

膜の動的変形を対象とした画像計測システムの構築

熊野史朗*, 藤野陽三**, 阿部雅人***, 吉田純司****, 松崎拓也*****

概要

これまで提案されてきた膜のモデルは、膜の動的・空間的な変形場を精度よく計測する手段がないため、その精度が定量的に検証されていない。そこで、本研究では膜の動的な挙動を定量的に把握するための画像計測システムを構築することを目的とした。本研究では、動的に大変形する膜の挙動を精度よく復元可能な3次元回転を取り入れたマッチング手法を開発した。また、風力により変形する膜の計測実験を行い、本計測システムを適用しその挙動を精緻に復元するとともに、得られた3次元座標をもとに有限要素法を用いて内力を算出した。

1. はじめに

膜構造は軽量で収納性に優れているため、ドーム型構造などにみられる地上構造物に利用されているのみならず、太陽電池パネル、ソーラーセイルなどの宇宙構造物への利用が検討されている。これらの構造物では、常時の維持管理が困難であることから、設計段階において実験による構造物の挙動を把握するとともに、構造物の精緻なモデル化を行い、任意の状態における構造物の挙動を検証することが求められる。これまで膜の挙動を予測するモデルが数多く提案されている。例えば、Adlerら¹⁾は、ケーブルネットワークを用いた有限要素モデルによりしわの静的・動的解析を行っている。成澤ら²⁾は、剛体パネルとそれをつなぐバネよりなるモデルを用いて膜の挙動を解析し、理論結果および小型膜による疑似無重量下での基礎実験結果と比較検討している。宮村ら³⁾は、軸対称性を有する円形膜の有限要素モデルを構築し、分岐解析を用いてしわの形態や応力状態を把握している。張衛紅⁴⁾は、膜を有限要素法によりモデル化し、座屈を含む極限的な大変形まで解析を行って、MITC要素やDKT (Discrete Kirchhof Tensor) 要素など膜要素の数値解析における安定性を検討している。

しかし、これまで大変形する膜を空間的・動的に計測する手段が存在しなかったため、これらのモデルは、実験結果との比較が行われていない⁴⁾、あるいは、静止画

および動画による定性的な膜の変形観察¹⁾やレーザー変位計による静止したしわの形状計測⁵⁾、もしくは、ひずみゲージによる応力の測定³⁾により精度の検証が行われている。しかし、膜が、大変形、しわの発生および境界条件といった複雑な性質を有するため、その数値計算が非常に困難であることを考えると、これらのモデルは、解析のみで設計を行い得るほどの十分な精度を有しておらず、動的挙動の計測により定量的に精度を検証することが望まれる。

一方、近年にみられる光学、レーザー、電子光学、ビデオおよび計算機技術の分野における科学技術の発展により、高精度のデジタル画像を取得しそれを高速処理できるようになりつつある。画像は、計測対象が有する瞬時の可視情報を、非接触で空間的に記録できるという利点を有している。そのためデジタル画像を画像処理することで、計測対象において空間的に分布する変形情報を同時に得ることができる。また、計測対象に接触することが困難である場合においても、画像計測により非接触に計測を行うことが可能となる。

そこで本研究では、膜の動的な挙動を定量的に把握するための画像計測システムを構築することを目的とした。まず、本画像計測システムについて述べる。本計測システムでは、擬似ランダムパターンを付けた膜を、風力によって変形させ、それを3台のCCDカメラ

