

滑り交点を有する複合ケーブル構造の構造特性に関する研究

—複合ケーブル構造の滑り交点解析法について—

森山 史朗*
河端 昌也**

梗概

複合ケーブル構造のケーブルドームは、各ポスト上に滑り交点を有している。この滑り交点は、構造を可動させるための機能として設けられているが、特定の部材への応力集中を緩和し、分散させる効果を持たせることも可能と考えられる。このような滑り交点を有するものは、ケーブルドーム以外に例が見られない。本研究では、滑り交点を有する複合ケーブル構造の構造特性を明らかにするとともに、他の構造形式への適用を検討する。今回はその端緒として、複合ケーブル構造の滑り交点解析法について検討を行った。

1. はじめに

引張力のみを負担する連続したケーブル材と、分散配置した圧縮材を複合使用することによって、立体的に剛な架構を作り出そうとするものを、ここでは「複合ケーブル構造」と呼ぶことにする。

複合ケーブル構造を代表する構造形式として、デイビッド・ガイガーが考案したケーブルドームがある。これは、バックミンスター・フラーのテンセグリティ構造を基本原理として確立した構造システムである。ポスト上端部にケーブルが自由に滑ることのできるサドル(滑り交点)が存在し、ポスト下端からコンプレッションリングまで一本の連続したケーブル部材(滑りケーブル)になっている。そのため、張力制御を行いながらブルアップすることができる(図1)。これにより、地上または吊り下げ位置で大部分が安全作業で組み立てることができ、また大掛かりな仮設工事が不要となっている。

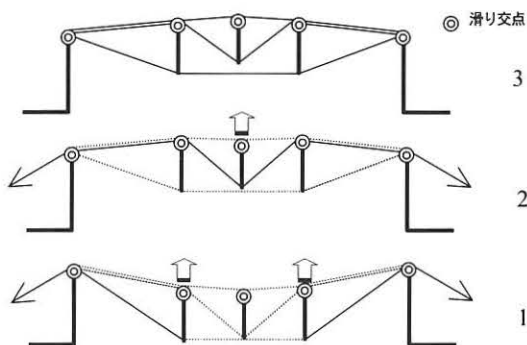


図1: ケーブルドームの施工過程

空間構造では、力の流れと部材配置が密接に関係しているものが多いが、このような構造は、剛性が高いほど構造特性が優れているとは一概に言うことはできず、剛性が高くなれば発生応力が大きくなり、剛性と応力とのイタチごっこになる場合がある。このような場合には、滑り交点を採用することで、架構全体に柔軟性と発生応力低減の働きを与えることができるのではないかとと思われる。このような滑り交点は、開閉式屋根等の駆動装置を除けば、ケーブルドーム以外で構造部材として積極的に採用した例はみられないが、他の複合ケーブル構造においても応用できるのではないかとと思われる。以上のような観点から、滑り交点を有する新しい構造システムの可能性について検討する。本論文はその端緒として、複合ケーブル構造の滑り交点解析法について検討した。

2. ケーブルの滑りを考慮した既往研究について

これまでに行われた、ケーブルの滑りを考慮した既往の研究について以下に示す。

ケーブルネット構造を対象に扱った例として、真柄^{[1][2]}と坪田^[3]の研究がある。真柄はケーブル張力を既知としてケーブルどうしの滑りを考慮した解析手法を提案、それに対し坪田はケーブルの無張力長を既知とした問題に拡張した。

膜構造に関しては、本研究で取りあげている滑り交点と類似した性質である、押えケーブルが膜面上を滑る現象があり、坪田^[4]、石井^[5]、境^[6]、石田^[7]、鍾^[8]の研究がある。

複合ケーブル構造の滑り交点解析法に関する研究は、高^[9]が提案している。その内容は、滑り交点を固定交点とみなして行う応力変形解析

* 横浜国立大学大学院工学府社会空間システム学専攻 大学院生

** 横浜国立大学大学院工学府社会空間システム学専攻 助教授 博士(工学)

法である。具体的に説明すると、例えば図2のような滑りケーブルを考えた場合、節点を固定とみなして解析すると滑りケーブルは等張力とならない。ケーブルが滑る場合には、ケーブル張力は全長にわたって一定値に保たれるから、固定交点で解析後、ケーブルだけに注目し、その節点座標を変えることなく部材張力のみを等張力にする。節点を変えることなく各々の部材張力のみを変化させるので、各節点にはそれぞれ不釣り合い力が発生する。そのため、代入した張力 N^* を初期張力とみなして、もう一度固定交点解析を行い各節点の不釣り合い力を解消する。これを繰り返すことにより、滑りケーブルを等張力に収斂させる。この手法は既存の固定交点解析法を利用できるが、繰り返し作業に多くの時間を要するという問題点がある。

