

複合ケーブル構造の構造特性に関する実験と有限要素法による解析

中村 達哉^{*1}

山本 憲司^{*2}

本間 俊雄^{*3}

梗概

現在、複合ケーブル構造(ここではケーブル材と圧縮材からなる構造をいう)の実験および解析が数多くなされている。しかし、その構造システムや構造特性は完全には把握されていない。本研究では、初期張力導入時における自己釣合応力のモードの数が少ない比較的単純な3つの構造モデルを対象として静的載荷実験を行い、それらの構造特性を調べるとともに、座標仮定による有限要素法で得られた解析結果との比較を示し、その妥当性を検証する。

1. はじめに

Tensegrity構造に代表される複合ケーブル構造は、ケーブル材と圧縮材から構成される構造形式で、ケーブル材による引張力と圧縮材に生じる軸圧縮力の組み合わせにより、構造剛性を保持する構造システムである。

ケーブル材は引張強度が高く軽量であるため、大空間を構成するのに有利である。しかし、施工の困難さや構造的な性状が把握しにくいという問題点がある。複合ケーブル構造の実験または解析^{1)~6)}は数多くなされているが、その構造システムや構造特性は十分に把握されているとは言い難い。

本研究では、自己釣合応力のモードの数が少ない比較的単純な3つの構造モデル(Geiger-model, Zetlin-model, Hybrid-model)を用いて静的載荷実験を行い、それらの構造特性を調べるとともに、座標値を未知量とした有限要素法^{7)~9)}を用いて複合非線形解析を行い、実験結果と比較することで、その妥当性を検証する。

2. 実験概要

2-1. 試験体

試験体および境界の概要を図1に示す。試験体は、Model-1(Geiger-model), Model-2(Zetlin-model), Model-3(Hybrid-model)の3種類とする。外周に直径2200mmのリング形の境界を設ける。図1に示すようにスパンは全モデル1700mmとし、直径2mmのケー

ブル材(6×7ストランドロープ)、および一般構造用ステンレス鋼のストラット材から構成される(付録に試験体や実験の写真を示す)。

ケーブル材は初期伸びを考慮し、プレストレッチング処理(破断強度の約1/2(1kN)の張力を2時間加える)を施し、ケーブル内のゆるみを取り除いたものを使用する。また、ケーブル材の接合は、アイボルトにケーブルを通して折り返し、アルミクランプを用いてかしめる(図2, 図3)。

2-2. 測定方法

各ケーブル材の張力測定は、ケーブル間に設置したアルミプレートの両面にひずみゲージを接着し測定する(図3)。ひずみ測定は全てのケーブル材で行い、測定箇所はModel-1で20箇所、Model-2, Model-3で36箇所である。リングケーブル材においては、上下それぞれ2箇所(CD間をリング1, HG間をリング2)とする。変位の測定は、ストラット材の上部に取り付けた変位計を用い、鉛直変位のみを測定する。変位測定は、Model-1は外周ストラット材上部の対称位置4点(a, c, e, g点)とする。Model-2, Model-3は、中央ストラット材(Center)の上部を含めた5点である(図1)。

2-3. 部材試験

ケーブル材, アルミプレートの部材試験の結果を図4に示す。ケーブル材はストレッチング処理後、載荷速度 6kN/minで行う。

*1 鹿児島大学工学部技術部 技術職員

*2 鹿児島大学工学部建築学科 助手・博士(工学)

*3 鹿児島大学工学部建築学科 助教授・工博

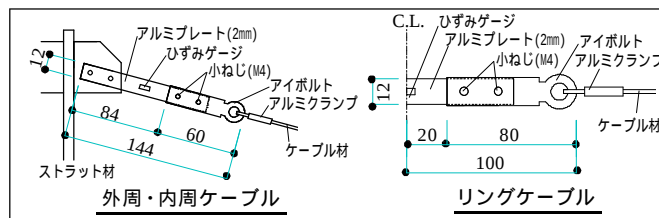
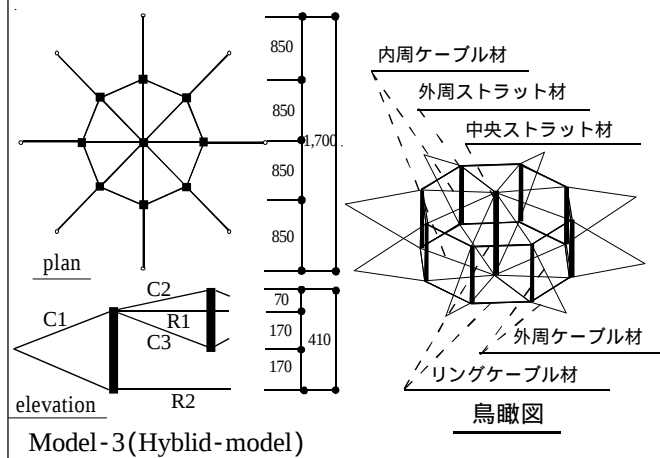
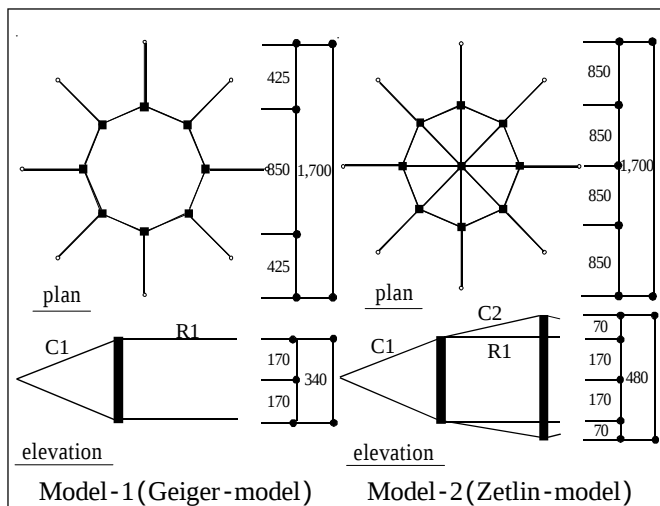


