

# リンクルの幾何形状が薄膜のたわみ剛性に与える影響について

岩佐 貴史\*

## 梗概

薄膜に生じるリンクルの幾何形状がたわみ剛性に与える影響を検討するため、リンクルの生じた薄膜に等分布荷重が載荷した際の薄膜の挙動をシェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素法により解析した。リンクリング現象は、矩形膜にせん断力を与えることで発生させた。解析結果より、リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性は、リンクル発生前と比較してリンクルによる幾何形状とリンクルに伴って形成される一軸引張応力場の影響で著しく硬化する。しかし、リンクルの幾何形状のみがたわみ剛性に与える影響は、リンクルの進行過程に関わらず10%程度以下であり、リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性は、リンクル領域内に生じる一軸引張応力場に大きく支配されている。

## 1. はじめに

薄膜やテザー等の柔軟な構造材料は、軽量性・収縮性・展開性に優れていることから、宇宙空間で大規模な構造物を構築するのに適した材料として期待されている。しかし、このような柔軟構造材料は、一般に幾何学的な非線形性が極めて強く、その挙動を精度よく予測する実用的な解析技術を開発することが、現在の宇宙構造物工学において大きな課題となっている。特に、薄膜に生じるリンクリング現象は分岐座屈現象の一種であることから、その形成メカニズムが複雑であり、薄膜の挙動の予測を困難にさせる一つの要因となっている。

現状、リンクルの生じた薄膜の挙動解析は、分岐座屈理論に基づく解析法と張力場理論に基づく解析法のどちらかを用いて行われる<sup>1-4</sup>。分岐座屈理論に基づく解析法は、薄膜に生じるリンクリング現象を詳細に再現できるものの、一般に解析コストが高く実用的な解析法として用いるには未だ解決すべき課題が多い解析法である。一方、張力場理論に基づく解析法は、薄膜の曲げ剛性と圧縮に対する抵抗力をともにゼロと仮定することで、リンクルの生じた薄膜の応力状態を簡易的に求める方法であり、リンクルの幾何形状等の詳細は求めることができないが、解析コストが小さく且つ薄膜の応力状態を比較的高精度よく得ることができることから実用的な解析法として期待されている。

しかし、リンクルの生じた薄膜は、リンクルの幾何形状とリンクルに伴って形成される応力場の影響でたわみ剛性が変化する。実用的な解析法として期待されている張力場理論はリンクルの幾何

形状を求めることができないため、リンクルの幾何形状が薄膜のたわみ剛性に与える影響を必然的に扱うことができない。したがって、リンクルやスラックが生じた薄膜の挙動を張力場理論を用いて予測する際には、リンクルの幾何形状が薄膜のたわみ剛性にどの程度影響を与えるかを把握しておくことが重要となる。

本論文は、リンクルの幾何形状が薄膜のたわみ剛性に与える影響を検討するため、リンクルの生じた薄膜に等分布荷重が載荷した際の薄膜の挙動をシェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素法により解析した。そして、リンクルの幾何形状とリンクルに伴って形成される応力場のそれぞれが薄膜のたわみ剛性に与える影響を検討した。

## 2. 解析の概要

本研究で用いた解析プログラムは、FEAP (汎用有限要素解析プログラム) とし<sup>6</sup>、シェル要素はリンクリング解析で有用なMITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components) シェル要素とした<sup>7-9</sup>。

### 2.1 解析モデルと解析順序

図1に解析モデルを示す。図に示すモデルは、一辺  $a = 0.2m$ 、膜厚  $h = 50\mu m$  の矩形の薄膜である。膜材は、Polyimide Film とした。有限要素モデルにおける要素分割は、 $x - y$  方向ともに100分割である。表1に解析パラメータを示す。解析は、リンクリング解析を行った後に等分布荷重を載荷させ、リンクルの生じた薄膜のたわみ挙動を解析した。

\* 鳥取大学大学院工学研究科機械宇宙工学専攻 准教授・博士(工学)

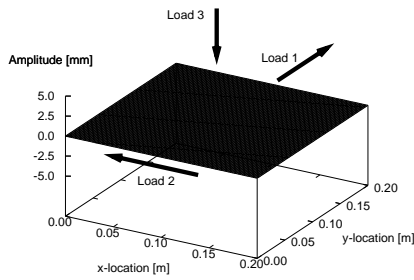


図 1 解析モデル

表 1 解析パラメータ

パラメータ	単位	諸量
ヤング率, $E$	[MPa]	2961.6
ポアソン比, $\nu$		0.34
密度, $\rho$	[g/cm <sup>3</sup> ]	1.42
辺長, $a$	[m]	0.2
膜厚, $h$	[ $\mu$ m]	50