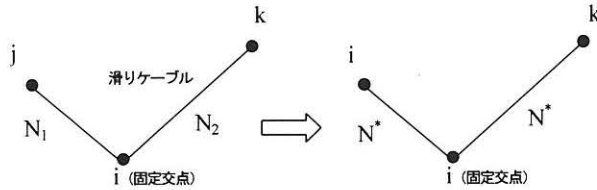


図2:従来の複合ケーブル構造の滑り交点解析法

そこで本論文では、真柄^{[1][2]}のケーブルネット構造の手法と同じようにポテンシャルエネルギー最小の原理に基づいて、ポテンシャル関数の停留条件として釣り合式を導くと同時に、節点は固定ではなく常時滑り交点とみなし、滑りケーブルの張力は直ちに等張力にすることができる手法を検討した。また、張力導入時と外荷重作用時の二つの滑り交点解析法について検討を行った。まず、張力導入時における解析法について説明する。

3. 張力導入解析

3.1 釣り合式の誘導

張力導入解析は、滑りケーブルに指定張力を導入することで形成される釣り合形状を求めるための解析である。

滑り交点を有する複合ケーブル構造の例として、図3のような系を考える。部材両端の交点が固定されている部材1-4、部材3-4の固定ケーブルと、部材2-4のポストと、滑り交点を通してジャッキ等に結びつけられて指定された張力 N_a^0 で緊張される部材1-2-3の滑りケーブルとで構成されている。

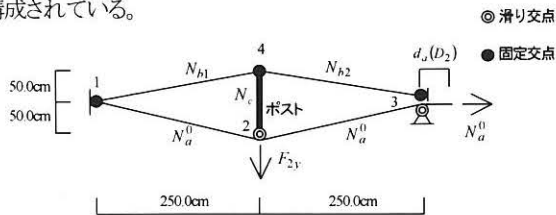


図3:張力導入解析用モデル

上図において仮定した形状から出発して節点2および節点4の座標を変化させると、節点荷重 F_{2y} のポテンシャルが変化するほかに、各部材の全長が変化する。この全長の変化によって固定ケーブルおよびポストにはひずみが生じ、一方滑りケーブルでは、全長変化が抜出し長さとなって現れ、指定張力 N_{a0} が仕事をする。

以上のことを考慮して、系のポテンシャルエネルギーを書き表すと次式のようになる。

$$\Pi_1 = \sum_{i=1}^f F_i D_i + \sum_{a=1}^m N_a^0 d_a(D_i) + \sum_{b=1}^l \left\{ N_b \delta_b(D_i) - \frac{C_b}{2E_b A_b} N_b^2 \right\} + \sum_{c=1}^h \left\{ N_c \delta_c(D_i) - \frac{C_c}{2E_c A_c} N_c^2 \right\} = 0 \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, f$$

$$F_i = \{F_{ix}, F_{iy}, F_{iz}\}^T \quad (2)$$

$$D_i = \{u_i, v_i, w_i\}^T \quad (3)$$

ここで

F_i : 節点 i における節点荷重ベクトル

D_i : 節点 i における節点変位ベクトル

u_i, v_i, w_i : 節点変位

N_a^0 : 滑りケーブルの指定張力

N_b : 固定ケーブルの発生張力 N_c : ポストの発生応力

C_b : 固定ケーブルの初期長さ C_c : ポストの初期長さ

d_a : 滑りケーブルの抜出し長さ

δ_b : 固定ケーブルの全長変化量 δ_c : ポストの全長変化量

E : ヤング率 A : 断面積

f : 節点自由度数

m : 滑りケーブルの本数 l : 固定ケーブルの本数 h : ポストの本数

滑り交点を有する複合ケーブル構造の節点荷重に対する全ポテンシャルエネルギーは、連続体における Hellinger-Reissner の原理にならない、ひずみエネルギーは補エネルギーを使って表現する。第一項は節点荷重のなす仕事、第二項は滑りケーブルのなす仕事、第三項以下の括弧内は固定ケーブルおよびポストのひずみエネルギーを表すが、括弧内の第一項は部材応力のなす仕事であり、第二項は補エネルギーである。ポテンシャル関数の停留条件を立てると、以下の式のようになる。