図3 ひずみ測定の詳細(単位: mm)

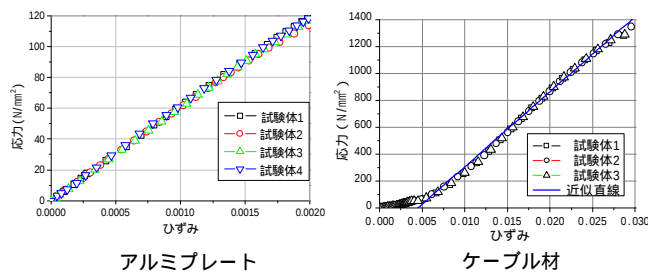


図4 部材試験

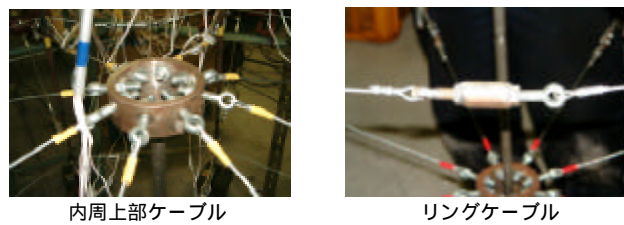


図5 張力導入の概要図

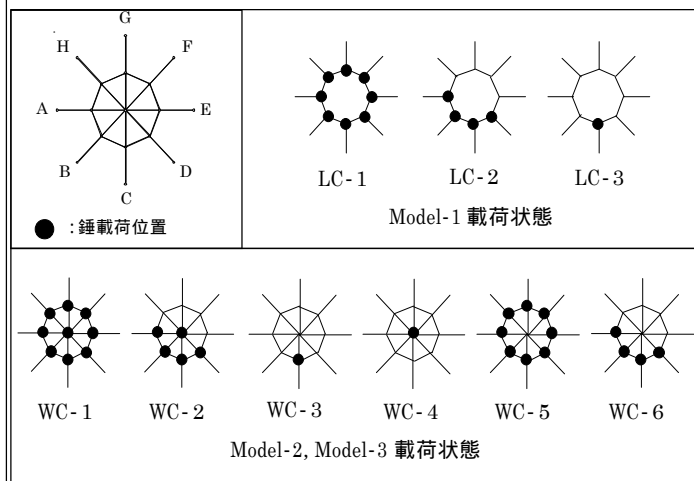


図6 荷荷状態

表1 各部材の材料定数

	ヤング係数(GPa)	断面積(mm ²)	単位重量(kN/m)
ストラット材	193	81	1.078×10^{-2}
ケーブル材	55.8	1.6	1.402×10^{-4}

アルミプレートは両面にひずみゲージを接着し荷重速度1.5kN/minで行い、曲げを考慮し2つのひずみの平均値とする。

2 - 4 . 張力導入方法

ケーブル材への張力導入は境界部のターンバックルの回転で行い(図1)ケーブル材の微調整およびリングケーブル材への張力導入は、接続部のナットの回転により行う(図5)。導入する張力値は上部リングケーブル材の値で指定する。Model-1は、300N, 400N, 500N, 800N, 1000N, 1200Nの6ケース、Model-2, Model-3

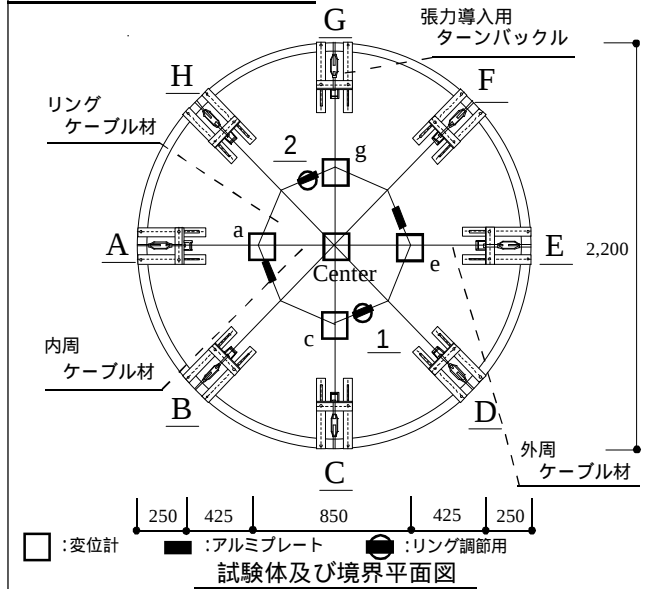


図1 試験体および境界概要図(単位: mm)

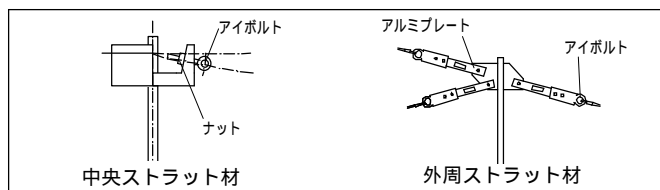


図2 ケーブル-ストラット接合部詳細

は、100N,200N,300Nの3ケースをそれぞれ上部リングケーブルの初期張力とした。

2 - 5 . 載荷方法

載荷方法は、各ストラット材下部に錘受け皿を取り付け、その上に錘を載荷する方法である。Model-1は3種類、Model-2, Model-3では6種類の載荷パターンを行う。載荷状態は図5に示す通りである。

