

膜材料のせん断変形にともなう

リンクリングの発生と剛性変化に関する研究

金 熙均*¹

河端昌也*²

概 要

非抗圧縮性である膜材料は、圧縮が作用するとリンクリング(しわ波座屈現象)を生じる。本研究では膜材料のせん断変形実験を行い、リンクリングの発生が剛性に与える影響について検討し、リンクリングと剛性変化の関係を明らかにする。また、リンクリング発生にともなう剛性変化を評価する手法の一つである応力遷移法を用いて解析を行い、実験結果との比較を行う。

1. 序

リンクリングによって膜の剛性と応力状態は大きく変化するとと思われる。FEM 解析では剛性低下法による解析やシェル要素による解析などの手法があるが、設計時の解析では本間¹による張力場解析など応力遷移法を用いた手法によって処理することが多い。しかし、リンクリング発生を伴った膜材料の荷重-変位関係に関する実験等の測定例は、宮村²による張力円形膜のねじり、呂³による単軸引張りなどと限られており、十分に検証されているとは言えない。既往のリンクリング実験(引張等)は単軸引張のように高いひずみレベルであったり、ねじりのように実際の膜構造ではあまり発生しない応力状態で行われている。一方、引張とせん断が複合したリンクリングは、比較的低い応力レベルでも発生し、実際の膜構造でもしばしば見られる現象であるが、そのような条件での実験はこれまでに行われていないようである。

そこで、この研究では膜材料の糸方向と加力方向を4通りに変えたせん断変形実験を行い、これを応力遷移法を用いた解析と比較することによって、リンクリング発生と膜材料の剛性変化との関係を検討する。また比較のために等方性材料のアルミ薄板に対して同様の検討を行う。

アルミ薄板は等方性材料とみなすことができ、材料の機械的特性(ヤング率、ポアソン比)が明確な材料の一つである。したがって、はじめにそのアルミ薄板での実験と有限要素法(FEM)による解析を行い、次に異方性の膜材料について検討する。

2. 応力遷移法 (Stress Transfer Method)

応力遷移法は、文献(6)に述べているように文献(4)での岩盤の解析として張力を受けもたない岩盤材料-No Tension Material-による場合の解析法を圧縮を受けもたない材料と置き換えた解析法である。本論文では通常の方法線形の有限要素法による応力解析を行う。計算過程で主応力がマイナス

*1 横浜国立大学大学院工学府社会空間システム学専攻大学院生

*2 横浜国立大学大学院工学府社会空間システム学専攻助教授 博士(工学)

となった場合にその最小主応力がゼロになるように修正する。また、強制的にゼロにすると要素周辺の節点に不釣合力が発生するので、これを解消するために周辺の要素の応力の再配分を行うことで不釣合力が小さくなるように計算を行う。その計算を圧縮が生じなくなるまで繰り返す。その結果として最小応力は0になり要素は不釣合力を解消する方向に要素形状が変化し、釣合状態に達する。次の図1~2のようにモールの応力円を描くとリンクリングは最小主応力 σ_{t2} が負(圧縮)にならないことが条件である。

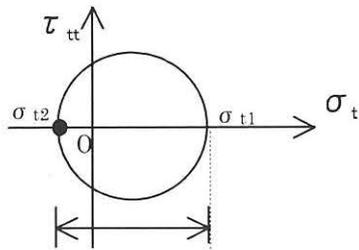


図1 リンクリング時の応力状態

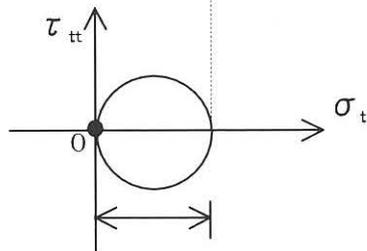


図2 リンクリング処理後の応力状態

3. アルミ薄板のせん断変形

1. 実験

(1) 1軸引張実験(単調増加加力)

試験体は図3に示す幅30mm×チャック間距離200mm×厚さ0.5mm(公称)のアルミ薄板(JIS H 4000:A 1050P)である。加力は定速伸長形引張試験機を用い、試験体の取り付けにはくさび形チャックを使用する。ひずみの測定は金属の場合、ひずみゲージを貼り付けて測定するのが一般的であるが、ここでは2台の高解像度CCDカメラ(1392X1000 pixel)を使って3次元画像計測を行う。図3に示すように、試験体中央にあらかじめマークした4点の座標値から加力方向80mm、加力直交方向20mmの標線間距離変化を求め、ひずみを算出する。荷重速度は0.5mm/minとして、