* 東京大学大学院工学系研究科修士課程

*** 東京大学大学院工学系研究科助教授

***** 東京大学大学院工学系研究科修士課程

** 東京大学大学院工学系研究科教授

**** 山梨大学工学部講師



写真-1 画像計測システム外観

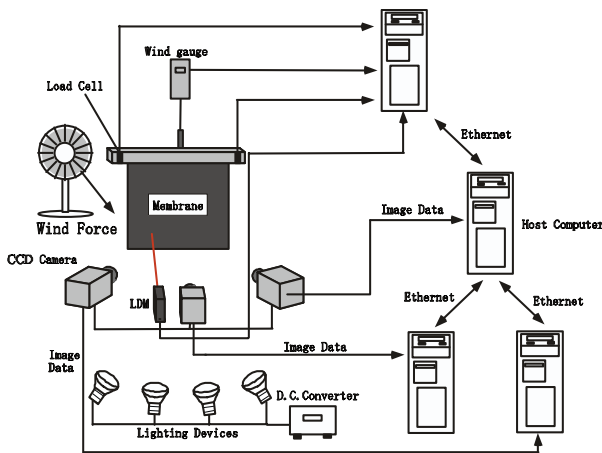


図-1 画像計測システム概要図

ラにより撮影する。また、カメラキャリブレーションに必要な標点は、白色点を付けた黒色鋼板を前後に動かすことで作成する。次いで、画像理論について述べる。カメラモデルでは、レンズの歪みを考慮している。また、テンプレートマッチングに関しては、本研究のように時間的に大変形する対象に対しても正しいマッチングが可能な3次元回転マッチングを考案した。対応点を発見した後は、その画像座標とカメラ変数を用いてその3次元座標を復元する。最後に、得られた膜の3次元座標をもとに、有限要素法を用いたハイブリッド解析により膜の内力を算出する。

2. 計測システム

(1) 画像計測システム

本研究では、膜を1辺で固定し、風力を与えることによって変形させ、それを3次的に計測する実験を行った。写真-1 および図-1 に本計測システムの全体図を示す。使用した膜は、平面寸法 300[mm]×300[mm]、厚さ 0.5[mm]の天然ゴムである。膜には、図-2 に示すように

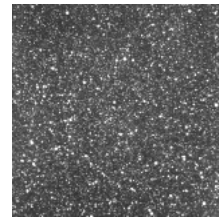
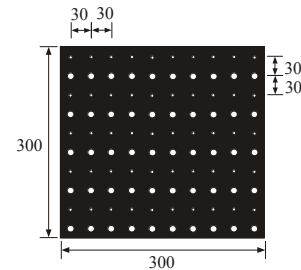
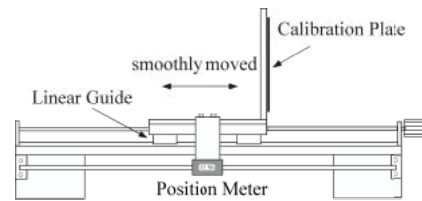


図-2 擬似ランダムパターンをつけた膜



(a) キャリブレーションプレート



(b) リニアガイド

図-3 カメラキャリブレーションシステム

膜上の点を互いに区別するためにスプレーによって擬似ランダムパターンを付けている。風力はファンによって発生させ、膜に作用する平均風速を簡易風速計によって測定している。膜の画像は、3台の高解像度 CCD カメラ(130万画素)によりフレームレート 30[frame/sec]で撮影した。これらのカメラは、電源部が同期信号用のコードで互いに接続されており、完全に同期した画像を撮影することが可能である。撮影した画像は、それぞれのカメラに接続したレイドシステムを採用したハードディスクに直接記録している。PC 間を高速の Ethernet で接続することにより、複数台のカメラを用いる際に問題となる PC 間の同期をとっている。照明用の電源には直流電源を使用している。これは、交流電源での照明の点滅による膜の輝度の変化を生じさせないためである。本画像計測システムの精度に関しては、レーザー変位計(LDM)により膜のある一点の変位を計測し、これを画像解析によって算出された変位と比較することにより検証している。またロードセルにより治具にかかる力を計測することで、有限要素法を用いたハイブリッド解析の精度を検証している。

(2) カメラキャリブレーションシステム

ステレオ画像により対象の 3 次元座標を算出するた

めには、カメラキャリブレーションによりカメラの内部変数・外部変数を求める必要がある。この際、3次元座標が既知かつ同一平面上にない複数の点が必要であるため、これらの点を図-3のように、白色点を付けた黒色の鋼板をリニアガイドにより前後に動かすことによって作成する。

キャリブレーションにおいては、画像中に記録されている各標点の重心座標を抽出する必要がある。そのため、まず記録画像から、白色の部分抽出し、それらを白色の塊として分類した。ただし、標点が記録されている画像中には標点以外にも背景中などに白色が含まれている可能性がある。そこで、まず画像を2値化し、白色部分のみを抽出する。次いでクラスタリングにより分類し、各白色の塊に番号付けを行う。最後にキャリブレーションに必要な円形の標点のみを抽出するために、以下のような条件を付した。

- ① 標点は、重心から白色の境界部までの最大距離があるしきい値以下である。
- ② 標点は、画像上においてほぼ円形であるため、重心から白色の境界部までの最大距離と最小距離の比 $r \equiv R_{\max} / R_{\min}$ が 1.0 に近い値をとる。

