性状となっている。

このような座屈性状から判断すると、等分布荷重および対角線方向偏載荷重に対する DT 構造の耐力を効率的に向上させるには、DT-Mod.構造のように部分的にブレース部材の補強を行うか、DT-Mat. 構造のようにブレース部材の細長比 $\lambda_{BR} \approx 110$ 程度の部材を用いる必要がある。ただし、X、Y 方向部材の細長比とブレース部材の細長比の割合については、今後の課題としたい。

6 使用材料に対する効率

DT 構造、DT-Mod. 構造、DT-Mat. 構造、DT-High. 構造、S 構造の鋼材重量を表 6 に示す。ただし、接合部の重量は含めず、部材本体の重量のみ考慮した。接合部の重量等を含めれば、これより重くなるが、接合部の異なる S 構造についての比較でもあるので、ここでは部材本体の重量のみ比較する。なお、紙面の都合上、等分布荷重、対角線方向偏載荷重について分析を行う。

表 7 に耐力時の全体荷重、鋼材重量に対する耐力時の全体荷重の比を示す。等分布荷重に関しては、単層直交格子ドームに比べ、2 曲面構成直交格子ドームの耐力に関する材料効率が 10~20%程度高くなっている。ただし、対角線方向偏載荷重に関しては、DT 構造は、S 構造に比べ、耐力に関する材料効率が 30%程度低くなっているが、DT 構造に対してブレース部材を補強した DT-Mod., DT-Mat. 構造は S 構造と同程度、もしくはそれ以上の材料効率を示した。

接合部にボールジョイントを用いる単層のシステムトラスでは、部材そのものの重量に比べて接合部の重量の割合が比較的大きく、特に部材が短く部材径が大きい場合にはこの傾向が高い。接合部で多くの H 形鋼部材を剛に接合する場合には接合部の寸法が大きくなり、やはり、部材そのものの重量に比べて接合部の重量の割合が大きくなる傾向が高い。そのため、S 構造に比べ、DT 構造の材料効率が表 7 の値より良くなることが予想される。

7 弾塑性座屈耐力の評価法の提案

7.1 特定部材

一般にアーチやシェル状の構造では、荷重は軸力で伝達される。また、この軸力が支配的になり座屈が生ずる。シェル状の構造では軸力はほぼ一様であるが、その中でも軸心力度が一番大きな部材があるはずであり、他の部材より早く塑性化する可能性が高いことが想定される。曲げモーメントの影響が大きい場合、あるいは、ドームのような場合で殆ど曲げモーメントが小さい場合には、このような分析が従来からなされてきた。⁸⁹⁾

そこで、この部材が耐力に至れば、荷重の増加は期待できないと考え、シェル状の構造の耐力はこの部材が弾塑性座屈軸力に至る荷重として推定できることになる。

本研究では、全部材 (X、Y 方向部材、ブレース部材) のすべての圧縮部材 j のうち、線形座屈解析から得られる降伏軸力 $N_{y(j)}$ に対する線形座屈軸力 $N_{cr(j)}$ の比が最大となる部材を、最も座屈に関係する部材として特定部材 (m) と定義する。

7.2 正規化細長比

特定部材 (m) に関して式 (2) で定める正規化細長比 $\Lambda_{e(m)}$ を用いて弾性座屈軸力あるいは弾塑性座屈軸力を検討する。ただし、ここでは、ロックダウンファクター α_0 を 1.0 と仮定して研究を進めるが、2 曲面構成直交格子ドームでは、座屈前の幾何学的非線形性や形状初期不整の影響が考えられるため、今後、ロックダウンファクター α_0 については検討する必要がある。

$$\Lambda_{e(m)} = \sqrt{\frac{N_{y(m)}}{\alpha_0 \cdot N_{cr(m)}}} \quad (2)$$

表 6(a) 鋼材重量(DT 構造)

部材名	部材長[m]	断面積[mm ²]	体積[m ³]	鋼材重量[kN]
X 方向部材	660	8886	5.864	452.6
Y 方向部材	626		5.562	429.2
ブレース部材	1937	1388	2.689	207.5
Σ	-	-	14.115	1089.3

表 6(b) 鋼材重量(DT-Mod.構造)

