

円形張力膜のリンクル現象に関する幾何学的非線形解析

岩佐 貴史*
名取 通弘**
野口 裕久***
樋口 健****

梗概

膜構造のリンクル現象を定量的に評価するために幾何学的非線形解析を行なった。円形張力膜を対象とし、中央に設置された回転軸を反時計周りに回転させた際に発生するリンクル現象を有限要素法により解析した。本論文では、リンクル解析に適する要素アスペクト比および解析ステップ比の上限値を示し、MITCシェル要素の形状関数の違いがリンクル解析に与える影響について報告する。さらに、リンクル現象の載荷経路依存性について定量的に評価する。

記号の説明

M :	モーメント
T :	初期張力(等方応力)
G :	せん断弾性係数
t :	膜厚
a :	回転軸半径
b :	円形膜半径
d :	強制変位量
ϕ :	強制回転角
R :	円形膜半径方向の断面長($b - a$)
σ_2 :	最小主応力
r :	極座標の r 成分
θ :	極座標の θ 成分
l_c :	円周方向の要素幅
l_r :	半径方向の要素幅
h_c :	円周方向要素アスペクト比(l_c/t)
h_r :	半径方向要素アスペクト比(l_r/t)
δ :	解析ステップ幅(回転軸外周上での接線方向強制変位量)
δ_s :	解析ステップ比(δ/l_c)
w :	面外変位

1. はじめに

膜は曲げ剛性が非常に小さい構造材料である。そのため、膜面に圧縮応力が作用すると、その表面にはリンクル(しわ)が発生する。膜面に発生したリンクルは膜構造の力学特性を変化させ、運用性能を悪化させる。したがって、リンクルを有する膜面の力学特性を解明することは膜構造物を実現していく上で重要である。

膜面に圧縮応力が作用した際に生じるリンクル現象は分岐座屈現象である。このため、リンクル現象を解析的に検討するためには幾何学的非線形問題を解かなくてはならない。しかし、リンクルのような幾何学的非線形問題を有限要素法により解析をすると、次に示す問題点が生じる。まず、解析結果は要素数に依存する。特に、リンクルの発生本数は膜厚が小さくなる程増加するため、正しい解(変形モード)を得るための要素数は増大する。また、リンクルの発生メカニズムは分岐座屈によるため、解析結果は解析ステップ数にも影響される。さらに、通常のシェル要素では膜厚が小さくなるとshear lockingが発生し、解析結果は実際の解よりも硬くなる。加えて、リンクルは幾何学的非線形性が非常に強く、解析時における解の不安定性および精度の悪化が懸念される。

このような点から、従来のリンクルに関する研究は張力場理論によるものが多い^{1~9)}。張力場理論は面外現象であるリンクルを応力場で

* 東京大学大学院工学系研究科 大学院生・工修
** 文部科学省宇宙科学研究所 教授・工博
*** 慶応義塾大学理工学部 教授・工博
**** 文部科学省宇宙科学研究所 助教授・工博

定義し、面内問題として取り扱う。したがって、張力場理論では上述したshear lockingによる解の精度の悪化、分岐座屈による解の不安定現象および変形モードを再現するのに必要な要素数の増大といった問題は生じない。しかし、張力場理論により得られる解はリンクルの発生領域とその方向といった定性的なものでしかない。このため、張力場理論ではリンクル現象を定量的に評価することはできない。

現在、分岐座屈理論によりリンクルを研究した論文は少ない^{10~12)}したがって、リンクルの定量的な評価は十分にされていない。特に、従来の分岐座屈理論を用いた論文は、一定载荷後のリンクル形状およびその応力状態の再現に着目した論文が多く、载荷経路がリンクル現象に与える影響を評価した論文はない。リンクルは非線形性が非常に強く、その形状は载荷経路に依存することが予想される。载荷経路に依存するリンクルの性質を定量的に評価することは、非線形性の強いリンクルの発生メカニズムを明確にするためにも重要である。