## 2.2 リンクリング解析

リンクリング解析は、薄膜にせん断力を与えることで実施した。通常、薄膜に生じるリンクルの幾何形状は、せん断力を導入する前の薄膜の張力に依存する<sup>9</sup>。そこで、本研究では、初期張力の無い薄膜と初期張力の有る薄膜に対してリンクリング解析を行い、幾何形状の異なるリンクルを発生させ、その後、それぞれの薄膜に等分布荷重を載荷することでリンクリング現象が薄膜のたわみ剛性に与える影響を検討した。

表2に解析ケースを示す。表中のCase1は初期張力の無いケースに対応し、Case2は初期張力の有るケースに対応している。解析で導入した初期張力とせん断力は、それぞれ強制変位 ( $d_1$ : 初期張力,  $d_2$ : せん断力) で与えた。初期張力は、 $y = 0.00m$ の一边を完全固定し、 $y = 0.20m$ の一边に $y$ 軸方向に強制変位 $d_1$ を導入することで与えた(図1: Load1)。せん断力は、初期張力導入後に $y = (0.20 + d_1)m$ の一边を完全固定し、 $y = 0.00m$ の一边に $x$ 軸方向に強制変位 $d_2$ を導入することで与えた(図1: Load2)。

表 2 リンクリング解析

解析ケース	Load1 ( $d_1$ )	Load2 ( $d_2$ )
Case1	0 [ $\mu$ m]	500 [ $\mu$ m]
Case2	100 [ $\mu$ m]	500 [ $\mu$ m]

## 2.3 等分布荷重解析

等分布荷重解析は、リンクリング解析後に実施した。解析で与えた等分布荷重は $P = 3.479Pa$ である。解析の際の境界条件は、 $y = 0.00m$ ,  $(0.20 + d_1)m$ の2辺を完全固定としている。

表3に解析ケースを示す。等分布荷重解析では、リンクルの幾何形状のみが薄膜のたわみ剛性に与える影響も検討するため、リンクリング解析結果から応力場を取り除いた薄膜に対しても実施した(表中Case1,2\_nostress)。また、リンクルの発生に伴うたわみ

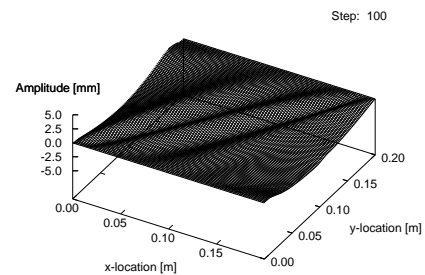
剛性の変化をみるために、リンクルの無い平坦な薄膜に対しても等分布荷重解析を実施した(表中: Case1,2\_flat)。なお、Case1,2\_flatは、同一モデルである。

表 3 等分布荷重解析

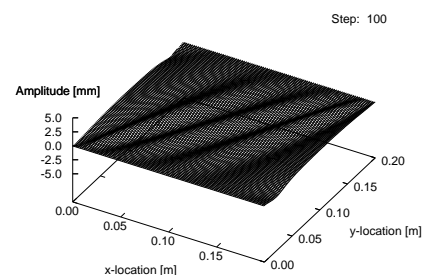
解析ケース	薄膜の初期状態
Case1_wrinkle	リンクルの生じた薄膜
Case1_nostress	リンクル幾何形状のみの薄膜
Case1_flat	平坦な薄膜
Case2_wrinkle	リンクルの生じた薄膜
Case2_nostress	リンクル幾何形状のみの薄膜
Case2_flat	平坦な薄膜

## 3. リンクリング解析結果

図2にリンクリング解析後の薄膜の鳥瞰図を示す。同図(a)は初期張力の無い薄膜に対してせん断力を導入した結果(Case1)であり、同図(b)は初期張力の有る薄膜に対してせん断力を導入した結果(Case2)である。図より、初期張力の有無によってリンクルの幾何形状が異なることが判る。これは、初期張力の有無によって、リンクルが発生する際の薄膜の応力場が異なり、その結果、リンクルの幾何形状を表す座屈モードが両者で一致しないためである。



(a) Case1 (初期張力無し)



(b) Case2 (初期張力有り)

図 2 リンクリング解析後の薄膜の鳥瞰図

図3は、リンクル振幅の履歴曲線を比較した結果である。縦軸は式(1)で求められる無次元パラメータであり、薄膜中央断面( $x = 0.10m$ )のリンクル振幅の平均的な傾向を示すパラメータである。なお、対象とした薄膜中央の断面( $x = 0.10m$ )は、スラック領域を含まない領域としている。横軸はせん断力の導入