3 . 解析手法

座標仮定による材料非線形性および幾何学的非線形性を考慮したケーブル要素の釣合式、および増分形の釣合式を示す。

変位法による有限要素解析では無応力状態における構造形態が与えられ、これを基準として外力作用時の変位を未知とした釣合式が導出される。ケーブル構造では、無応力状態は多くの場合不安定構造であるため、初期応力(初期ひずみ)による影響を付加項として表現し、初期導入張力による自己釣合形態を変位零として表現するなどの工夫が必要となる。座標仮定法ではこうした煩雑さを回避するため、変位という概念は持ち込まず、釣合形状そのものを未知として釣合式を表現する。

ケーブル要素のひずみを規定する為に最低限必要な情報として、自然状態における要素長さ l^0 が与えられる(図7)。釣合状態におけるケーブル要素端点 i, j における位置ベクトルを $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$, $\mathbf{x}_j = (x_j, y_j, z_j)^T$ と表す。この場合、グリーンひずみは次式のように表される。

$$e = \frac{1}{2}(l^T l - 1) \quad (1)$$

ここに、 $l = \left(\frac{x_j - x_i}{l^0} \quad \frac{y_j - y_i}{l^0} \quad \frac{z_j - z_i}{l^0} \right)^T$ である。

ひずみ増分は(1)式より、次のように表される。

$$de = l^T dl = l^T \left(\frac{1}{l^0} [-\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{I}_{3 \times 3}] d\mathbf{x} \right) \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{I}$ は単位行列、 $d\mathbf{x}$ は要素節点位置ベクトルの増分 $d\mathbf{x} = (dx_i \ dy_i \ dz_i \ dx_j \ dy_j \ dz_j)^T$ を表す。

ケーブル材の材料非線形性を考慮し、応力はひずみの任意関数で与えられるものとし $s(e)$ と表す。仮想仕事の原理により次式が得られる。

$$\int_V de s(e) dV - d\mathbf{x}^T \mathbf{f} = d\mathbf{x}^T \left\{ s(e) A \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} l - \mathbf{f} \right\} = 0$$

ここに、 A はケーブル断面積、 $\mathbf{f} = (f_{xi} \ f_{yi} \ f_{zi} \ f_{xj} \ f_{yj} \ f_{zj})^T$ は要素節点外力ベクトルを表す。

$d\mathbf{x}$ の任意性より非線形釣合式は次式となる。

$$s(e) A \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} l - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3)$$

(3)式の釣合式を満たす節点位置 $\mathbf{x}$ および外力 $\mathbf{f}$ の状態が1つのパラメータ t で与えられるものとする。(3)式を t で微分すると次式のようになる。

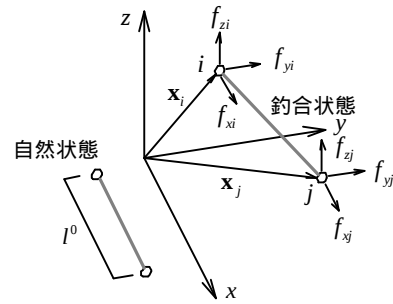


図7 ケーブル要素

$$\dot{s}(e) A \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} l + s(e) A \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \dot{l} - \dot{\mathbf{f}} = \mathbf{0}$$

ここに、 $(\dot{\cdot})$ は t による微分を意味する。 $s(e)$ の接線勾配を用いて $\dot{s} = \dot{E} \dot{e}$ と表し、(2)式と同様の関係を考慮すれば、最終的に次の増分形の釣合式が得られる。

$$\left\{ \frac{\dot{E} A}{l^0} \begin{bmatrix} 11^T & -11^T \\ -11^T & 11^T \end{bmatrix} + \frac{s(e) A}{l^0} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \right\} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{f}} = \mathbf{0} \quad (4)$$

{ }内第1項が線形+大変形剛性行列、第2項が幾何剛性行列を意味する。

5節で示す解析では、ケーブル材の非抗圧性を表現するために、圧縮側のヤング率を表1に示したケーブル材ヤング率の1/100として与える。また初期釣合形状は、図1に示した釣合形状を初期値として、導入張力が実験で計測された値(後述)に極力一致するように、部材長さ(l^0)を試行錯誤で与えて決定している。このため初期釣合形状は、図1に示した形状と若干異なる。なお、座標仮定による仮定関数を用いたケーブル(トラス)および膜要素の一般的な離散化定式化は、参考文献7)-9)に示されている。

4 . 各モデルの初期張力

今回の実験では、モデルは部材数が少なく、Model-1では自己釣合モードが1つであり、Model-2, Model-3では2つである。

上部リングケーブルの張力を300Nとしたときの各モデルの詳細を表2に示す。表中の部材記号については、図1に記してある部材の記号に対応している。実験張力の最大・最小の[]内は、通りの記号を示している。誤差については、目標張力と実験張力の平均との誤差である。実験張力はいずれも、軸対称荷重時の初期形状の張力である。実験時における各節点の初期不整は、境界部ねじりによる不整が大きいと考え、実測は行っていない。

表2 初期張力の詳細

モデルの種類	部材記号	目標張力(N)	実験張力(N)			誤差(%)
			最大	最小	平均	
モデル	C1	247	249 [C]	222 [H]	238	-3.8
	R1	300	300 [I]	292 [2]	296	-1.4
モデル	C1	520	537 [B]	506 [F]	521	0.2
	C2	257	277 [G]	248 [B]	263	2.3
	R1	300	298 [1]	295 [2]	297	-1.0
モデル	C1	479	518 [A]	490 [G]	504	5.0
	C2	155	163 [A,D,F]	147 [B,E]	156	0.6
	C3	68	100 [G]	83 [C,E]	88	22.7
	R1	300	314 [1]	294 [F]	304	1.3
	R2	581	557 [1]	532 [2]	545	-6.6

5. 実験結果および解析結果

表2に示す初期張力配分で初期形状を作成し、静的荷重実験を行った。Model-1においては、区別するためにリングケーブルの初期張力 300N の場合を Model-1-300N、800N の場合を Model-1-800N と表現する。ここでは、軸対称荷重時(全点荷重)および、非軸対称荷重時(一点荷重)でのケーブル材、リングケーブル材における荷重 - 張力関係、および荷重 - 変位関係をそれぞれのモデルについて示す。