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial D_i} = \sum_{j=1}^f F_j + \sum_{a=1}^m N_a^0 \frac{\partial d_a}{\partial D_i} + \sum_{b=1}^l N_b \frac{\partial \delta_b}{\partial D_i} + \sum_{c=1}^h N_c \frac{\partial \delta_c}{\partial D_i} = 0 \quad (4)$$

これは各節点における釣り合式を表している。これを、変位 D を未知数とする変位法により解く。

4. 応力変形解析

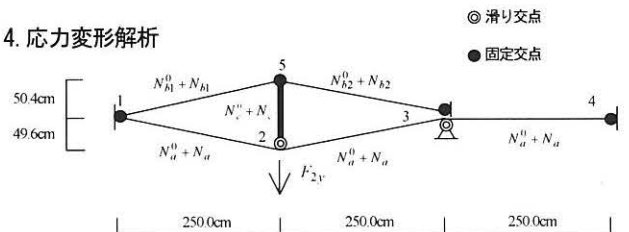


図4:応力変形解析用モデル

4.1 釣合式の誘導

応力変形解析では、図 4 のような滑りケーブルの端部が固定された構成を持つ系を考える。

応力変形解析における全ポテンシャルエネルギーは、次の関数で表される。

$$\begin{aligned} \Pi_{II} = & \sum_{i=1}^f F_i D_i + \sum_{a=1}^m \left\{ (N_a^0 + N_a) \delta_a(D_i) - \frac{C_a}{2E_a A_a} N_a^2 \right\} \\ & + \sum_{b=1}^l \left\{ (N_b^0 + N_b) \delta_b(D_i) - \frac{C_b}{2E_b A_b} N_b^2 \right\} \\ & + \sum_{c=1}^h \left\{ (N_c^0 + N_c) \delta_c(D_i) - \frac{C_c}{2E_c A_c} N_c^2 \right\} = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$i = 1, 2, \dots, f$

ここで

N_b^0 : 固定ケーブルの初期張力
 N_c^0 : ポストの初期応力
 N_a : 滑りケーブルの発生張力
 C_a : 滑りケーブルの初期長さ
 δ_a : 滑りケーブルの全長変化量

前節と同じように、停留条件を立てると各節点における釣合式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_{II}}{\partial D_i} = & \sum_{i=1}^f F_i + \sum_{a=1}^m (N_a^0 + N_a) \frac{\partial \delta_a}{\partial D_i} + \sum_{b=1}^l (N_b^0 + N_b) \frac{\partial \delta_b}{\partial D_i} \\ & + \sum_{c=1}^h (N_c^0 + N_c) \frac{\partial \delta_c}{\partial D_i} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

張力導入解析と同様、変位 D を未知数とする変位法により解く。

4.2 滑りケーブルの要素剛性マトリックスについて

応力変形解析における滑りケーブルの要素剛性マトリックスの一般化について述べる。その他の部材(固定ケーブルおよびポスト)の要素剛性マトリックスの一般化については、石井^[5]によるケーブルネットの要素剛性マトリックスと同様である。

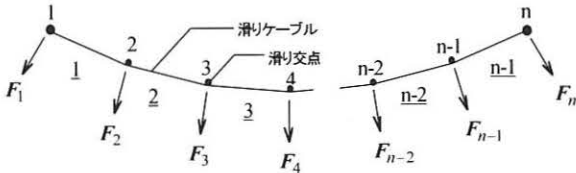


図5: 滑りケーブル

滑り交点での摩擦を考慮しない場合には、節点荷重 F は法線方向荷重となるが、図 5 に示すように一本の滑りケーブルについて注目すると、式 (6) の節点 i における釣合式は次のように書き表される。

$$A^{(i)} = F_i - (N^0 + N) \left\{ \frac{(X_{i-1} - X_i) + (D_{i-1} - D_i)}{L_{i-1,i}} - \frac{(X_i - X_{i+1}) + (D_i - D_{i+1})}{L_{i,i+1}} \right\} = 0 \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

$$X_i = \{x_i, y_i, z_i\}^T \quad (8)$$

ここで

X_i : 節点 i における座標ベクトル
 x_i, y_i, z_i : 初期形状の節点座標
 $L_{i,i+1}$: 節点 $i \sim i+1$ 間の変形後長さ
 N^0 : ケーブル初期張力
 N : 変形後のケーブル発生張力
 n : 節点数