部材名	部材長[m]	断面積[mm ²]	体積[m ³]	鋼材重量[kN]
X 方向部材	660	8886	5.864	452.6
Y 方向部材	626		5.562	429.2
ブレース部材	1937	-	3.580	276.3
Σ	-	-	15.006	1158.1

表 6(c) 鋼材重量(DT-Mat.構造)

部材名	部材長[m]	断面積[mm ²]	体積[m ³]	鋼材重量[kN]
X 方向部材	660	8886	5.864	452.6
Y 方向部材	626		5.562	429.2
ブレース部材	1937	2019	3.911	301.9
Σ	-	-	15.337	1183.7

表 6(d) 鋼材重量(DT-High 構造)

部材名	部材長[m]	断面積[mm ²]	体積[m ³]	鋼材重量[kN]
X 方向部材	660	8886	5.864	452.6
Y 方向部材	625		5.553	428.6
ブレース部材	1707	1388	2.369	182.8
Σ	-	-	13.786	1064.0

表 6(e) 鋼材重量(S 構造)

部材名	部材長[m]	断面積[mm ²]	体積[m ³]	鋼材重量[kN]
X 方向部材	660	8886	5.864	452.6
Y 方向部材	624		5.548	428.2
ブレース部材	1659	1388	2.303	177.7
Σ	-	-	13.715	1058.5

7.3 弾性座屈軸力・弾塑性座屈軸力（圧縮強度）

等分布荷重，対角線方向偏載荷重を受ける2曲面構成直交格子ドームおよび単層直交格子ドームについて，弾性座屈軸力 N_{cr}^{el} と正規化細長比 $\Lambda_{e(m)}$ の関係を図19に示す。なお，図19及び後述に示す図20の凡例は，図21に示す。また，図の縦軸は，弾性座屈解析によって得られた弾性座屈荷重 P_{cr}^{el} または最大荷重係数 λ_{cr}^{el} を次式で部材軸力 N_{cr}^{el} に換算している。

$$N_{cr}^{el} = \frac{N_{0(m)}}{P_0} \cdot P_{cr}^{el} = \lambda_{cr}^{el} \cdot N_{0(m)} \quad (3)$$

$$N_{cr}^{el-pl} = \frac{N_{0(m)}}{P_0} \cdot P_{cr}^{el-pl} = \lambda_{cr}^{el-pl} \cdot N_{0(m)}$$

ここで P_0 は基本荷重， $N_{0(m)}$ は特定部材(m)の軸力であり， $N_{0(m)}$ は P_0 に対して線形弾性解析から求めるものとする。

図19に示すように等分布荷重，対角線方向偏載荷重での2曲面構成直交格子ドームおよび単層直交格子ドームの弾性座屈軸力は，ほぼオイラー座屈曲線($1/\Lambda_{e(m)}^2$)に沿い， $1/\Lambda_{e(m)}^2$ で近似できる。そのため，弾性座屈軸力 N_{cr}^{el} として， $N_{cr}^{el}/N_y = 1/\Lambda_{e(m)}^2$ が適用できることが理解できる。

弾塑性（部材）座屈軸力 N_{cr}^{el-pl} と正規化細長比 $\Lambda_{e(m)}$ の関係を図20に示す。なお，弾塑性座屈軸力 N_{cr}^{el-pl} は，弾性座屈軸力の換算の手順と同様に，弾塑性座屈荷重 P_{cr}^{el-pl} または最大荷重係数 λ_{cr}^{el-pl} を式(3)で部材軸力 N_{cr}^{el-pl} に換算している。

部材の座屈軸力の推定式として，ラチスシェルなどの座屈耐力表示に用いられている式(4)⁶（以下：修正Dunkerley式）を採用する。なお，参考のために，日本建築学会鋼構造設計規準の短期許容圧縮応力の式(5)¹⁰（以下，AIJ規準式）も併せて図20に概形を示す。

$$\Lambda_{e(m)}^2 \cdot \left(\frac{a N_{cr}^{el-pl}}{N_y} \right) + \left(\frac{a N_{cr}^{el-pl}}{N_y} \right)^2 = 1.0 \quad (4)$$

$$\frac{a N_{cr}^{el-pl}}{N_y} = \begin{cases} \frac{1 - 0.24 \cdot \Lambda_{e(m)}^2}{1 + \frac{4}{15} \cdot \Lambda_{e(m)}^2} & \text{for } \Lambda_{e(m)} \leq 1/\sqrt{0.6} \\ \frac{9}{13 \cdot \Lambda_{e(m)}^2} & \text{for } \Lambda_{e(m)} \geq 1/\sqrt{0.6} \end{cases} \quad (5)$$