5-1. 軸対称荷重(全点荷重)

各モデルの対称荷重時(Model-1はLC-1、Model-2、Model-3はWC-1の荷重状態(図6参照のこと))における各モデルのケーブル材、リングケーブル材における荷重 - 張力関係および荷重 - 変位関係を図8-1から8-5に示す。図8-1から8-4はそれぞれ Model-1-300N、Model-1-800N、Model-2、Model-3 の荷重 - 張力関係、図8-5は各モデルの荷重 - 変位関係に対応する。荷重 - 張力関係は、各部材ごとに同じ傾向があらわれたため、Model-1では境界節点Aに接合されている上下部の外周ケーブル材、Model-2、Model-3では境界節点Aに接合されている上下部の外周、内周ケーブル材の結果を示す。リングケーブル材は、3モデルともに上下部のCD間(リング1)の結果を示す。荷重 - 変位関係は、Model-1では境界節点Aに接合されているストラット材(a点) Model-2、Model-3では境界節点Aに接合されているストラット材と中央のストラット材(Center)の結果を示す。いずれのグラフも、直線は解析解、プロットは実験値に対応する。

Model-1-300Nでは、荷重の増加に伴い外周上部ケーブルおよび上部リングケーブルの張力の減少がみられ、張力が100Nを下回る付近から非線形な挙動を示している(図8-1)。これは、接合のためにケーブルをかしめた部分のゆるみやケーブル材自体のゆるみなどの材料特性によるものであると考えている。一方、同じモデルにおいて初期張力が高いタイプであるModel-1-800Nでは、荷重の増加に伴い各部材の張力は直線的に変化しており、非線形性はみられない(図8-2)。

Model-2では、全体的に線形的な挙動を示し(図8-3)、Model-3では、内周上下ケーブルの張力が100Nを下回る付近で、先と同

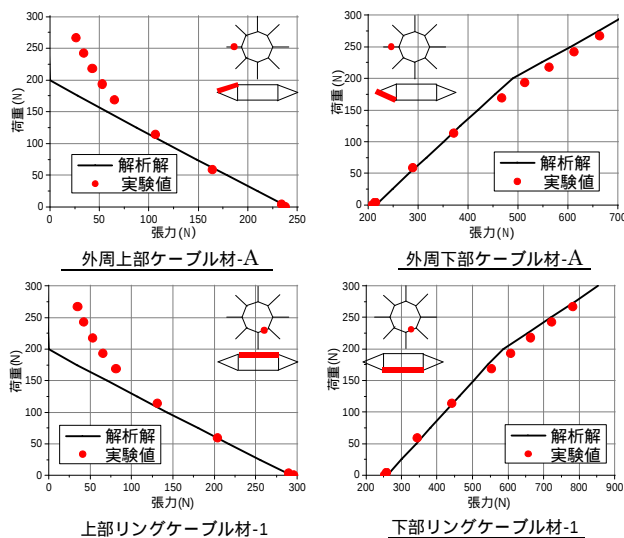


図8-1 荷重 - 張力関係(Model-1-300N, 荷重状態 LC-1)

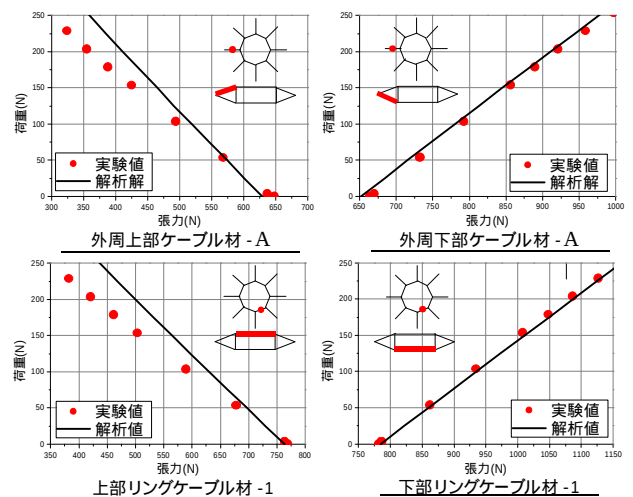


図8-2 荷重 - 張力関係(Model-1-800N, 荷重状態 LC-1)

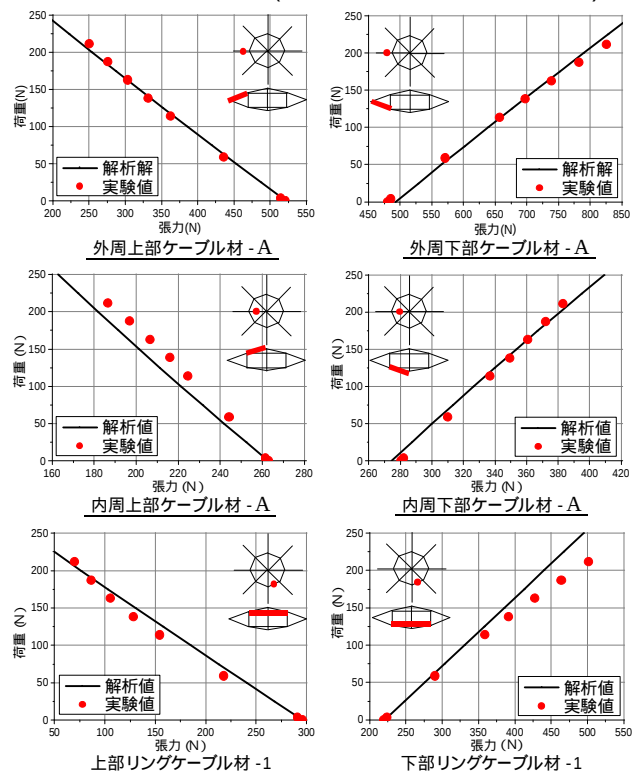
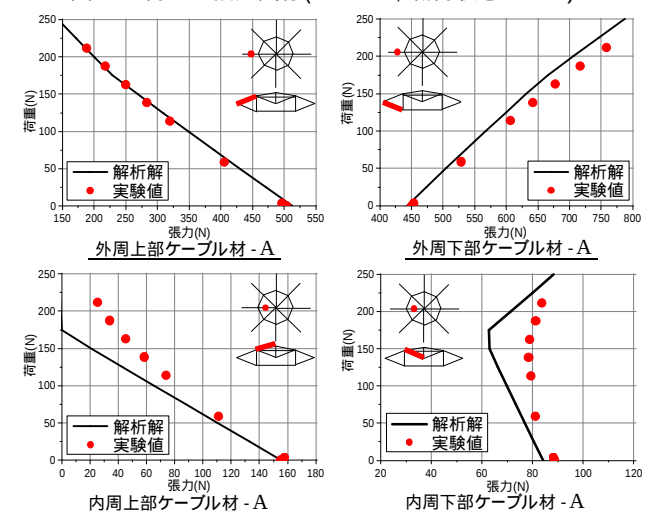