に用いた強制変位 $d_2$ である．

$$\hat{w} = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{N} \sum_{n_c=1}^{n_c=N} |w_{n_c}| \right) \quad (1)$$

$\hat{w}$  : Deformation Parameter

$h$  : 膜厚

$w_{n_c}$  : 薄膜中央断面 ( $x = 0.10m$ ) の節点 $n_c$ の面外変位

$N$  : 薄膜中央断面 ( $x = 0.10m$ ) の節点の総数 ( $N = 101$ )

図より，初期張力の無い薄膜の場合 (Case1)，せん断力導入直後にリンクルが発生しているのに対し，初期張力の有る薄膜 (Case2) では，せん断力導入後しばらくしてからリンクルが発生し，初期張力の有無によって分岐点が大きく異なっていることが判る．この分岐点の違いにより，リンクルの幾何形状を表す座屈モードが異なり，結果として初期張力の有無によってリンクルの幾何形状が異なることになる (図2参照)．

また，同図では，せん断力の導入時に，リンクルの振幅が不連続に変化し，飛び移り現象が発生している．特に，この傾向は初期張力の無いケース (Case1) に対して顕著に見られ，無応力状態にある薄膜ほど不安定な挙動となっている．

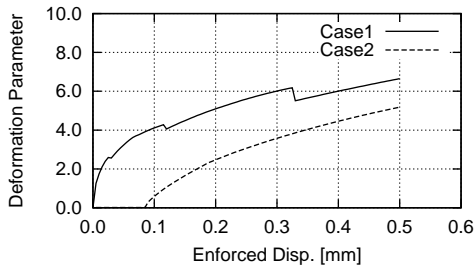
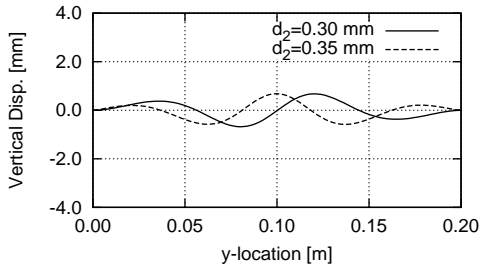
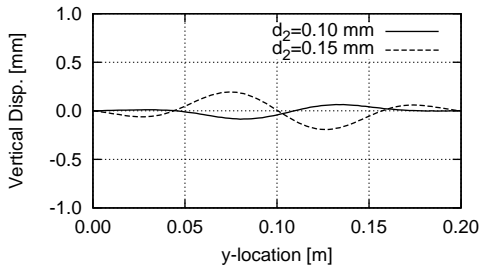


図 3 リンクル振幅の履歴曲線



(a) Case1



(b) Case2

図 4 薄膜中央断面形状の比較 ( $x = 0.10m$ )

図4に，リンクル振幅が不連続に変化する前後の薄膜中央断面 ( $x = 0.10m$ ) の幾何形状を示す．図に示すように，リンクリング現象の場合，飛び移り前後においてリンクルの幾何形状が大きく変化するため，初期のリンクルの幾何形状 (座屈モード) がそのまま最終的な幾何形状となることは少なく，予測が困難な現象となる．

図5は，せん断力導入時におけるひずみエネルギーの履歴曲線を比較した結果である．横軸は，せん断力の導入で用いた強制変位 $d_2$ である．図に示すように，今回の解析では，初期張力の有無によって最終的なひずみエネルギーは約2倍程度異なっている．次節では，これらのリンクリング解析結果に等分布荷重を載荷することで，リンクリング現象が薄膜のたわみ剛性に与える影響を検討する．

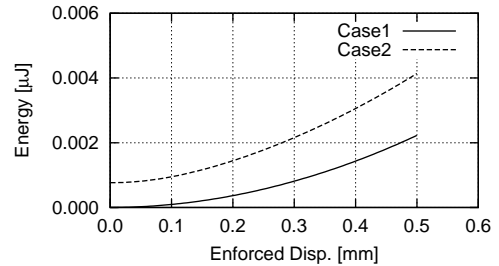


図 5 ひずみエネルギーの比較

#### 4. リンクリング現象が薄膜のたわみ剛性に与える影響について

図6に，リンクルの生じた薄膜に等分布荷重を載荷した際の無次元荷重変位曲線を示す．図の縦軸は，式 (2) で求めた等分布荷重に関する無次元パラメータを示している．また，横軸は式 (3) で求めたスラック領域を含まない薄膜中央断面 ( $x = 0.10m$ ) の平均的なたわみ量に関する無次元パラメータを示している．

$$\bar{F} = \frac{Pa^2b^2}{Eh^4} \quad (2)$$

$$\bar{w} = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{N} \sum_{n_c=1}^{n_c=N} w_{n_c} \right) \quad (3)$$