3. ステレオ画像計測理論

(1) カメラモデル⁶⁾

カメラ座標系 $\mathbf{M}_w \equiv (X_w, Y_w, Z_w)^T$ と画像座標系 $\mathbf{m} \equiv (u, v)^T$ の関係は次のようになる。

$$s\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{P} \cdot \tilde{\mathbf{M}}_w \quad (1)$$

レンズには、ザイデルの5収差と呼ばれるレンズ歪みが存在し、精度の高い計測を行うためには、その補正が必要となる。歪曲収差を除く4種類の収差は、F値に反比例し、対象に対して絞りを適切に設定することで小さくできるため、ここでは歪曲収差の影響のみを考慮した。画像座標系 u, v において歪曲歪みを考慮したピンホールカメラモデルは、

$$u = c \frac{X_c}{Z_c} + u_0 + \Delta u, \quad v = c \frac{Y_c}{Z_c} + v_0 + \Delta v \quad (2)$$

となる。ここで、

$$\Delta u = (u - u_0) \sum_{i=1}^2 k_i r^{2i}, \quad \Delta v = (v - v_0) \sum_{i=1}^2 k_i r^{2i} \quad (3)$$

$$r^2 = (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{m}} = (u - \Delta u, v - \Delta v, 1)^T \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_w = (\mathbf{M}_w^T, 1)^T = (X_w, Y_w, Z_w, 1)^T \quad (6)$$

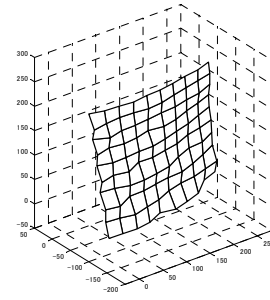


図-4 通常のマッチングにより復元された膜

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} c & 0 & u_0 \\ 0 & c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 (u, v) は収差が一切存在しない理想像点、 $(u + \Delta u, v + \Delta v)$ は歪曲収差が存在する実際の像点、 (u_0, v_0) は画像中心の座標、 k_1 および k_2 は歪曲収差を与える係数、 r は残高(主点からの距離)である。 c 、 u_0 、 v_0 、 k_1 、 k_2 、 α 、 β 、 γ および $\mathbf{t} \equiv (t_x, t_y, t_z)^T$ は本カメラモデルのパラメータである。これらのパラメータは、カメラキャリブレーションで用いた白色点の画像座標およびカメラ座標によって決定される。ここで、以下の関数 E を最小にするパラメータ群が最適解であり、遺伝的アルゴリズムにより解を探索する。

$$E = \left(u - c \frac{X_c}{Z_c} - u_0 - \Delta u \right)^2 + \left(v - c \frac{Y_c}{Z_c} - v_0 - \Delta v \right)^2 \quad (9)$$

(2) 3次元回転マッチング

ステレオ画像からある点の3次元座標を復元するためには、各画像中におけるその対応点の座標が必要である。このプロセスは、点の3次元座標を正確に得るために最も重要な部分である。本研究では、まず、テンプレートの2次元回転、2次元拡大・縮小を含む通常のテンプレートマッチング^{7),8)}を行った。しかし、図-4に示すように、明らかに不適な3次元復元結果が得られた。これは、対象が3次元で変形するのに対し、このテンプレートマッチングは2次元の変形のみしか考慮していないためであると考えられる。

膜を細かい小領域に分割すると、膜の変形は、各小領

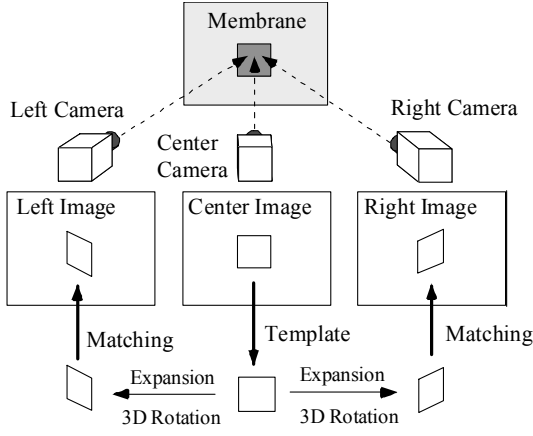


図-5 3次元回転マッチングの概要

域が3次元の移動および剛体回転したものとみなせる。この小領域をテンプレートマッチングにおけるテンプレートの小領域(サブセット)に置き換えると、これは、中央画像内のサブセットを3次元回転および2次元拡大・縮小させたものと同じパターンが、左(あるいは右)画像中に存在することを意味する。