1mmまで引張る。引張方向については、チャック間距離の変化も測定し、3次元画像計測の結果と比較する。

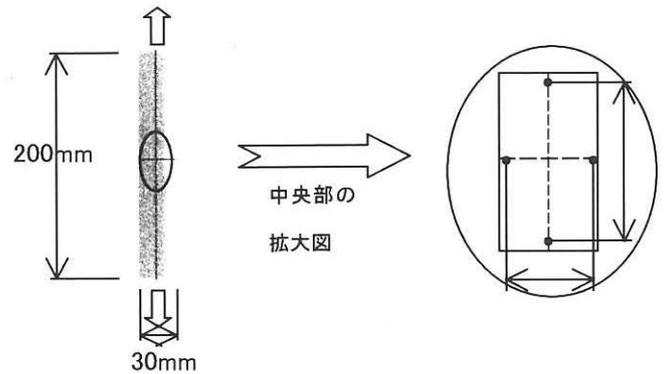


図3 1軸引張試験

試験機のクロスヘッド間変位から得られた応力-変位関係は図4のとおりである。この結果より直線とみなせる部分の割線勾配よりヤング率を求めると36kN/mm²となる。一方、JIS Z 2241に示されているアルミのヤング率は70kN/mm²である。

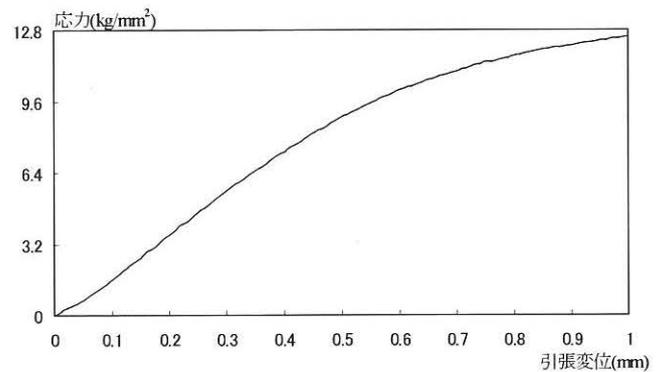


図4 応力-変位関係(アルミ薄板、一軸引張実験)

チャック間変位から求めたアルミのヤング率の測定値が約半分の低い値を示しているのは、ひずみをチャック間の変位をもとに評価していること、チャック内部での試験片のすべりの影響によると思われる。一方、中央部のひずみをCCDカメラから引張方向の変位を測って3次元画像解析を行った結果、表1のようにヤング率は平均で76kN/mm²となった。(試験は1本の試験体を3回繰り返した結果である。)

表1 ヤング率の算出

回数	断面積 (mm ²)	荷重 (kgf)	ひずみ (%)	ヤング係数 (kgf/mm ²)
1回目	15	73.5	0.065	7530.7
2回目	15	72.0	0.062	7726.1
3回目	15	71.1	0.062	7661.8

(2) 面内せん断実験（正負繰返しせん断加力実験）

面内せん断実験は、膜材料の面内せん断剛性試験に用いられる方法（文献7）に伴う。図5に示すような16cm角の正方形フレーム（角部はヒンジになっている）にアルミ薄板(0.5mm)を固定し、一軸引張試験機を用いて対角方向に加力する。引張速度は0.5mm/minで-1.0mm～+1.0mm（せん断変形角±0.5°）まで3回正負繰返して実験を行う。ここでは、荷重と対角方向変位の他に材料の面外方向変位の有無とその形状を把握するためにレーザー変位計を水平テーブル上で移動しながら走査させている。また、試験機のクロスヘッド変位から荷重-変位関係を求め、その結果からせん断弾性係数を求める。

せん断弾性(G)は式 $G = E / 2(1 + \nu)$ (E:ヤング係数、 ν :ポアソン比)から求められる。たとえば、アルミの場合は、 $G = 70 / 2(1 + 0.33)$ で26.3kN/mm²になる。