図20に示すように2曲面構成直交格子ドームおよび単層直交格子ドームの弾塑性座屈軸力は，式(4)と式(5)より上回っており，安全側に推移している。また，修正Dunkerley式，AIJ規準式に沿っていると考えられる。これより，弾塑性座屈軸力 N_{cr}^{el-pl} として，修正Dunkerley式，AIJ規準式より導くことが出来る。

7.3 許容座屈係数を用いた弾塑性座屈荷重の評価

曲げの影響を考慮した許容座屈係数を用いて弾塑性座屈荷重を評価する方法を議論し，以下に弾塑性座屈荷重の評価法を示す。

まず，部材に軸力のみが作用するときの許容弾塑性座屈軸力（圧縮強度） $a N_{cr}^{el-pl}$ 及び座屈応力度 $a \sigma_{cr}^{el-pl}$ を定めるため

表7 使用材料に対する効率

	耐力時の全体荷重[kN]		耐力時の全体荷重 / 鋼材重量	
	等分布荷重	対角線方向偏載荷重	等分布荷重	対角線方向偏載荷重
DT	28861	11100	26.494	10.190
DT-Mod.	29263	15747	25.268	13.598
DT-Mat.	29409	18435	24.845	15.574
DT-High	25476	11142	23.944	10.472
S	22535	14604	21.290	13.797

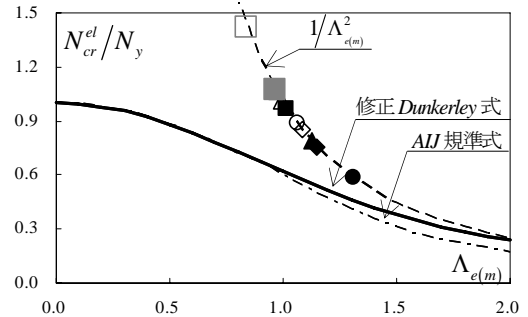


図19 弾性圧縮強度—正規化細長比の関係

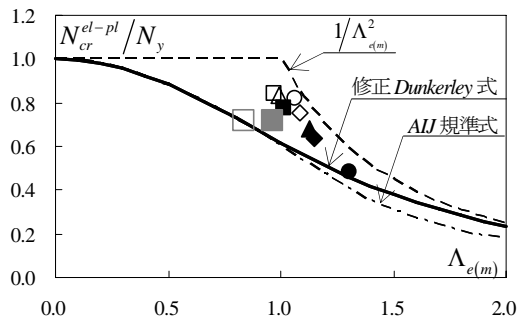


図20 弾塑性圧縮強度—正規化細長比の関係

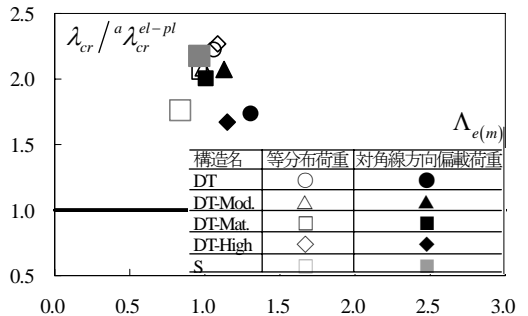


図21 座屈耐力評価

に修正Dunkerley式に安全率を導入した式(6)と式(5)のAIJ規準式を推定式として採用する。また，弾性座屈軸力 $a N_{cr}^{el}$ 及び座屈応力度 $a \sigma_{cr}^{el}$ を定める式(7a)として正規化細長比によるオイラーの座屈曲線を用いる。ただし，許容弾塑性座屈軸力（引張強度）に関しては，全ての引張部材*i*において式(7b)より定める。