図8-3 荷重 - 張力関係(Model-2, 荷重状態 WC-1)



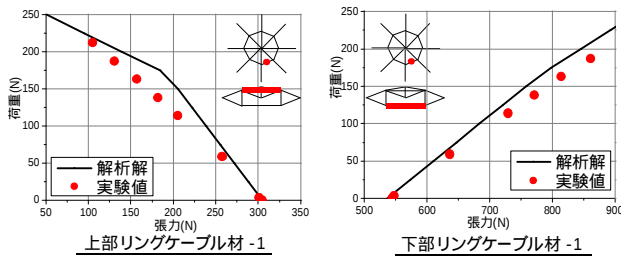


図 8-4 荷重 - 張力関係(Model-3, 荷重状態 WC-1)

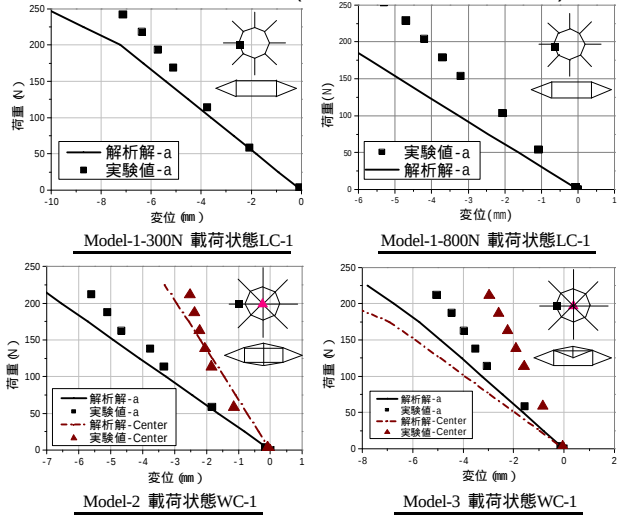


図 8-5 荷重 - 変位関係

様の材料非線形性がみられる (図 8-4)。

また、Model-1-300N, Model-1-800N では、初期張力の大きさが異なっているが、同じ位置にある部材の張力の変化(グラフの傾き)はほぼ等しい(図 8-1, 図 8-2)。これは、構造物が軸対称変形することにより主にケーブル材の軸剛性に抵抗するためであり、初期張力の大きさは挙動に大きな影響を与えていない。

荷重荷重が200Nの時のa点の変位は、Model-1-300Nでは-6mm、Model-1-800Nでは-4mm、Model-2, Model-3ではともに-5mmであり、大変形による非線形効果は小さい(図 8-5)。

解析結果は、いずれのモデルにおいても実験結果とよく対応している。張力の消失が顕著にみられた Model-1-300N, Model-3 において、部材の張力が徐々に消失する曲線的な挙動を表現できていないが、こうした単純なモデル化によっても大域的な挙動を捉えており、実用上十分な結果が得られている。

5 - 2 . 非軸対称荷重 (一点荷重)

非軸対称荷重時(Model-1はLC-3、Model-2, Model-3はWC-3の荷重状態(図 6 参照))における各モデルのケーブル材、リングケーブル材における荷重 - 張力関係および荷重 - 変位関係を図 9-1 から 9-5 に示す。図 9-1 から 9-4 はそれぞれ Model-1-300N, Model-1-800N, Model-2, Model-3 の荷重 - 張力関係、図 9-5 は各モデルの荷重 - 変位関係に対応する。荷重 - 張力関係は、Model-1 では境界節点 A,C,G に接合されている上下の外周ケーブル材、Model-2, Model-3 は境界節点 A,C,G に接合されている上下の外周、内周ケーブル材の結果を示す。リングケーブル材は、上下部の CD 間(リング 1), GH 間(リング 2)の結果を示す。荷重 - 変位関係は、Model-1 では境界節点 A,C,G に接合されているストラット材、Model-2, Model-3 は境界節点 A,C,G に接合されているストラット

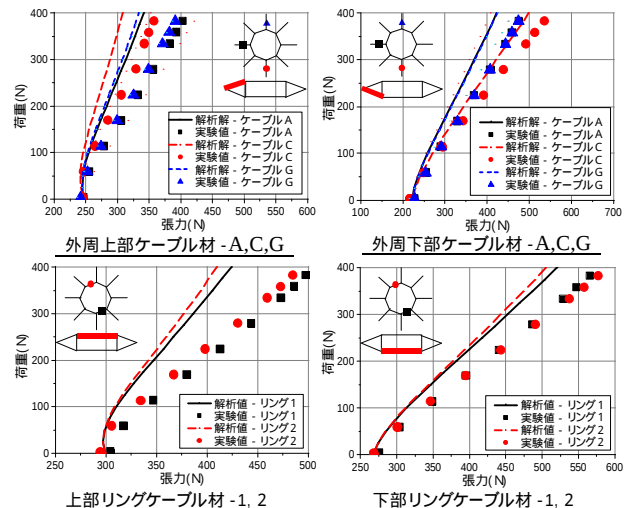


図 9-1 荷重 - 張力関係(Model-1-300N, 荷重状態 LC-3)