本研究ではこの手法(以下3次元回転マッチングと呼ぶ)を適用し、膜の変形を復元することとする。変形復元の流れは以下のとおりである。変形前の膜のある正面画像をテンプレートとし、各時刻の左右画像それぞれに対してマッチングを行うことで、左右画像の対応点を探索することとする。まず、テンプレートとして中央画像から \mathbf{m}_C を中心とする小領域(サブセット)を抽出する。次いで、テンプレート中のサブセットを、3次元回転および2次元拡大・縮小させ、左(あるいは右)画像中の同様のパターンを備えた小領域を探索する。パターンの類似性は画像相関法によって判断する。画像相関法の探索窓の大きさを $(2N_1+1) \times (2N_2+1)$ [画素]、それぞれのステレオ画像の輝度を $I_1(u_1, v_1)$ 、 $I_2(u_2, v_2)$ とすると、相関値 C は、

$$C = \frac{\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-m}^m \{I_1(u_1+i, v_1+j) - \bar{I}_1\} \{I_2(u_2+i, v_2+j) - \bar{I}_2\}}{(2n+1)(2m+1)\sqrt{\sigma_1^2 \sigma_2^2}} \quad (10)$$

$$I_k = \frac{\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-m}^m I_k(u_k+i, v_k+j)}{(2n+1)(2m+1)} \quad (11)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum_{i=-n}^n \sum_{j=-m}^m I_k^2(u_k+i, v_k+j)}{(2n+1)(2m+1)} - \bar{I}_k^2 \quad (12)$$

で与えられる。3次元回転マッチングにおける対応点の座標 (u, v) 、拡大(縮小)率 a および回転角 (α, β, γ) をパ

ラメータとし、相関値 C を最大にするものを最適解とする。なお、この際の計算量は膨大であるため、遺伝的アルゴリズム⁸⁾およびシンプレックス法によって高速化を行う。図-5に3次元回転マッチングの概要を示す。

中央および左画像間のマッチングを考える。左画像は中央画像の射影であると考えられるので、各画像座標におけるサブセット内の各点の座標 \mathbf{s}_C 、 \mathbf{s}_L は次のように表される。

$$\mathbf{s}_C = \mathbf{m}_C + \mathbf{t} + \Delta \mathbf{m}, \quad \mathbf{s}_L = \mathbf{m}_L + \Delta \mathbf{m}' \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{m}_C = (u_C, v_C)^T$ は対応点の中央画像における座標、 $\mathbf{m}_L = (u_L, v_L)^T$ は対応点の左画像における座標、 $\mathbf{t} = (t_u, t_v)^T$ は対応点の中央画像座標に対する左画像座標への移動量、 $\Delta \mathbf{m} = (\Delta u, \Delta v)$ は中心画像におけるサブセット中心を原点としたサブセット内各点の座標(サブセット座標系と呼ぶ。 $-n \leq \Delta u \leq n$, $-m \leq \Delta v \leq m$)、 $\Delta \mathbf{m}' = (\Delta u', \Delta v')$ は $\Delta \mathbf{m}$ を2次元拡大・縮小および3次元回転した後の座標であり、3次元回転行列 $\bar{\mathbf{R}}$ および2次元等方拡大行列 \mathbf{E} を

$$\bar{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \eta & 0 & \sin \eta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \eta & 0 & \cos \eta \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

として、 $\bar{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{m}$ の (u, v) 成分で表される。 \mathbf{s}_C における輝度を $I_1(u_1, v_1)$ 、 \mathbf{s}_L における輝度を $I_2(u_2, v_2)$ としてテンプレートマッチングにより未知のパラメータ t_u 、 t_v 、 ξ 、 η 、 ζ および e が決定される。

テンプレートマッチングにおいて回転および拡大・縮小を加えると、本来定義されていない小数値の画像座標(サブピクセル)における輝度値を考えることが必要となる。画像解析においては、このような小数値は最近傍での近似や切り上げなどにより整数値で近似することが多いが、本研究では、誤差の蓄積を避けるため、サブピクセルでの輝度値を共1次内挿法により定義することとする。共1次内挿法では、内挿したい点の画像データをその点の周囲の格子点4点の画像データを次式のように用いて求める。

$$I = [(j+1)-v \quad v-j] \begin{bmatrix} I_{i,j} & I_{i+1,j} \\ I_{i,j+1} & I_{i+1,j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (i+1)-u \\ u-i \end{bmatrix} \quad (16)$$