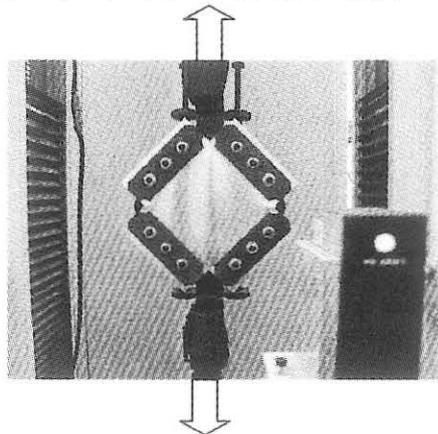


図5 面内せん断実験

3) 結果

図6は、厚さ0.5mmのアルミ薄板について正負繰返しせん断加力試験を行ったときの、荷重-変位関係である。

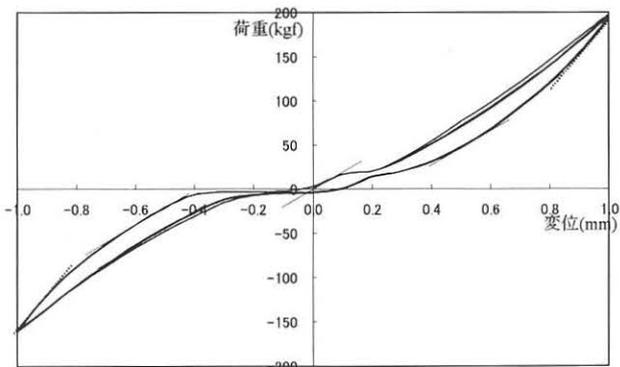


図6 荷重-変位関係（アルミ薄板、面内せん断実験）

図6により試験の結果から1mmを引張ったとき荷重195kgfを1mm圧縮した時は荷重160kgfが得られた。割線勾配からせん断弾性係数を求めると、表2のようになり、ヤング率とせん断弾性係数の比は、 $G/E = 0.49 / 76 \sim 3.38 / 76 = 1 / 142.9 \sim 1 / 22.5$ となる。一方、理論的にはアルミは等方性材料であるから、せん断弾性係数はヤング率の $1 / (2(1 + \nu)) = 1 / 2.66$ 倍である。このように実験から求めたアルミのせん断弾性係数が理論値の26.3kN/mm²に対して表2の結果のように低い数値となる原因としては、アルミ薄板の低い応力レベルから発生するしわ波座屈の影響が考えられる。

表2 面内せん断剛性の算出

	①割線（実線）	②割線（点線）
荷重 ΔP	78.9kgf	77.4kgf
変位 δ	0.395mm	0.224mm
せん断変形角 $\Delta \gamma$	3.49×10^{-3} rad	1.98×10^{-3} rad
せん断弾性係数 G	0.49kN/mm ² 49.9kgf/mm ²	3.38kN/mm ² 344.8kgf/mm ²

図7は試験体中央の面外変形を示したものである。この結果からアルミ薄板は面内の圧縮力に対して変位0.5mmからしわ波状の座屈を生じ、面外方向に変形したせん断張力場となっていることが明らかである。

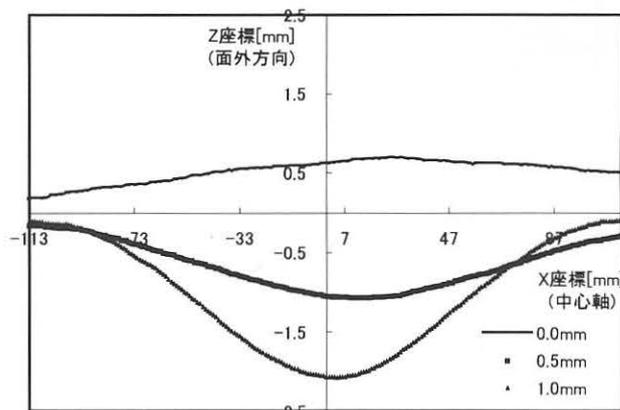


図7 中央の断面形状（アルミ薄板、面内せん断実験）

4. 膜材料A種のせん断変形

1. 実験

(1) 面内せん断実験

面内せん断実験は、図8上に示すような母材から切り取った膜材料に対して、図8下のようにタテ・ヨコ糸両方向に初期張力9.81N/cmを導入し、16cm角の正方形フレーム(角部ピン)に固定する。フレームに対して15°～45°傾斜させた試験体は、膜材料に固定用のボルト孔をあけた後に両糸方向に張力を導入し、フレームに固定する。試験体の種類は表3に示す。取付角度とは図10に示すように四周のフレームと糸方向のなす角を表し、0°は糸の剛性の影響が理想的にゼロになる通常の面内せん断剛性試験に相当する。15°～45°は糸の引張りとせん断の組み合わせ応力となり、45°は糸の引張りの影響が最大になる。引張速度は0.5mm/minで-2.0mm～+2.0mmまで3回正負繰返して実験を行う。これはせん断変形角 $\gamma = \pm 1^\circ$ に相当する。ここでもアルミ薄板の場合と同様に、レーザー変位計を用いて面外方向変位を測定している(図9)。図11-a～11-dに荷重とせん断変形角の関係を示す。

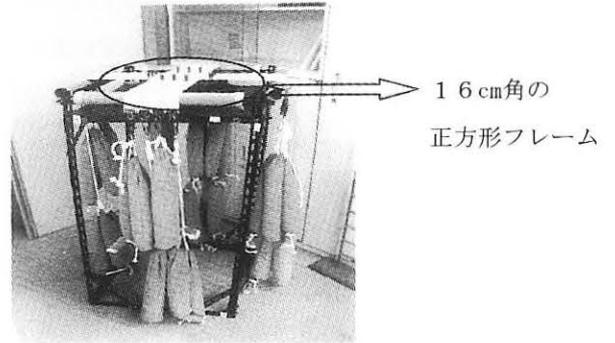


図8 初期張力の導入

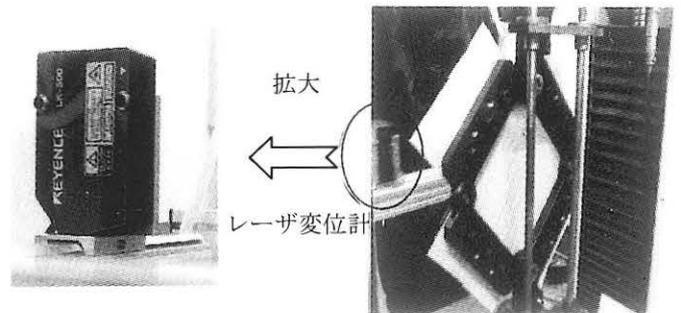


図9 面外方向変位の測定

表3 試験体

実験体	実験本数	材料	取付角度	初期張力
0°	2	膜材料A種	0°	9.81N/cm
15°	2	膜材料A種	15°	9.81N/cm
30°	2	膜材料A種	30°	9.81N/cm
45°	2	膜材料A種	45°	9.81N/cm