ここで， F_{SB} と F_{SM} はそれぞれ，表8に示すものであり，弾性座屈に対する安全率と材料に対する安全率である。 $F_{SB} = 2.50$ ， $F_{SM} = 1.75$ は，Kollarらによって提案された値¹¹⁾であり，AIJ（長期）とAIJ（短期）は学会式に準拠した許容応力度に対する安全率，そして，Ultimateの1.00は終局耐力に対する安全率1.0である。ただし，今回は，式(6)の終局耐力に対する安全率1.0について検討を行っている。

$$\Lambda_{e(m)}^2 \cdot \left(\frac{F_{SB} \cdot {}^a N_{cr}^{el-pl}}{N_y} \right) + \left(\frac{F_{SM} \cdot {}^a N_{cr}^{el-pl}}{N_y} \right)^2 = 1$$

$${}^a \sigma_{cr}^{el-pl} = \frac{{}^a N_{cr}^{el-pl}}{A_{(m)}} \quad ; \text{弾塑性座屈軸力 (6)}$$

$$\Lambda_{e(m)}^2 \cdot \frac{N_{cr}^{el}}{N_y} = 1, \quad \sigma_{cr}^{el} = \frac{N_{cr}^{el}}{A_{(m)}} \quad ; \text{弾性座屈軸力 (7a)}$$

$$\left(\frac{F_{SM} \cdot {}^a N_{t(i)}^{el-pl}}{N_{y(i)}} \right) = 1, \quad {}^a \sigma_{t(i)}^{el-pl} = \frac{{}^a N_{t(i)}^{el-pl}}{A_{(i)}} \quad ; \text{引張軸力 (7b)}$$

表 8 安全率

	Kollar	AII(長期)	AII(短期)	Ultimate
弾性座屈, F_{SB}	2.50	2.17	1.44	1.00
材料, F_{SM}	1.75	1.50	1.00	1.00

これらの許容弾性、弾塑性座屈軸力は特定部材(m)の正規化細長比に基づき得られた値であるが、構成するすべての部材に適用する応力として採用する。

軸力と曲げモーメントの強度相関式として式(8)の線形式を用いれば、未知数である耐力係数 ${}^a \lambda_{cr}^{el-pl}$ が簡単に求められる。また、許容応力度設計等でしばしば利用される式であり、実用的でもある。ここで、線形弾性解析により得られる基本荷重 P_0 を受ける部材 j の曲げモーメント $M_{0(j)}$ および軸力 $N_{0(j)}$ を用いる。

$$\frac{{}^a \lambda_{cr}^{el-pl} \cdot N_{0(j)}}{A_{eff(c(j))} \cdot {}^a \sigma_{cr}^{el-pl}} \pm \frac{{}^a \lambda_{cr}^{el-pl} \cdot M_{0(j)}}{Z_{eff(j)} \cdot {}^a \sigma_{t(i)}^{el-pl} \cdot \left(1 - \frac{{}^a \lambda_{cr}^{el-pl} \cdot N_{0(j)}}{A_{(j)} \cdot \sigma_{cr}^{el}} \right)} = 1 \quad ; \text{圧縮部材 (8a)}$$

$$\frac{{}^a \lambda_{cr}^{el-pl} \cdot N_{0(i)}}{A_{eff(t(i))} \cdot {}^a \sigma_{t(i)}^{el-pl}} \pm \frac{{}^a \lambda_{cr}^{el-pl} \cdot M_{0(i)}}{Z_{eff(i)} \cdot {}^a \sigma_{t(i)}^{el-pl}} = 1 \quad ; \text{引張部材 (8b)}$$

なお、本論では鋼管を想定しているため、圧縮部材及び引張部材の有効断面積は $A_{eff(c(j))} = \pi \cdot d_0 \cdot t_{(j)}$ 、 $A_{eff(t(i))} = \pi \cdot d_0 \cdot t_{(i)}$ 、断面係数は $Z_{eff(j)} = \pi \cdot d_0^2 \cdot t_{(j)} / 4$ である。