滑りケーブルの全長変化量 δ は次のように表す。

$$\delta = L_{1n} - C_{1n} \quad (9)$$

$$L_{1n} = \sum_{i=1}^{n-1} L_{i,i+1} = \sum_{i=1}^{n-1} |(X_i - X_{i+1}) + (D_i - D_{i+1})| \quad (10)$$

$$C_{1n} = \sum_{i=1}^{n-1} |(X_i - X_{i+1})| \quad (11)$$

ここで

L_{1n} : 節点 1 ~ n 間の変形後長さ
 C_{1n} : 節点 1 ~ n 間の初期長さ

また、滑りケーブルの変形後の発生張力 N は、次のように表す。

$$N = \frac{\delta}{C_{1n}} EA \quad (12)$$

式 (7) の釣合式をテーラー展開し、マトリックス表示すると次のような形で表される。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial A^{(1)}}{\partial D_1} \right] & \sim \left[\frac{\partial A^{(1)}}{\partial D_n} \right] \left[\Delta D_1 \right] + \left[A^{(1)} \right] \\ & \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \left[\frac{\partial A^{(n)}}{\partial D_1} \right] & \sim \left[\frac{\partial A^{(n)}}{\partial D_n} \right] \left[\Delta D_n \right] + \left[A^{(n)} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

この偏微分マトリックスは、滑りケーブル1本の要素剛性マトリックスを表している。

5. 解析例

5.1 張力導入解析

図3に示す簡易な二次元モデルを用いた場合の解析例について説明する。ここでは簡略化するためポストは剛体と仮定した。

ポテンシャル関数の停留条件は次のようになる。このモデルの場合、節点2における釣合式のみを立てればよい。

$$A^{(2)} = F_2 + N_a^0 \frac{\partial d_a(D_2)}{\partial D_2} + N_{b1} \frac{\partial \delta_{b1}(D_2)}{\partial D_2} + N_{b2} \frac{\partial \delta_{b2}(D_2)}{\partial D_2} = 0 \quad (14)$$

これをテラー展開し剛性マトリックスを作成する。ただし、ケーブル断面積 A は 9.7 cm^2 、ヤング率 E は $1.6 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2$ 、固定ケーブル初期張力 N_b^0 は0、滑りケーブルの指定張力 N_a^0 は 53.9 kN とした。また、系全体の自重は節点2において鉛直下向きに $F_{2y} = 0.9 \text{ kN}$ を作用させた。

[解析結果]

固定ケーブル発生張力: $N_{b1} = 51.0 \text{ kN}$ $N_{b2} = 51.0 \text{ kN}$

節点2 または節点4のX方向変位: $u = 0.0 \text{ cm}$

節点2 または節点4のY方向変位: $v = 0.4 \text{ cm}$

滑りケーブルの拔出し長さ: $d_a = 0.2 \text{ cm}$

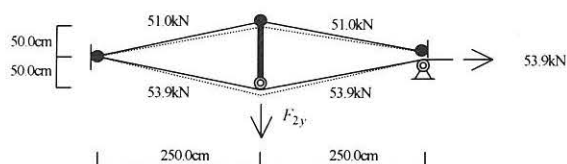


図6: 張力導入後の様子 (点線: 初期形状)

5.2 応力変形解析

先の張力導入解析により釣合形状が求められた図4に示すモデルを用いて解析を行った。この解析の場合も、ポストは剛体と仮定した。

ポテンシャル関数の停留条件は次のようになる。この場合も節点2における釣合式のみを立てればよい。

$$A^{(2)} = F_2 + (N_a^0 + N_a) \frac{\partial d_a(D_2)}{\partial D_2} + (N_{b1}^0 + N_{b1}) \frac{\partial \delta_{b1}(D_2)}{\partial D_2} + (N_{b2}^0 + N_{b2}) \frac{\partial \delta_{b2}(D_2)}{\partial D_2} = 0 \quad (15)$$

これをテラー展開し剛性マトリックスを作成する。ここで、ケーブル断面積 A は 9.7 cm^2 、ヤング率 E は $1.6 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2$ 、節点荷重 F_{2y} は 19.6 kN 、固定ケーブル初期張力 N_b^0 は 51.0 kN 、滑りケーブルの初期張力 N_a^0 は 53.9 kN とした。

[解析結果]