ただし、 $i = [u]$ 、 $j = [v]$ である。

(3) 3次元座標の復元

着目点の中央画像での画像座標 \mathbf{m}_C の左右画像における対応点が求まれば、その点の3次元座標は復元される。式(1a)によると、任意の点の世界座標 \mathbf{M}_w は、その中央および左右画像座標と以下のような関係がある。

$$s_C \tilde{\mathbf{m}}_C = \mathbf{P}_C \cdot \tilde{\mathbf{M}}_w, s_L \tilde{\mathbf{m}}_L = \mathbf{P}_L \cdot \tilde{\mathbf{M}}_w, s_R \tilde{\mathbf{m}}_R = \mathbf{P}_R \cdot \tilde{\mathbf{M}}_w \quad (17)$$

ここで、 s 、 $\tilde{\mathbf{m}}$ および \mathbf{P} 中の添字は各画像(中央, 左および右)を示す。上の3式を以下の式に拡張すると、

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{M}_w = \mathbf{b} \quad (18)$$

ここで、

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} u_C p_{31}^{(C)} - p_{31}^{(C)} & u_C p_{32}^{(C)} - p_{12}^{(C)} & u_C p_{33}^{(C)} - p_{13}^{(C)} \\ v_C p_{31}^{(C)} - p_{21}^{(C)} & v_C p_{32}^{(C)} - p_{22}^{(C)} & v_C p_{33}^{(C)} - p_{23}^{(C)} \\ u_L p_{31}^{(L)} - p_{31}^{(L)} & u_L p_{32}^{(L)} - p_{12}^{(L)} & u_L p_{33}^{(L)} - p_{13}^{(L)} \\ v_L p_{31}^{(L)} - p_{21}^{(L)} & v_L p_{32}^{(L)} - p_{22}^{(L)} & v_L p_{33}^{(L)} - p_{23}^{(L)} \\ u_R p_{31}^{(R)} - p_{31}^{(R)} & u_R p_{32}^{(R)} - p_{12}^{(R)} & u_R p_{33}^{(R)} - p_{13}^{(R)} \\ v_R p_{31}^{(R)} - p_{21}^{(R)} & v_R p_{32}^{(R)} - p_{22}^{(R)} & v_R p_{33}^{(R)} - p_{23}^{(R)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{b} = (p_{14}^{(C)} - u_C p_{34}^{(C)}, p_{24}^{(C)} - v_C p_{34}^{(C)}, p_{14}^{(L)} - u_L p_{34}^{(L)}, p_{24}^{(L)} - v_L p_{34}^{(L)}, p_{14}^{(R)} - u_R p_{34}^{(R)}, p_{24}^{(R)} - v_R p_{34}^{(R)})^T \quad (20)$$

ここで、 $p_{ij}^{(A)}$ は \mathbf{P}_A の要素である。最後に、式(18)の両辺に \mathbf{B} の擬似逆行列をかけ、注目点の3次元座標 \mathbf{M}_w が求まる。

(4) 内力の算出

前節までの手順により膜の3次元座標が得られるため、これらの差分をとることで各時刻における膜の変位場が求まる。その変位を用いて有限要素法^{9),10)}により、ひずみ場、応力場および内力を順次算出する。本研究では、膜モデルとして4節点のアイソパラメトリックシェル要素を用いることとした。

ひずみベクトル $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ は、式(21)に示すように、変位ベクトル $\{\mathbf{d}\}$ および \mathbf{B} マトリックス $[\mathbf{B}]$ により求まる。

$$[\boldsymbol{\varepsilon}_x \ \boldsymbol{\varepsilon}_y \ \boldsymbol{\varepsilon}_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T = \sum_k [\mathbf{B}^k] [u_k \ v_k \ w_k \ \alpha_k \ \beta_k]^T \quad (21)$$

$$[\mathbf{B}^k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^k}{\partial x_1} & 0 & 0 & -\frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_1} l_2 & \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_1} l_1 \\ 0 & \frac{\partial N^k}{\partial x_2} & 0 & -\frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_2} m_2 & \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_2} m_1 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N^k}{\partial x_3} & -\frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_3} n_2 & \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_3} n_1 \\ \frac{\partial N^k}{\partial x_2} & \frac{\partial N^k}{\partial x_1} & 0 & -\frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_1} m_2 - \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_2} l_2 & \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_1} m_1 + \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_2} l_1 \\ 0 & \frac{\partial N^k}{\partial x_3} & \frac{\partial N^k}{\partial x_2} & -\frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_2} n_2 - \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_3} m_2 & \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_2} n_1 + \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_3} m_1 \\ \frac{\partial N^k}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial N^k}{\partial x_1} & -\frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_3} l_2 - \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_1} n_2 & \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_3} l_1 + \frac{d}{2} \zeta \frac{\partial N^k}{\partial x_1} n_1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