本研究では、リンクル現象を定量的に評価するために幾何学的非線形解析(疑似分岐座屈解析)を行なった。円形膜中央に設置された回転軸を反時計回りに回転させた際に生じるリンクル現象^{1,2,10)}を有限要素法により解析する。解析で用いたシェル要素はMITCシェル要素^{13~17)}である。また、解の収束性および精度の向上を図るため、接線剛性マトリックスを計算する際に有限回転増分を考慮した解析¹⁸⁾を行なっている。本論文では始めに、要素数、解析ステップ数および初期不整量が解析結果に与える影響について検討し、リンクル解析に必要な要素アスペクト比と解析ステップ比について報告する。次に、4節点シェル要素と9節点シェル要素を用いて解析を行ない、形状関数の次数の違いがリンクル解析に与える影響について示す。最後に、異なる2つの载荷経路を用いてリンクル解析を行ない、载荷経路がリンクル現象に与える影響について報告する。

2. 解析概要

(1) 解析モデル

図1に解析モデルを示す。本研究では円形膜中央に設置した回転軸を反時計回りに回転させた際に発生するリンクル現象を対象とした。回転軸半径は $a = 50\text{mm}$ 、円形膜半径は $b = 300\text{mm}$ である。膜材はポリエステルフィルムとした。材料特性は線形性を仮定した。表1に解析パラメータを示す。パラメータの数値としては、従来の研究^{10,12)}でよく扱われた範囲の数値を用いている。载荷は、円形膜外周上に半径外向き方向へ強制変位($d = 108\mu\text{m}$)を与えて一様張力を導入する場合と円形膜中央の回転軸を反時計回りに約1度回転させてねじり力を導入する場合の2ケースとした。この時、回転軸の強制回転は回転軸外周上の全節点に接線方向の強制変位(δ)を与えて近似的に導入している。そして、この2ケースの载荷を段階的に行なう場合(载荷経路1)と同時に進める場合(载荷経路2)に分け、リンクル解析を行なった。表2に载荷経路の詳細を示す。なお、载荷経路1において一様張力導入時の境界条件は回転軸と膜面を完全固定とし、ねじり力導入時の境界条件は円形膜外周上の全節点を完全固定とした。

(2) 有限要素解析

円形膜に発生するリンクル現象を定量的に評価するために疑似分岐座屈解析を行なった。図2に解析メッシュ図を示す。同図は要素数3120の場合である。要素分割は半径および円周方向ともに等分割とした。初期不整量は正規乱数とし、その大きさを膜厚の1/10~1/100程度にし

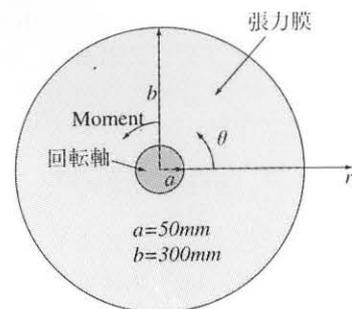


図1 解析モデル

表1 解析パラメータ

膜材	ポリエステル	
ヤング率	5723	[MPa]
ポアソン比	0.267	
円形膜半径	300	[mm]
回転軸半径	50	[mm]
強制変位量	108	[μm]
強制回転角	1.145	[度]

表2 载荷経路の詳細

载荷経路	詳細	備考
载荷経路1	一様張力導入後ねじり力を導入	段階载荷
载荷経路2	一様張力、ねじり力を同時導入	同時载荷

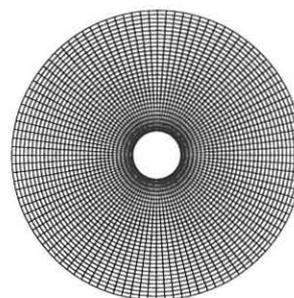


図2 解析メッシュ図

て全節点の面外成分に与えた。なお、正規乱数の導出には混合型合同法¹⁹⁾を用い、異なる4パターン(初期不整量(pattern: m1, m2, m3, m4))について検討した。このうち、パターンm4はその大きさを膜厚と同じ程度にした。また、円周方向に対して正弦波形状(波数:3)の初期不整量(m5)についても検討した。

本解析では膜の微小な曲げ剛性を考慮するためにシェル要素を用いた。通常、リンクルのような幾何学的非線形解析をシェル要素により解析をすると、以下に示す問題点が発生する。

- 1) shear locking および membrane locking.
- 2) 要素のゆがみによる解の精度の悪化.
- 3) 有限変形による解の精度および収束性の悪化.