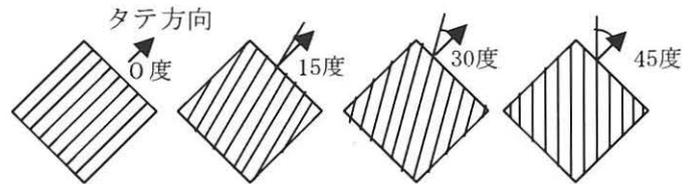
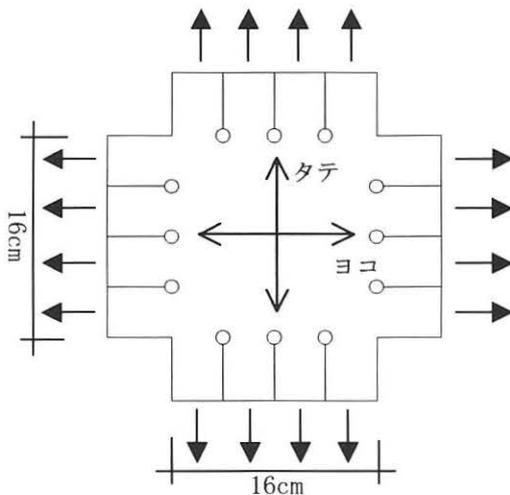