ここで、 k は節点番号、 $\boldsymbol{\varepsilon}_{11}, \boldsymbol{\varepsilon}_{22}, \boldsymbol{\varepsilon}_{33}$ は曲げひずみ、

$\gamma_{11}, \gamma_{22}, \gamma_{33}$ はせん断ひずみ、 u_k, v_k, w_k はそれぞれ節点変位の x, y, z 成分、 $\mathbf{V}_{1k}, \mathbf{V}_{2k}, \mathbf{V}_{3k}$ は \mathbf{V}_{3k} を中立面の法線ベクトル(ディレクター)とする節点 k における局座標系の方向を示す単位直交ベクトル、 α_k, β_k は \mathbf{V}_{3k} の V_{1k}, V_{2k} まわりの微小回転角、 $\mathbf{V}_{ik} = [l_k \ m_k \ n_k]^T (i=1\sim 3)$ である。

天然ゴムは非線形性を有する材料である¹¹⁾が、ここでひずみは微小であることが予想されるため、線形域であると仮定すると、世界座標系におけるひずみ $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ および応力 $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ 、局座標系におけるひずみ $\{\boldsymbol{\varepsilon}'\}$ および応力 $\{\boldsymbol{\sigma}'\}$ は以下の関係となる。

$$\{\boldsymbol{\sigma}'\} = [\mathbf{E}'] \{\boldsymbol{\varepsilon}'\} \quad (23)$$

$$\{\boldsymbol{\sigma}'\} = [\mathbf{E}'] \{\boldsymbol{\varepsilon}'\} \quad (24)$$

ここで、

$$[\mathbf{E}'] = \begin{bmatrix} E' & \nu E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu E' & E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa G \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[\mathbf{E}] = [\mathbf{T}_\varepsilon]^T [\mathbf{E}'] [\mathbf{T}_\varepsilon] \quad (26)$$

$$[\mathbf{T}_\varepsilon] = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & n_1^2 & l_1 m_1 & m_1 n_1 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & l_2 m_2 & m_2 n_2 & n_2 l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & l_3 m_3 & m_3 n_3 & n_3 l_3 \\ 2l_1 l_2 & 2m_1 m_2 & 2n_1 n_2 & l_1 m_2 + l_2 m_1 & m_1 n_2 + m_2 n_1 & n_1 l_2 + n_2 l_1 \\ 2l_1 l_3 & 2m_1 m_3 & 2n_1 n_3 & l_1 m_3 + l_3 m_1 & m_1 n_3 + m_3 n_1 & n_1 l_3 + n_3 l_1 \\ 2l_2 l_3 & 2m_2 m_3 & 2n_2 n_3 & l_2 m_3 + l_3 m_2 & m_2 n_3 + m_3 n_2 & n_2 l_3 + n_3 l_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

ここで、ヤング率 E およびポアソン比 ν を用いて、 $E' = E/(1-\nu^2)$ 、 $G = E/2(1+\nu)$ であり、 κ はせん断修正係数と呼ばれ、シェル要素の場合、 $\kappa = 5/6$ である。

応力を次式のとおり積分すると内力が求まる。

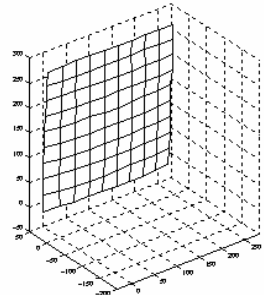
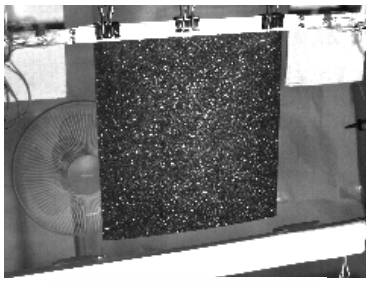
$$Q = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\mathbf{B}_{LO}^T \boldsymbol{\sigma} \det \mathbf{J}) d\xi d\eta d\zeta \quad (28)$$

ここで、 \mathbf{B}_{LO} は \mathbf{B}^k の左3列成分である。上式の積分は、ロッキングを避けるために、次数低減積分による Gauss 積分法で行う。次数低減積分による Gauss 積分法は次式のようになる。