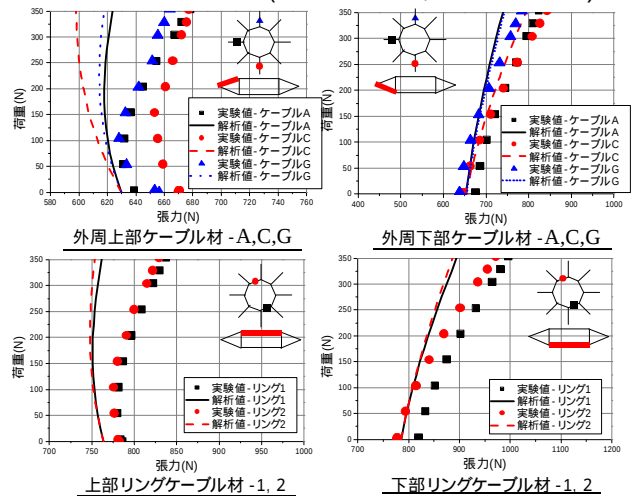


図 9-2 荷重 - 張力関係(Model-1-800N, 荷重状態 LC-3)

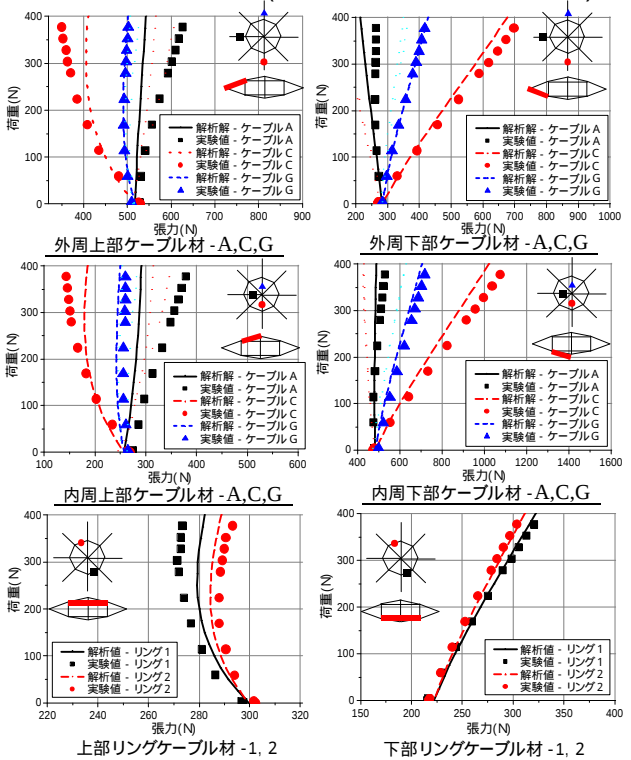


図 9-3 荷重 - 張力関係(Model-2, 荷重状態 WC-3)

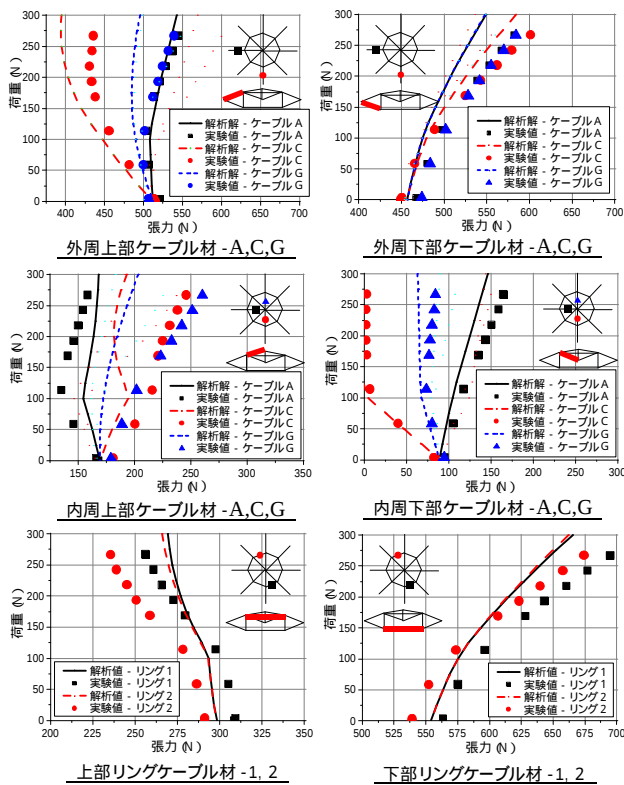


図 9-4 荷重 - 張力関係(Model-3, 300N, 载荷状態 WC-3)