すべての部材において式(8)で座屈荷重係数を計算した後、各部材の許容座屈係数から最小となるものを、そのシェル状の構造物の許容座屈係数として採用する。

許容座屈係数 ${}^a \lambda_{cr}^{el-pl}$ と λ_{cr} の比を座屈耐力とし、図21に示す。ここで、 λ_{cr} は弾塑性座屈解析によって得られる弾塑性座屈荷重 P_{cr}^{el-pl} より次式で求められる。

$$\lambda_{cr} = P_{cr}^{el-pl} / P_0 \quad (9)$$

ここに示す座屈係数の比(= $\lambda_{cr} / {}^a \lambda_{cr}^{el-pl}$)は、弾塑性座屈荷重係数/許容座屈荷重係数を示し、部材断面の強度から定まる許容座屈荷重に対する弾塑性座屈荷重の割合を示している。この値がすべて1.0以上であることは、安全側に評価されていることを意味する。つまり、この比は、許容応力度設計で断面算定された本ドームに関して、終局荷重に対する安全に対する余裕率と言い換えることが出来る。図21によれば、等分布荷重、雪荷重のような偏載荷重で、断面が式(8)と修正

Dunkerley 式で設計された2曲面構成直交格子ドームおよび単層直交格子ドームは、その余裕率は、1.7から2.2の値となる。これは、弾塑性座屈解析によって得られた終局荷重に対して、軸力と曲げモーメントの強度相関式より得られた許容荷重の比であるためである。これらの結果から、式(7)、(8)を基本に、式(5)あるいは式(6)を用いれば、安全側に弾塑性座屈荷重(耐力)が推定できることが理解できる。

8 まとめ

2層のアーチを立体的に組み合わせて構成する2曲面構成のブレース補剛直交格子ドームを提案し、このドームが等分布荷重あるいは雪荷重などの鉛直荷重を受ける場合について弾塑性座屈解析を行い、その座屈性状を分析した。どの程度の荷重に耐えられるか検討した結果、雪荷重の大きな日本においても十分に実用的な構造であることを明らかにした。さらに設計上極めて重要となる耐力の算定法を提示し、その妥当性を確認した。

ここで得られた知見を以下に示す。

1. 日本国内の一般地域の積雪荷重を 1.0 kN/m^2 程度と想定すれば、等分布状の積雪では、ここで提案したDT構造、DT-Mod構造、DT-Mat構造、DT-High構造とも7~8倍程度の荷重に耐え、対角線方向偏載荷重の場合でも、最も耐力の小さなDT構造、DT-High構造であっても4倍程度の荷重に耐えられることを確認した。

2. (耐力時の全体荷重 / 鋼材重量)の比について、2曲面構成ブレース補剛直交格子ドームであるDT構造、DT-Mod構造、DT-Mat構造、DT-High構造の4種類と剛接合単層直交格子ドームであるS構造を比べた場合、等分布荷重では、2曲面構成ブレース補剛直交格子ドームであるDT構造、DT-Mod構造、DT-Mat構造、DT-High構造は、(耐力時の全体荷重 / 鋼材重量)の比は、剛接合単層直交格子ドームであるS構造よりも高く経済的であることが確認した。

また、対角線方向偏載荷重では、2曲面構成ブレース補剛直交格子ドームであるDT構造の(耐力時の全体荷重 / 鋼材重量)の比は、剛接合単層直交格子ドームS構造より少し低い値であるが、DT-Mod構造、DT-Mat構造のようにDT構造に対してブレース部材の断面を上げることで、S構造と同程度、もしくはそれ以上の材料効率となることを示した。また、2曲面構成ブレース補剛直交格子ドームは、溶接等の接合部が少なくなる可能性が高く、この溶接等の接合の面の施工性を考慮すれば、実用的であることを示した。

3. 特定部材の正規化細長比と修正*Dunkerley*式に基いた部材座屈応力度を用いて、かつ、軸力と曲げモーメントを考慮に入れて座屈荷重の評価法を提案した。この方法は、2曲面構成のブレース部材に補剛される直交格子ドームの座屈荷重を安全に精度よく評価できることを示した。