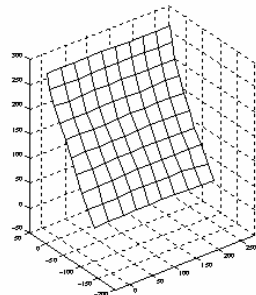
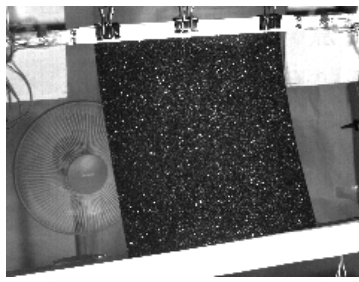
$$Q = \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \alpha_{(k)} \alpha_{(j)} \alpha_{(i)} (\mathbf{B}_{LO}^T \boldsymbol{\sigma} \det \mathbf{J}) \Big|_{\xi_{(i)}, \eta_{(j)}, \zeta_{(k)}} \quad (29)$$

$$= 2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\mathbf{B}_{LO}^T \boldsymbol{\sigma} \det \mathbf{J}) \Big|_{\xi_{(i)}, \eta_{(j)}, 0}$$

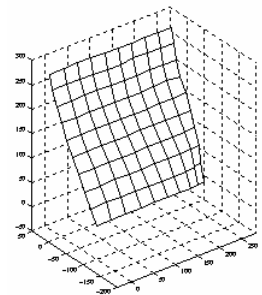
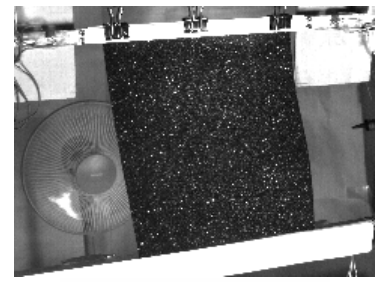
ここで、 \mathbf{J} はヤコビアン行列である。



(a) 時刻 $t=1$ における変位



(b) 時刻 $t=33$ における変位



(c) 時刻 $t=34$ における変位

図-6 復元した膜の3次元座標

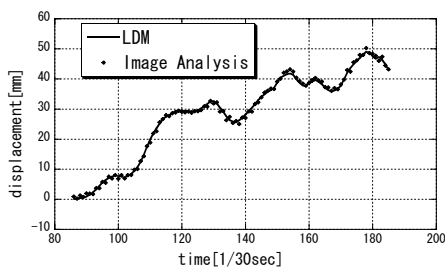


図-7 画像解析およびレーザー変位計による変位

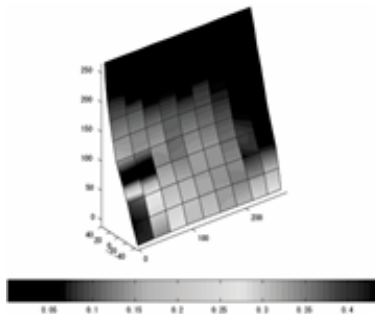


図-8 ハイブリッド解析およびロードセルによる力

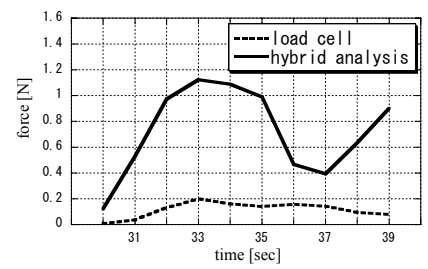


図-9 ハイブリッド解析による内力分布

4. 計測結果および考察

(1) 膜の3次元変形場および精度の検証

前章で述べた画像解析理論により、膜の3次元変形場が得られる。図-6に膜の左画像および復元した3次元変形場を示す。算出された膜の変形は、元画像の変形を正しく復元しており、本画像計測システムは膜の挙動を精度よく復元可能であると言える。

次いで、この3次元座標復元結果の精度を検証するために、レーザー変位計を用いてある1点の変位を計測し、その点の画像解析により復元した変位(3次元座標)と比較した。レーザーの点は時々刻々その位置を変えるため、各時刻において正面画像上でその点の位置を手動で発見し、その点を中心としたテンプレート画像を各時刻において作成し、左右画像に対してマッチングを行った。レーザー変位計によって計測されるデータは1次元の変位であるため、画像計測によって算出した3次元座標を、検証を開始する時刻を基準とした各時刻での1次元