図より，リンクリング解析結果にそのまま等分布荷重を載荷した際 (“Case1,2\_wrinkle”) の無次元荷重変位曲線の初期勾配は，平坦な薄膜 (“Case1,2\_flat”) と比較して大きく，薄膜のたわみ剛性はリンクルが生じることによって著しく増大していることが判る．特に，この増大幅は，リンクリング解析結果から応力場を取り除いた場合 (“Case1,2\_nostress”) と比較しても極めて大きく，リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性はリンクルの幾何形状よりもリンクルに伴って形成される一軸引張応力場に大きく影響を受けていると考えられる．

なお，同図において，応力場を取り除いた場合の解析結果 (“Case1,2\_nostress”) が平坦な薄膜の解析結果 (“Case1,2\_flat”) と比較して最終的な変位量が大きくなっているのは，等分布荷重の載荷に伴いリンクル振幅が減少し，平均的なたわみ量が大きくなったためと考えている．また，同図 (b) において，リンクリング解析結果にそのまま等分布荷重を載荷した際の結果 (“Case2\_wrinkle”) に不連続な部分が見られるが，これは飛び移り現象が発生したためであり，飛び移りの前後で平

均的なたわみ量が小さくなったことによるものである。図7に飛び移り前後の薄膜中央断面 ( $x = 0.10m$ ) の幾何形状を示す。

図6では、リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性は、リンクルの幾何形状よりもリンクルに伴って形成される一軸引張応力場に大きく影響を受ける結果となったが、この結果をより詳細に検討するため、リンクルの形成過程においてこれらの影響がどのように変化するかを検討した。図8に検討結果を示す。図の縦軸は、無次元荷重変位曲線の初期勾配（無次元たわみ剛性）を示し、横軸はせん断力の導入に用いた強帯変位 $d_2$ である。同図は、リンクルの形成過程において、薄膜のたわみ剛性がどのように変化していくかを示した結果である。

図より、リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性は、リンクルの進行（強帯変位量 $d_2$ の導入）とともに増大していくのが判る。これは、図3、図5に見られるように、薄膜に生じるリンクル振幅（幾何形状に関連する量）とひずみエネルギー（一軸引張応力場に関連する量）が、リンクルの進行とともに増大するためである。

しかし、リンクル解析結果から応力場を取り除いた場合の結果（“Case1,2\_nostress”）は、リンクル解析結果にそのまま等分布荷重を載荷した結果（“Case1,2\_wrinkle”）と比較すると、リンクルの形成過程に関わらず概ね1割程度以下の値となっている。これより、今回の解析ケースでは、リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性は、リンクルの形成過程に関わらず、リンクルによる一軸引張応力場に大きく影響を受け、リンクルの幾何形状による影響は小さいものと判断することができる。

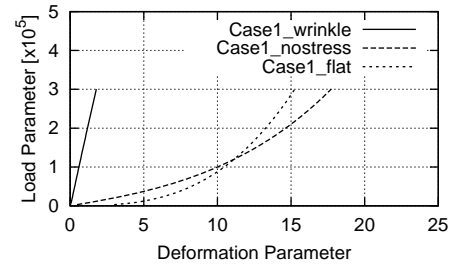
## 5. まとめ

薄膜に生じるリンクルの幾何形状がたわみ剛性に与える影響を検討するため、リンクルの生じた薄膜に等分布荷重が載荷した際の薄膜の挙動をシェル要素を用いた幾何学的非線形有限要素法により解析した。本研究で得られた結果を以下にまとめる。

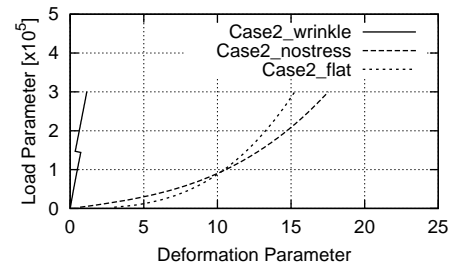
- 1) リンクルの生じた薄膜は、リンクルの発生しない薄膜と比較してたわみ剛性が著しく硬化する。
- 2) リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性は、リンクル振幅とリンクルに伴う一軸引張応力場の増大により硬化する。
- 3) 今回の解析モデル（矩形膜にせん断力が作用してリンクルが発生するモデル）の場合、リンクルの進行過程に関わらず、リンクルの生じた薄膜のたわみ剛性にリンクルの幾何形状が及ぼす影響は概ね1割以下であり、薄膜のたわみ剛性はリンクルによって形成される一軸引張応力場に大きく影響を受ける。