しかし、本構造の現実性をより確かにするには、具体的な接合部の開発、安全で精度のある経済的な施工法が必要であ

ること、地震国の日本での建設を想定すると、今後耐震性に関する研究が必要となることは必定であることを確認した。

注)2 曲面構成直交格子ドームである DT 構造は、等分布荷重を受ける場合、図 10(b)のようにブレース部材の軸力は境界近傍(端部)で大きくなっている。そのため、平面視での4隅辺りに配置されているブレース部材を補強した形態について今後検討する必要があると考えられる。ただし、本論文で対象とした DT 構造 ($\phi_A = \phi_B = 30\text{deg.}$, $\lambda_0 = 60$, $BR \lambda_0 = 160$) では、等分布荷重を受ける場合、ブレース部材より先にアーチ部材が降伏するため、本論文では検討を控える。

参考文献

- 1) 加藤史郎, 山下哲郎, 柴田良一: 連続体近似法による2方向格子シェルの座屈耐力評価, 構造工学論文集, Vol.46B, pp167-174, 2000.3
- 2) 加藤史郎, 樋口直也, 中澤祥二, 吉野達矢, 小田憲史: 両端で水平に弾性支持された平面アーチ状鋼構造の弾塑性座屈荷重評価, 膜構造研究論文集2007, No21, pp51-64
- 3) 樋口直也, 加藤史郎, 中澤祥二, 吉野達矢: 両端ピン支持の立体構成されたアーチ状鋼構造の弾塑性座屈荷重評価, 構造工学論文集, Vol.55B, pp.27-34, 2009
- 4) 加藤史郎, 今野岳, 山下哲郎: 単層直交格子ドームの座屈荷重に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第.636号, pp.305-312, 2009.2
- 5) 金山敬, 半谷裕彦: パーツ方式によるハイブリッド単層ラチスシェル及び対座屈荷重設計法の提案, 日本建築学会構造系論文集, 第 522 号, pp.79-86, 1999.8
- 6) 加藤史郎, 金鍾敏, 仁保裕: 偏載荷重を受ける単層ラチスドームの座屈応力度と座屈荷重に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 541 号, pp.121-128, 2001.3
- 7) 加藤史郎, 樋口直也, エカ サトリア, 中澤祥二: 2 曲面構成のブレース補剛直交格子ドームの弾塑性座屈耐力-新構造形式の単層格子ドームの可能性の検討, 構造工学論文集, Vol.56B, 2009(3月刊行予定)
- 8) 今野岳, 山下哲郎, 加藤史郎, 中澤祥二, 藤林篤史, 樋口直也: 面内変形する円弧アーチの耐力評価法に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), pp779-780, 2007.8
- 9) 山下哲郎, 加藤史郎: 曲げを受ける柱の終局耐力式を用いた単層2方向格子シェルの断面設計, 日本建築学会構造系論文集, 第 564 号, pp87-94, 2003.2
- 10) 日本建築学会: 鋼構造設計基準, 1973
- 11) L Kollar and E Dulacska: Buckling of Shells for Engineers, John Wiley & Sons, pp260-265, 1984

Proposal and Buckling Strength of a New Two-way Dome Constructed by Orthogonal Arches Included in Different Surfaces Stiffened by Diagonal Struts

Shiro KATO ^{*1)}
Naoya Higuchi ^{*2)}
Shoji NAKAZAWA ^{*3)}

SYNOPSIS

This paper proposes a new two-way dome and investigates the effectiveness of the new two-way dome stiffened by a diagonal bracing system. The dome is composed as two orthogonal arches situated at different level. The two sets of surfaces are connected each other by a bracing system in a form of pyramid truss system. Based on the results of elasto-plastic buckling analysis, considering several severe loading cases of uniformly distributed loads and non-uniformly distributed loads, this newly proposed dome is proved to have a high performance in elasto-plastic buckling comparable to an ordinary two-way single layer lattice dome stiffened by diagonal braces. Also, an effective approach is proposed to evaluate elasto-plastic buckling loads of the new two-way dome. Finally, based on the column buckling strength, the elasto-plastic buckling loads are evaluated. Using a systematic FEM analysis, the effectiveness is proven for design use for a new two-way dome stiffened by a diagonal bracing system.

*1) Professor, Toyohashi University of Technology

*2) Graduate Student, Toyohashi University of Technology

*3) Associate Professor, Toyohashi University of Technology