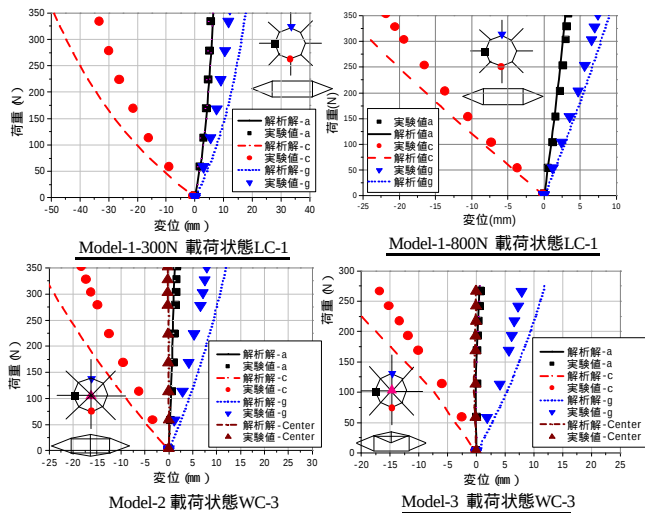


図 9-5 荷重 - 変位関係

材 (a, c, g 点) および中央のストラット材 (Center) の結果を示す。

Model-1-300N では、どの部材においても荷重の増加に伴い張力は増加している (図 9-1)。Model-1-800N では、外周上部ケーブル材および上部リングケーブルの張力が、一度減少してから増加する傾向がある (図 9-2)。

Model-2 では、外周および内周ケーブル材の張力は、それぞれの計測箇所によって異なった挙動を示しているのに対し、リングケーブル材の張力は同様の挙動を示す (図 9-3)。

Model-1, Model-2 とともに張力の消失はみられず、グラフにみられる非線形挙動は大変形によるものであると考える。

Model-3 では、内周下部ケーブル材の張力が荷重 100N を超えた付近から 0N となり、上部リングケーブル材の張力の挙動が著し

く変化している (図 9-4)。

Model-1-300N と Model-1-800N では、同じ位置にある部材の張力の変化 (グラフの傾き) を比較すると、Model-1-300N の方が張力の変化が著しい (図 9-1, 図 9-2)。これは、非軸対称な荷重では軸対称な変形でないため、初期張力の大きさによって挙動が大きく異なると考える。

また、Model-1 では各部材において同じように張力が変動しているのに対し、Model-2, Model-3 では張力の変動が部材により異なる。これは、内周ケーブル材の影響と考えている。

载荷荷重が 200N の時の c 点の変位は、Model-1-300N では -25mm、Model-1-800N では -14mm、Model-2, Model-3 ではそれぞれ -11mm, -12mm であり、Model-1 に比べ Model-2, Model-3 の剛性が高い (図 9-5)。

幾何学的非線形の影響が大きい非軸対称な荷重においても、解析結果は実際の挙動を良く捉えており、構造の異なるいずれのモデルにおいても、実験結果と良く一致していた。

6. 材料非線形を考慮した解析結果

5節で示した数値解析結果は、幾何学的非線形性のみを考慮し、材料は線形で扱った解析結果である。ここでは、部材試験で得られたケーブル材の非線形性を近似的に表現し、材料非線形を考慮した解析結果を示し、その傾向をみることを目的とする。実際に解析で使用した近似曲線 (5 次曲線) を、部材試験の結果、近似直線とあわせてを図 10-1 に示す。また、材料非線形の影響が顕著にみられた Model-1-300N の軸対称荷重時の実験結果と解析結果を図 10-2 に示す。

材料非線形を考慮した解析により、外周上部ケーブル材および

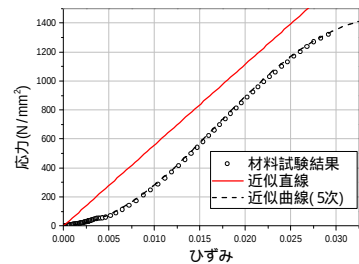


図 10-1 近似曲線(5 次曲線)

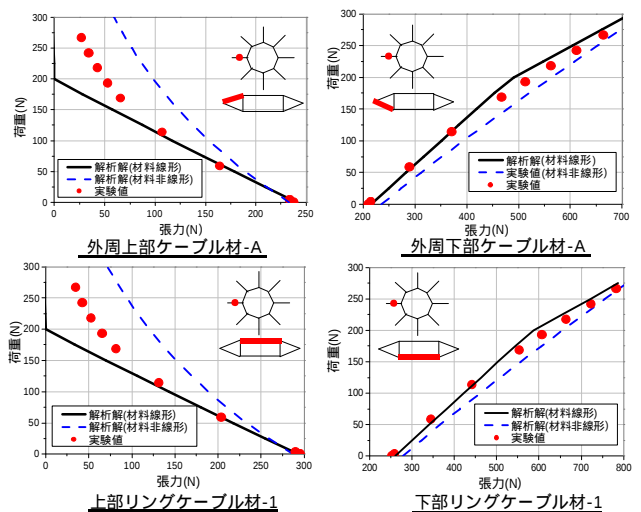


図 10-2 荷重 - 張力関係(Model-1-300N, 载荷状態 LC-1)

上部リングケーブル材の挙動と解析結果の挙動が、同様の傾向を示すことがわかる。また、実験結果と解析結果の間には、大きな差がみられる。これは、部材試験がケーブル材のかしめた部分を考慮していないためだと考えている。

6. まとめ

初期張力導入時における自己釣り合い応力のモードの数が少ない比較的単純な3つの構造モデル (Geiger-model、Zetlin-model、Hybrid-model) を対象として静的載荷実験を行った。どのモデルにおいても、軸対称載荷時には初期張力の大きさに影響されないが、非軸対称載荷時には初期張力の大きさに影響される。また、軸対称載荷時にあらわれる非線形性は、構造物の大変形によるものではなく、低応力時におけるケーブル材の材料特性および接合部特性 (かしめている部分) によるものである。

解析においては、いずれのモデルにおいても、ケーブル材を線形で扱った解析結果は実験結果と良く一致していた。また、ケーブル材の材料非線形性を考慮した解析結果は、実験結果に現れるケーブル材の材料非線形性を上手く表現できた。

今回の結果より、様々な構造モデルおよび載荷パターンにおいて実験結果を上手く表現することができ、解析結果の妥当性が検証された。また、複合ケーブル構造のさらなる実験、解析へと進む可能性が示せた。今後は実験において、複層モデル時の張力導入方法の工夫や接合部の簡素化、初期不整の検討を、解析では材料の非線形性を考慮した解析や接合部のモデル化を検討していくことが必要である。