図10 各試験体の取付角度とタテ糸方向の関係

(2) 結果

1) 正負繰返し加力試験の結果



〈実験体モデル及び初期張力導入方向〉

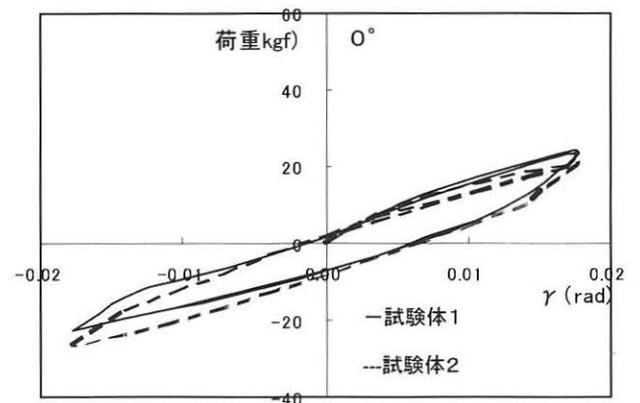


図11-a 0° 実験結果

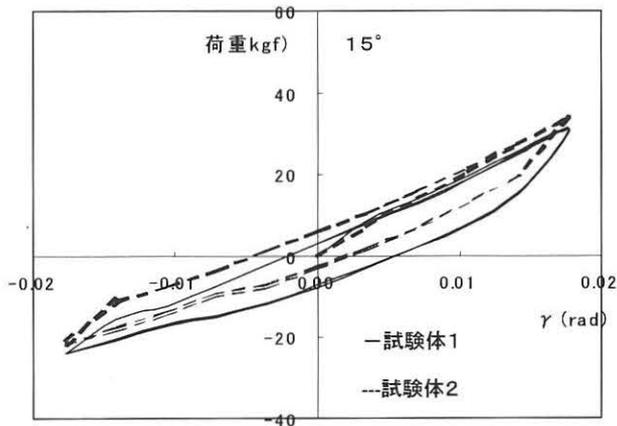


図 1 1 -b 15° 実験結果

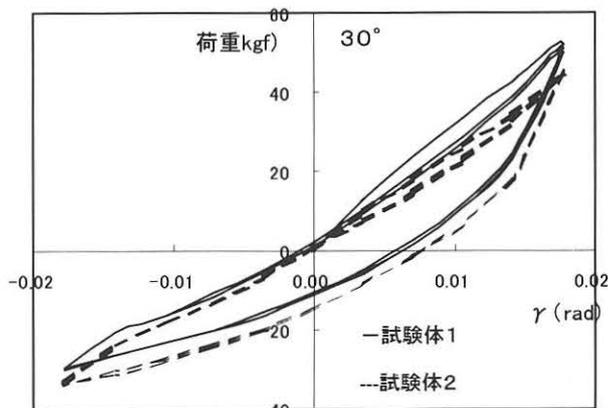


図 1 1 -c 30° 実験結果

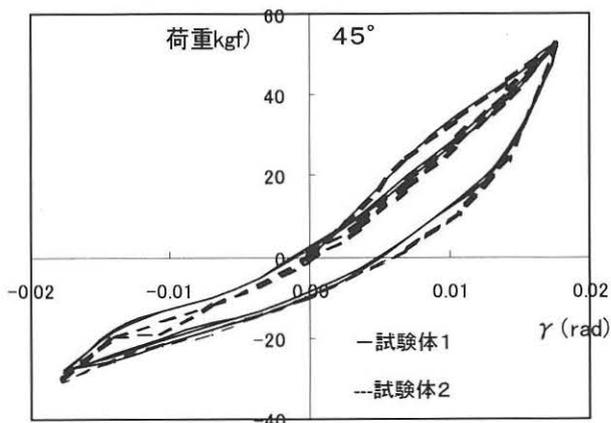


図 1 1 -d 45° 実験結果

以上の図 11-a~11-d の結果から糸方向がせん断加力方向に近づいていくと面内せん断応力状態の 0° より剛性が高くなっているのが分かる。その理由として、15°、30° の場合は糸の引張りとせん断の合わせた応力による影響、45° の場合は糸方向の引張りが最大となり面内せん断剛性の影響が無視しうる程度に小さくなったと考えられる。また、

15° ~ 45° の実験結果から見ると荷重のプラス方向とマイナス方向で荷重の大きさつまり剛性が異なって現れた。これはタテ糸方向とヨコ糸方向の引張剛性の相違による影響と考えられる。表 4 では取付角度 0° の試験体 2 体をそれぞれ 2 回の試験を行い面内せん断剛性を求めた結果を示す。

表 4 面内せん断剛性の算出

回数	荷重 ΔP	変位 δ	せん断変形角 $\Delta \gamma$	せん断剛性 Gt
試験体 1-1 回	46.2kgf	4mm	3.57×10^{-2} rad	5,625kgf/m
試験体 1-2 回	45.0kgf	4mm	3.57×10^{-2} rad	5,483kgf/m
試験体 2-1 回	47.4kgf	4mm	3.57×10^{-2} rad	5,771kgf/m
試験体 2-2 回	46.6kgf	4mm	3.57×10^{-2} rad	5,672kgf/m

2) レーザ変位計による膜面の面外変形測定結果

実験は 0~2mm までを 0.2mm 間隔で測定を行った。図 1 2-a~d ではそのうちチャック間を 0.4、1.0、1.6、2.0mm 変位させたときの面外変位を示している。これらの結果を見ると、最初 0mm の時点でレーザ変位計で測定した結果が水平面になっておらず曲面を示している。これは試験体の取付の際膜面に若干のたわみが生じているためである。また、試験体の両端部の変位がゼロになっていないのもこの理由であり、測定方法の影響である。

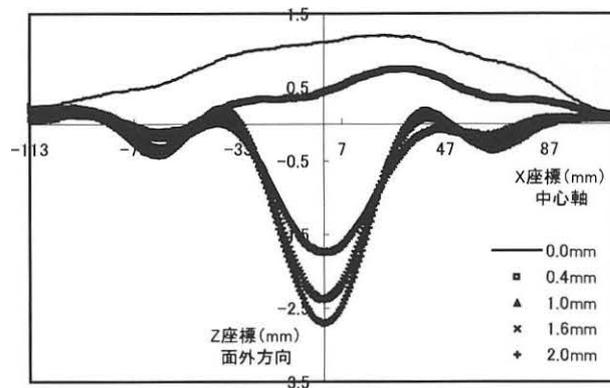


図 1 2 -a 0° 試験体中央部の面外変形

0° の場合、リンクリングは図 1 2-a の結果のように変位 0.4mm からしわ波状のリンクリングの形状が現れてこの図では省略しているが 0.6mm のあたりから対称性がある形状が発生しているのが分かる。

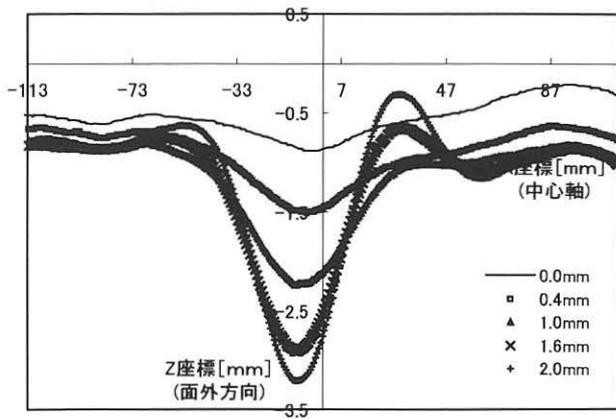


図1 2-b 15° 試験体中央部の面外変形

15° の場合、リンクリングは図1 2-bの結果のように変位0.4mmからしわ波状のリンクリングの形状が現れ始めてそのあたりから形状が大きくなって行くのが分かる。