の変位に変換して比較を行った。図-7にその結果を示す。図-7によると、画像解析により算出した変位が、レーザー変位計で計測した変位とよく一致していることが分かる。

(2) 内力分布および精度の検証

前節の3次元座標復元結果をもとに、有限要素法を用いたハイブリッド解析により算出した内力分布を図-8に示す。実際には滑らかな内力分布が予想されるが、ここではやや不連続な部分が存在する。また、その値に関しては、前章4節の仮定どおり、線形域とみなせるほど微小であった。次いで、この内力の精度を検証するために、内力と、治具との境界部に作用する力(ロードセルにより測定)とを比較したところ、図-9に示すように解析値が測定値の5倍程度となった。これは、画像計測における数%の誤差がひずみのオーダーよりも大きく、ひずみが過大に算出されたためであると考えられる。本画

像計測システムをこのハイブリッド解析に用いるには、画像計測の精度をより向上させる必要があると考えられる。

5. まとめ

本研究では、膜の動的な変形を計測するための3次元画像計測システムを構築した。まず、画像解析用のハードウェア・システムを構築した。本システムでは、同時刻のステレオ画像を得るために同期された高解像度・高時間解像度のCCDカメラを3台用いた。次に、ステレオ画像中の対応点を発見するための、テンプレートの3次元回転、拡大・縮小を含む新しいテンプレートマッチング手法を開発した。この手法により、各画像における正確な対応点が発見された。最後に、エピポラ幾何学により3次元座標を復元した。復元結果は、実際の膜の挙動を正確に表すものであった。また、レーザー変位計を用いた精度の検証では、誤差が小さく、本計測システムが実用上十分な精度を有していることがわかった。また、それによって得られた膜の3次元座標をもとに、膜の内力分布を得るためのハイブリッド解析手法を提案した。現在のところ、膜の3次元座標は精度よく復元可能であるものの、ハイブリッド解析による内力復元の精度については十分とは言えず、このような解析に適用するためにはシステムの改善および画像機器の性能の向上が必要である。

参考文献

- 1) A.L.Adler, M.M.Mikulas and J.M.Hedgepeth: Static and

Dynamic Analysis of Partially Wrinkled Membrane Structure , 41st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibit, A00-24644, 2000.

- 2) Y.Narusawa, T.Aoki, S.Nakasuka, S.Motohashi, R.Nagashima, Y.kawakatsu and T.Kinoshita, : Behavior of Membrane Structures under Microgravity Environment, 21st International Symposium on Space Technology and Science, ISTS98-b-16, 1998.
- 3) 宮村倫司, 半谷裕彦: 面内振りを受ける円形張力膜に発生するしわの実験および解析, 膜構造研究論文集'94, 日本膜構造協会, pp. 1-10, 1994.
- 4) 張衛紅: 膜構造の座屈後解析に関する研究, 博士論文, 東京大学大学院工学系研究科機械情報工学専攻, 2001.
- 5) 呂品琦, 川口健一: 矩形張力膜のしわ性状に関する実験的研究, 構造工学論文集, 日本建築学会, Vol.46B, pp.161-165, 2000.
- 6) 西野耕一: PIVハンドブック, 可視化情報学会, 2002.
- 7) 徐剛, 辻三郎: 3次元ビジョン, 共立出版, 1998.
- 8) 長尾智晴: 進化的画像処理, 昭晃堂, 2002.
- 9) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1996.
- 10) Robert D.Cook, David S.Malkus, Michael E.Plesha, Robert J.Witt: CONCEPTS AND APPLICATIONS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS, John Wiley & Sons Inc, 2001.
- 11) 久保亮五: ゴム弾性, 裳華房, 1996.

A Measurement System for Understanding Dynamic Behavior of Membranes by Image Analysis

Shirou KUMANO, Yozo FUJINO, Masato ABE, Junji YOSHIDA, Takuya MATSUSAKI

SYNOPSIS

A measurement system to accurately capture the 3D dynamic behaviors of membranes is constructed with the aid of the image processing techniques. At first, a hardware system for the image processing and the experimental setup are briefly described. Then, an image processing technique to trace the 3D dynamic behaviors of the membrane is developed. This method employs the 3D rotation, 2D isotropic expansion and 2D translation in the stereo matching, in which the corresponding points in the three stereo images are effectively searched by the derivative-free optimization strategy. Finally, the 3D deformation field of the membrane is recovered on the basis of the epipolar geometry. The 3D Deformation field is found to well reproduce the real behaviors of the membrane. In addition, they agree well with the measurement result of the laser displacement meter, which indicates that the developed method is also accurate quantitatively.