謝辞

本研究の一部は、(財)能村膜構造技術振興財団の平成13年度研究助成(研究代表者:本間俊雄)によるものである。また、実験は、鹿児島大学工学部建築学科、長谷川倫太郎氏(H14年度学部卒)、藤田剛氏、末永崇氏(H15年度学部卒)の協力を得ている。数値計算のデータ整理に、鹿児島大学理工学研究科建築学専攻、合田雄策氏(H16年度修士卒)の協力を得た。ここに記して深く感謝します。

参考文献

- 1) Xingfei Yuan, Shilin Dong: Study on Static Behaviour of Cable Dome, Journal of IASS, pp81-91, 2002
- 2) 斎藤公男, 岡田章, 森田明 他: テンションリングを有する放射型ケーブル屋根構造の力学特性に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿), pp995-960, 1996
- 3) 半谷裕彦, 呉明児: ケーブルと剛体構造による張力安定複合構造の応力・変形解析, 膜構造研究論文集, pp29-35, 1995
- 4) 武藤肇, 斎藤公男, 岡田章, 柴村豊士: ハイブリッド・テンション・ドームの力学特性に関する基礎的研究, 日本建築学会大会(東海)学術講演梗概集, pp2023-2024, 1994
- 5) 黒木二三夫, 斎藤公男, 岡田章: ハイブリッド・テンション・ドームの開発と応用, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), pp1391-1392, 1993
- 6) 山本秀一, 斎藤公男, 黒木二三夫, 佐々木直幸: テンションストラットドームの構造特性に関する実験的研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), pp1301-1302, 1991
- 7) T.Honma and N.Ataka: Geometrically Nonlinear Structural Analysis

by FEM Using the Coordinate Value on a Deformed Body, Information, Vol.7(5), pp.569-584, International Information Institute, 2004

8) 本間俊雄, 安宅信行: 座標値を未知量とした有限要素法による張力構造の解析と評価, No.18, pp.15-20, 日本膜構造協会, 2004

9) 本間俊雄, 合田雄策, 安宅信行: 座標値を未知量とした有限要素技術による張力構造解析の一方方法, 日本建築学会構造系論文集, No.602, 2006.4(掲載予定)

付録

本実験に用いた試験体および載荷実験の写真を示す。

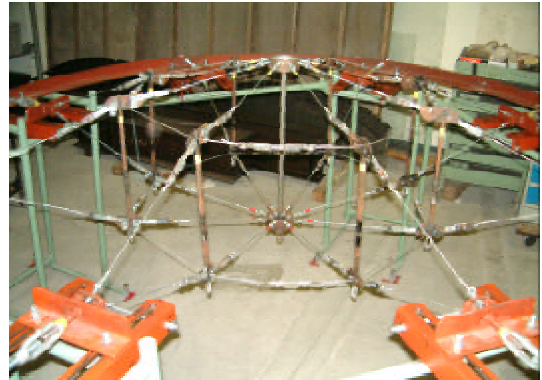


写真1 試験体の概要 (Model-2)



写真2 境界部の概要

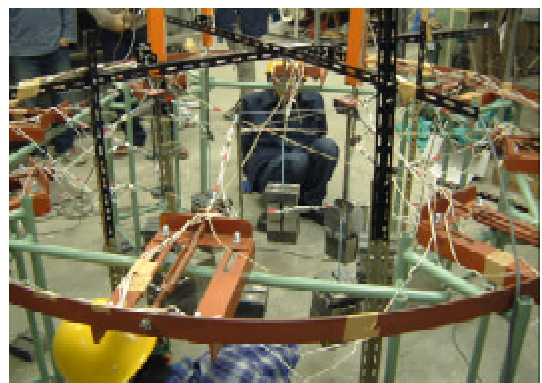


写真3 Model-1における全点載荷



写真4 Model-3における全点載荷



写真6 張力導入用ターンバックル

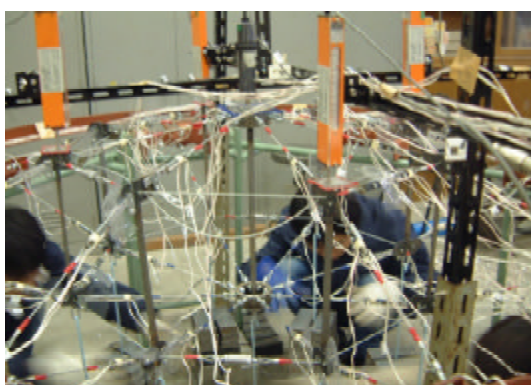


写真5 試験体および変位計 (Model-2)



写真7 中央ストラット材 (Model-2)

Experiment on the Structural Characteristics of Composite Cable Structures and Analysis by the Finite Element Method

Tatsuya NAKAMURA^{*1}

Kenji YAMAMOTO^{*2}

Toshio HONMA^{*3}

SYNOPSIS

The cable structures composed of compression members and tension members, such as the tensegrity structures, have been developed by a lot of experimental and analytical studies. Their structural characteristics are influenced by the structural forms and the distribution of prestressing force. In this paper, simple structural models of three types, which have few modes of the self-equilibrated prestressing force, are tested to investigate the static response of composite cable structures under symmetric and anti-symmetric loads. And, by using the finite element method with geometrical and material nonlinearities of which unknown quantity is nodal coordinates, the numerical analyses are performed for the three models. The comparisons between the experimental results and the analytical results are shown, and their adequacy is verified.

*1 Technical Staff, Faculty of Eng., Kagoshima Univ.

*2 Research Assoc., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kagoshima Univ., Dr. Eng.

*3 Associate Prof., Dept. of Architecture and Architectural Eng., Kagoshima Univ., Dr. Eng