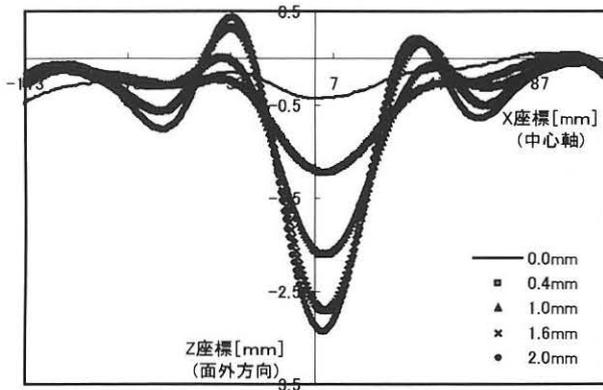


図1 2-c 30° 試験体中央部の面外変形

30° の場合、リンクリングは図1 2-cの結果のようにこの図では省略しているが0.2mmのあたりからしわ波状のリンクリングの形状が現れて0.4mmのあたりからは形状が大きくなって行くのが分かる。

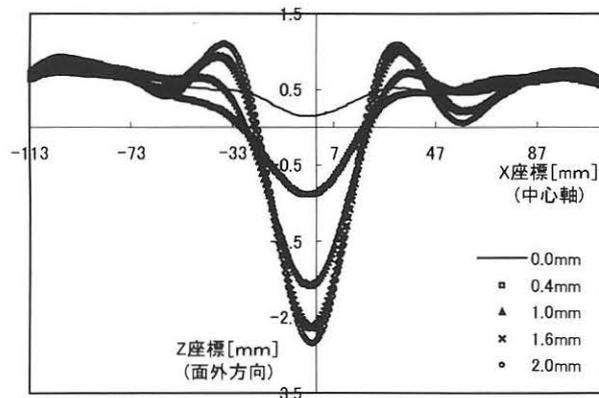


図1 2-d 45° 試験体中央部の面外変形

45° の場合、リンクリングは図1 2-dの結果のようにこの図では省略しているが0.2mmのあたりからしわ波状のリンクリングの形状が現れて0.2mmのあたりからは対称性がある形状が発生しているのが分かる。

これらの結果においてリンクリングは0.2~0.4mmのあたりで現れ始める。糸方向がせん断加力方向に近付くとリンクリングの発生は0° のリンクリング発生より早い所で現れ始めるのが分かる。これは、面内せん断試験の結果で示した理由と同じと思われる。また、しわの本数と形状の関係では0° ~45° についてある程度大きさの違いはあるが本数はほぼ同じと思われる。

2. 解析(応力遷移法による解析と圧縮を考慮した解析)

異方性である膜材料に対して応力遷移法を考慮した解析(非抗圧縮性)と圧縮を考慮した解析(抗圧縮性)をそれぞれ行いその結果と実験から求めた結果を比較・分析し、膜材料に発生するリンクリングは膜材料の剛性にどんな影響を与えるかを明らかにする。解析に使う材料定数(同一膜材料の他のロットに対する2軸引張試験より算出した数値)を表5に示す。せん断剛性は実験から得られた糸方向0° の平均値5638 kgf/mを用いる。解析のモデルは図1 3に示す。

表5 膜材料の弾性定数

糸方向	引張剛性	ポアソン比
タテ	143,000 kgf/m	0.84
ヨコ	97,000 kgf/m	0.57

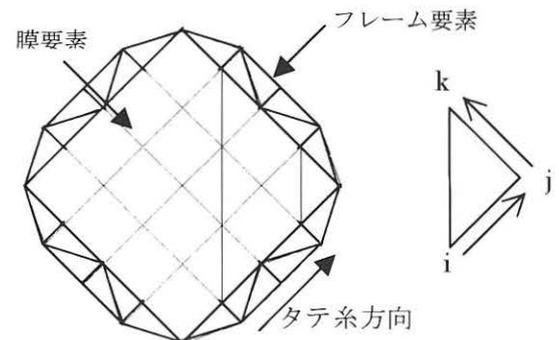


図1 3 糸方向0° 解析モデル

(1) 結果

二つの試験体の実験から求めた結果と応力遷移法を考慮した解析と圧縮を考慮した解析の結果の比較を図14-a~dに示す。

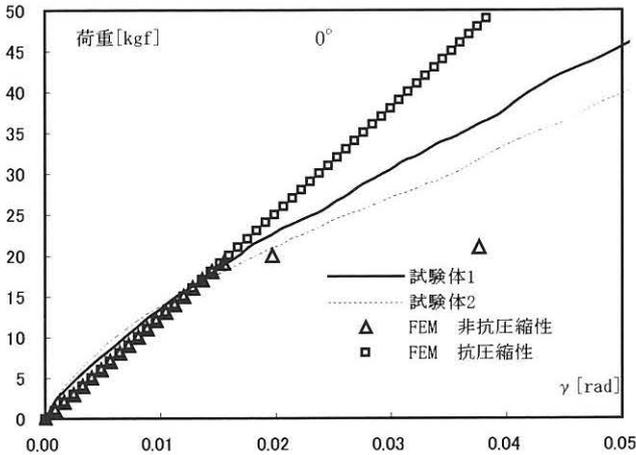


図14-a 0° 実験と解析の比較

図14-aの0°では、リンクリングは解析で18kgfのところでは32要素のうち6要素に発生して20kgfで全要素にリンクリングが発生している。そして、荷重22kgfのところでは全要素の応力は0になりその後、発散する。