## 6. 謝辞

本研究は、ISAS/JAXA 戦略的開発研究費「先進軽量構造システムの研究」の活動の一環として実施されたものである。



(a) Case1 (初期張力無し)



(b) Case2 (初期張力有り)

図6 無次元荷重変位曲線の比較

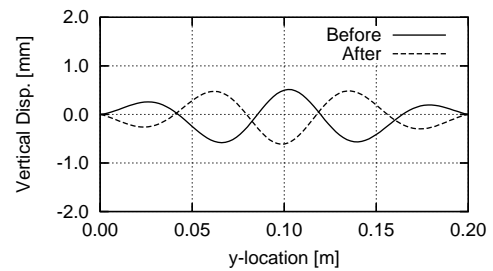
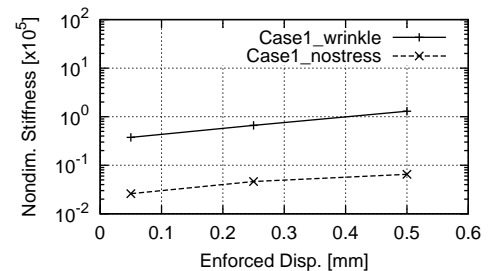
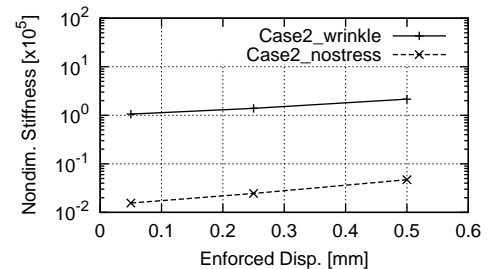


図7 飛び移り前後の薄膜中央断面形状の比較 ( $x = 0.10m$ )



(a) Case1



(b) Case2

図8 無次元たわみ剛性の比較

## 参考文献

- 1) Stein, M.S. and Hedgepeth, J.M. : Analysis of Partly Wrinkled Membranes, NASA TN D-813, 1961.7
- 2) 西村海雄, 登坂宣好, 本間滋雄 : 有限要素法による張力場解析手法について, 日本建築学会構造系論文集, 第351号, pp. 76 ~ 82, 昭和60年5月
- 3) 秋田剛 : 射影行列による膜面構造のリンクリング解析に関する研究, 東京大学博士論文, 航空宇宙工学専攻, 2004.
- 4) 宮村倫司: 張力膜におけるしわの分岐解析および実験, 東京大学博士論文, 建築工学専攻, 1995
- 5) Jenkins, C. H., Haugen, F. and Spicher, W.H. : Experimental Measurement of Wrinkling in Membranes Undergoing Planar Deformation, Experimental Mechanics, Vol. 38, pp. 147-152, 1998
- 6) Taylor, R.L. : FEAP - A Finite Element Analysis Program Version 7.3 User Manual, <http://www.ce.berkeley.edu/~rlt/>
- 7) Bathe, K.-J., Dvorkin, E. N. : A Formulation of General Shell Elements - The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components, Inter'l J. Numerical Methods in Engineering, Vol.22, 697-722, 1986
- 8) 野口裕久, 久田俊明: 有限要素法を考慮した効率的シェル要素の開発およびその評価, 日本機械学会論文集(A編), 58巻 550号, pp. 127-134, 1992.6
- 9) 岩佐貴史, 名取吾弘, 樋口健: 円形膜のリンクリング特性に関する数値解析, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.51, No.591, pp.58-63, 2003.4.

---

## Effects of Wrinkling Geometry on Out-of-plane Stiffness of Thin Membranes

Takashi IWASA\*)

### SYNOPSIS

A deflection behavior of the wrinkled membranes subjected to uniformly-distributed load was simulated using a geometrically nonlinear finite element analysis with MITC(Mixed Interpolation of Tensorial Components) shell element in order to investigate the effects of the wrinkling phenomena on the out-of-plane stiffness of the thin membranes. An analysis model was a square membrane, and wrinkling phenomena occurred due to in-plane shear were analyzed. Through the analysis, it is shown that the out-of-plane stiffness of the thin membranes drastically increases due to occurrence of the wrinkles. However, the effects of the wrinkling geometry on the increase of the stiffness were less than 10% of the total effects due to the wrinkling phenomena. From the results, it is clarified that the out-of-plane stiffness of the wrinkled membranes was significantly affected by the stress field of the wrinkled regions.

---

\*)Dr.-Eng. Associate Professor, Tottori University