固定ケーブル張力: $N_{b1}^0 + N_{b1} = 22.6 \text{ kN}$ $N_{b2}^0 + N_{b2} = 22.6 \text{ kN}$

滑りケーブル張力: $N_a^0 + N_a = 72.6 \text{ kN}$

節点2のまたは節点5のX方向変位: $u = 0.0 \text{ cm}$

節点2のまたは節点5のY方向変位: $v = -0.2 \text{ cm}$

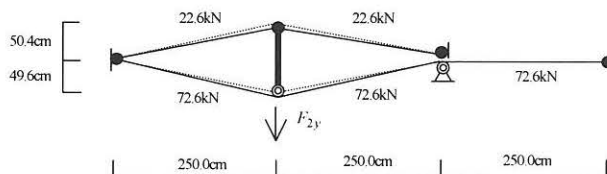


図7: 変形後の様子 (点線: 初期形状)

6. むすび

本論文では、複合ケーブル構造の滑り交点解析法の検討を行った。得られた成果を下記に示す。

- ①滑り交点を有する複合ケーブル構造の張力導入時における解析法を検討し、実際の施工過程と同様にして釣合形状を算出できることが確認できた。
- ②応力変形解析においては、節点を固定ではなく、常時滑り交点とみなし、外荷重による節点座標の変化に応じて、滑りケーブルを等張力に確保できることが確認できた。

今後は、本論文で検討した滑り交点解析法を用いて、滑り交点を有する複合ケーブル構造の構造特性を明らかにするとともに、他の構造形式への適用可能性の検討を行う。

参考文献

- [1] 真柄栄毅、国田二郎、川股重也: 混合法によるケーブルネットの解析その(1) 不安定架構の性質およびリンク機構の解析、日本建築学会論文報告集第218号、pp.37-47、1974年
- [2] 真柄栄毅、国田二郎、川股重也: 混合法によるケーブルネットの解析その(2) 幾何学的非線形問題の厳密解、日本建築学会論文報告集第220号、pp.35-45、1974年
- [3] 坪田張二、相澤恂: ケーブル・ネット構造物の施工時解析(その1、ケーブル張力導入解析)、日本建築学会論文報告集第253号、pp.59-67、1977年
- [4] 坪田張二、吉田新、黒川泰嗣: 裁断面をもとにした膜構造物の実初期つり合い状態の解析、日本建築学会構造系論文報告集第373号、pp.101-109、1987年
- [5] 石井一夫: ケーブル構造・ケーブル補強膜構造の解析概説、膜構造研究論文集'93、pp.87-116、1993
- [6] 境治彦、橋英三郎: 折れ曲がり要素を用いたケーブル補強膜構造の解析に関する研究、膜構造研究論文集'95、pp.1-8、1995年
- [7] 石田雅利、坪田張二、瀬戸裕、日下彰宏: ケーブルとの滑りを考慮した膜構造物の釣り合い状態解析、日本建築学会構造系論文報告集第526号、pp.77-84、1999年
- [8] 鍾国強、河野義裕: ALE 有限要素法概念に基づくケーブル補強膜構造におけるケーブル接触-滑り解析法の応用性に関する検討、日本建築学会大会学術講演梗概集、pp.1057-1058、1999年
- [9] 高重伯、藤井淳一: 複合CABLE構造の数値解析法に関する研究-固定交点解析と滑り交点解析の比較-、膜構造研究論文集'89、pp.31-40、1989年

RESEARCH ON STRUCTURAL CHARACTERISTICS OF HYBRID CABLE STRUCTURES WITH SLIDING NODE

-Sliding Node Analysis of Hybrid Cable Structures-

Fumio Moriyama^{*)}

Masaya Kawabata^{**)}

SYNOPSIS

Cable Dome, which is one of Hybrid Cable Structures, has Sliding Node on each Post. This Sliding Node has been installed for structural mobility. However, it can be considered that it is also possible to ease the stress concentration on specific members, and to provide the distributed effect. There are no examples that have such Sliding Node except Cable Dome currently. The purpose of this research is to clarify structural characteristics of Hybrid Cable Structures with Sliding Node, and to examine whether Sliding Node can be applied to the other structural form. This thesis mainly examined Sliding Node Analysis of Hybrid Cable Structures.

^{*)} Graduate Student, Department of Architecture and Building Science, Graduate School of Engineering, Yokohama National University

^{**)} Dr.-Eng. Associate Prof., Department of Architecture and Building Science, Faculty of Engineering, Yokohama National University