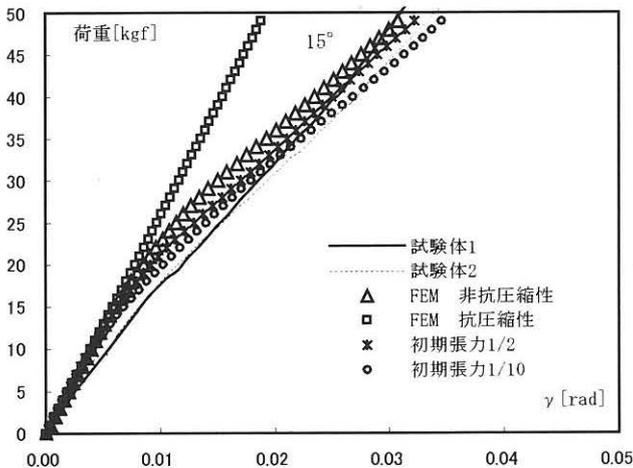


図14-b 15° 実験と解析の比較

図14-bの15°では、リンクリングは解析で13kgfのところでは2要素に発生し、50kgfまでにリンクリングが発生する要素は増加している。そして、荷重13kgfのところでは最初一つの要素の応力が0になりその後荷重の増加と共に応力が0になる要素も増加している。

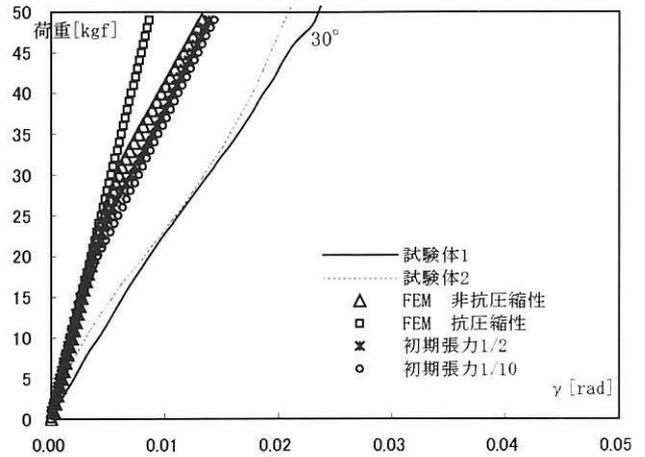


図14-c 30° 実験と解析の比較

図14-cの30°では、リンクリングは解析で17kgfのところでは2要素に発生し、50kgfまでにリンクリングが発生する要素は増加している。そして、荷重19kgfのところでは最初一つの要素の応力は0になりその後荷重の増加と共に応力が0になる要素も増加している。

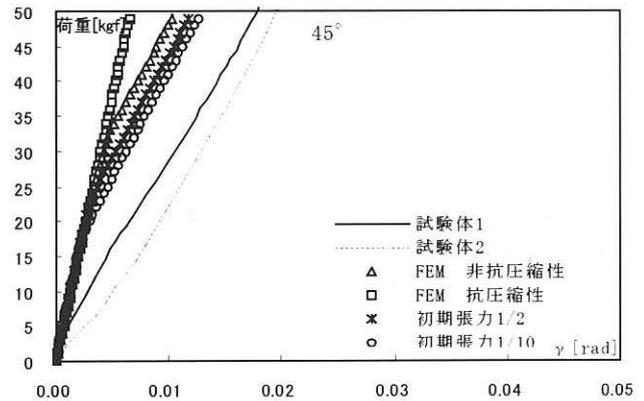


図14-d 45° 実験と解析の比較

図14-dの45°では、リンクリングは解析で24kgfのところでは4要素に発生し、50kgfまでにリンクリングが発生する要素は増加している。そして、荷重28kgfのところでは最初一つの要素の応力が0になりその後荷重の増加と共に応力が0になる要素も増加している。

実験の場合は試験体2体で2回実験を行った結果、糸方向0°の場合(図14-a)はそのばらつきが他より大きいと思われるが、糸方向15°~45°(図14-b~d)の結果によりある程度ばらつきを考慮しても剛性は近い結果になっている。そして、糸方向の変化によって剛性が大きく変化することが

明らかとなった。それは先に述べたように糸方向が変化することで糸方向の引張りとせん断の組み合わせた応力の発生の影響で全体の剛性も大きくなると考えられる。しかし、図14-a~dまでのグラフの結果より応力遷移法を用いて非抗圧縮性を考慮した解析結果、 0° の場合は要素の一部にリンクリングが発生し始めた時点から剛性は低下し始め、全要素にリンクリングが発生すると剛性は0になっている。 $15^\circ \sim 45^\circ$ の場合はそれぞれ13kgf、17kgf、24kgfのところリンクリングが発生し始めリンクリングが発生する要素が増加し、応力が0になっても 0° のような剛性の低下は見られない。実験の結果と比較して見ると 15° の場合は初期剛性が実験とほぼ同じに思われる。リンクリングが発生するまでは解析の方が実験より剛性は高いが、リンクリングの発生後は再び同じ剛性を持つと思われる。初期張力をより小さい値で解析するのは最小初期張力を導入するときに $15^\circ \sim 45^\circ$ の場合は角度を与えることで 0° の場合のように取った孔の位置により正しく糸方向に初期張力の導入ができず小さい張力が導入された可能性がある。そこで、初期張力を小さくするとさらに早いところでリンクリングが現れて共に剛性も早いところから同じになると見られる。 30° と 45° の場合も 15° のような剛性変化を見せて初期張力が1/10の場合、 30° は3kgfのところリンクリングが現れ始め剛性は元の1/2のところ剛性が実験と同じようになっていると思われる。 45° も 30° のような結果を表している。このように 0° と比べて $15^\circ \sim 45^\circ$ の剛性が後に低下するのはタテ糸方向とせん断加力方向が近づくことで $15^\circ \sim 45^\circ$ の場合は糸の引張りによる影響が大きくなるためと思われる。試験の場合は解析でリンクリングが現れた時点より早い所でしわ形状の面外変形リンクリングが発生するが剛性は解析でのリンクリングの発生ところまでは解析より小さい。そして、圧縮を考慮した解析の結果は応力遷移法による解析のリンクリング発生した以後でも剛性が低下せず保持している。

5. まとめ

本研究では、膜材料の糸方向と加力方向を4通りに変えたせん断変形実験を行い、これを応力遷移法を用いた解析と比較することによって、リンクリング発生と膜材料の剛性変化との関係の検討を行った。

その結果、アルミ薄板を用いたせん断変形実験では面内の圧縮力に対してしわ波状の座屈を生じ、面外方向に変形したせん断張力場となっていることが明らかになった。一方、異方性材料である膜材料を用いた面内せん断変形実験では、 0° の場合は 0.02 rad 前後の $17 \sim 20\text{ kgf}$ 以降に顕著に剛性が低下している。そして、膜面のしわ波は 0.0053 rad のあたりでの 0.6 mm から発生しているので 0° の場合はしわ波発生と剛性低下が同時に生じていないのが分かる。 $15^\circ \sim 45^\circ$ の場合は剛性の変化はほとんどないが膜面のしわ波は発生している。その理由として面内せん断応力状態の 0° に比べて $15^\circ \sim 45^\circ$ の場合は面内せん断と糸の引張りの組合せ応力の状態であり、特に 45° の場合は面内せん断剛性の影響は無視しうる程度に小さくなり引張りが最大になった結果であると思われる。

[参考文献]

- 1) 西村敏雄、登坂宣好、本間俊雄：有限要素法による平面張力場解析(剛性変化法と応力遷移法を用いた一解析手法)、日本建築学会構造系論文報告集、第376号、1987
- 2) 宮村倫司、半谷裕彦：面内振りを受ける直交異方性円形張力膜のしわ発生時の応力測定、日本膜構造協会、1995
- 3) 呂品琦：単軸引張りを受ける膜材のしわ発生及びその性状に関する実験的研究、2001
- 4) O. C. Zienkiewicz, S. Valliappan, I. P. King: "Stress Analysis of Rock as a No Tension Material", Geotechnique 18:56 1966
- 5) M. Stein and J. H. Hedgepeth: Analysis of Partly Wrinkled Membrane, NASA TN D-813, 1961. 7
- 6) 石井一夫：膜構造の応力・変形解析概説、膜構造研究論文集 日本膜構造協会、1990
- 7) (社) 日本膜構造協会：膜材料面内剪断剛性試験方法(MSAJ/M-01-1993)、1993
- 8) 石井一夫：膜構造の形状解析概説、膜構造研究論文集 日本膜構造協会、1989
- 9) 石井一夫：膜構造用膜材料概説、膜構造研究論文集 日本膜構造協会、1990
- 10) 日野吉彦、石井一夫：膜構造解析における材料非線形性の評価、膜構造研究論文集 日本膜構造協会、1994
- 11) Masuji Uemura, Kazumasa Moriya: An analysis of the tension field after wrinkling in flat membrane structures, IAASS-Tokyo, 1971
- 12) 鈴木敏郎、小河利行、元結正次郎、末岡利之：膜構造におけるしわ波発生現象に関する一考察、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、第12巻(昭和63年)

Generation of wrinkle by which shearing transformation of
membrane material is accompanied and research on rigidity change

Heekyun Kim*¹

Masaya Kawabata*²

SYNOPSIS

The membrane material which is an unisometric material is thought to be anti-non-compression. If compression acts, the wrinkling (Phenomenon of wrinkled buckling) is caused.

In this paper, the shearing experiment of the membrane material is done, the influence which the generation of the wrinkling gives to the change in the rigidity is examined, and the relation between the wrinkling and the rigidity is clarified. Moreover, analyses by the stress transfer method to evaluate the wrinkling generation and the validity of an analytical technique is examined.

*1 Student of Master Course, Yokohama National University

*2 Associate professor, Dr-Eng, Yokohama National University