これらの問題に対処するため、本解析ではMITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components)シェル要素^{13~17)}を用いた。MITCシェル

表3 CASE1の解析条件

要素	要素数	解析ステップ数	初期不整	膜厚	载荷経路
		[step]	[pattern]		
MITC4	3120	100	rn1	50	载荷経路1
	4940	200	rn2	75	
	8000	400	rn3	100	
	13650	500	rn4	175	
		1000	rn5	300	
				500	

表4 CASE2の解析条件

要素	膜厚	節点数	要素数*	载荷経路
MITC4	500 μm	8160	8000	载荷経路1
MITC9	500 μm	8160	2000	载荷経路1

*節点数に対応

表5 CASE3の解析条件

ケース	膜厚	要素	载荷経路
CASE3-A	100, 175, 300	MITC4	载荷経路1
	500, 1000, 2500		
CASE3-B	100, 175, 300	MITC4	载荷経路2
	500, 1000, 2500		

要素は

- 1) 薄肉, 厚肉双方のシェルに適用でき, 任意の形状のシェルを取り扱える(薄肉シェル要素においてもlockingが生じない).
- 2) 剛体モード以外の虚偽のゼロ固有値を持たない.
- 3) 要素のゆがみに対して解の精度が損なわれない.
- 4) 要素内の任意の点においてゼロを含む一定ひずみを表現できる.

といった特徴を持ち, リンクルのような幾何学的非線形解析に適している. 本解析では4節点MITCシェル要素(MITC4)と9節点MITCシェル要素(MITC9)を用いて解析を行ない, 形状関数の次数の違いがリンクル解析に与える影響について検討した.

本解析における反復計算手法にはNewton-Raphson法を用い, 収束性を向上させるためLine Search法を適用した. また, 幾何学的非線形解析における解の不安定性および精度の悪化は各節点毎に定義されるdirectorの回転増分が大きくなるためと考え, 接線剛性マトリックスを計算する際にdirectorの有限回転増分まで考慮した解析¹⁸⁾を実施した. これにより, 本解析では各ステップ毎に完全な接線剛性マトリックスを計算している.

なお, 本解析では汎用有限要素解析プログラムFeappv²⁰⁾を用い, MITCシェル要素に関しては著者らがユーザー定義により別途追加した.

(3) 解析ケース

本研究における解析ケースは3ケースである. 表3~表5に各解析ケースの詳細を示す. CASE1では要素数, 解析ステップ数および初期

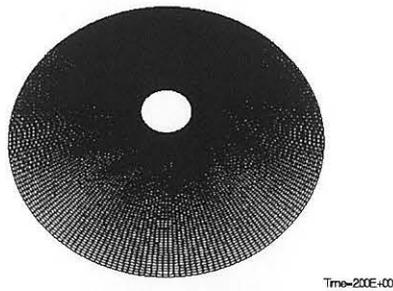
不整量がリンクル解析に与える影響について検討する. これにより, リンクル解析に適する要素アスペクト比および解析ステップ比の上限値を定量的に評価する. CASE2ではMITC4とMITC9の解析結果の比較を行なう. 形状関数の次数の違いがリンクル解析に与える影響について検討する. CASE3では载荷経路の違いがリンクル現象に与える影響について検討する. 本ケースの膜厚は, 構造スケール比(R/t)が100以上となるように設定した. これは, 板の理論において膜は構造スケール比が100以上の場合として位置付けられている²¹⁾ためである.

3. 解析結果

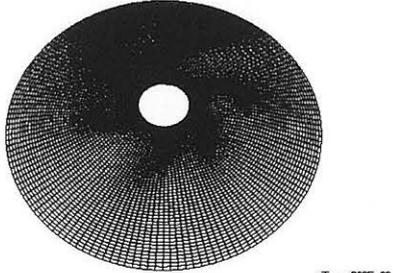
(1) CASE1: 要素アスペクト比, 解析ステップ比, 初期不整量の検討

図3に解析終了時の変形の鳥瞰図を倍率10倍にして示す. 同図は膜厚 $t = 50\mu\text{m}$ および $t = 500\mu\text{m}$ の解析結果をそれぞれ示している. 図4にリンクル発生本数を示す. 図より, 膜厚が小さくなるとリンクル発生本数(変形モード)は要素数に依存し, 要素数が少ない場合には収束が十分ではない. 特に, 膜厚が $t = 100\mu\text{m}$ より小さい場合には要素数が解析結果に与える影響は大きい. また, 図5にリンクル発生領域を示す. 本論文では, リンクル発生領域を最小主応力が負の領域で定義した. 図の縦軸は円形膜半径方向の位置を示す. 図より, 膜厚が $t = 300\mu\text{m}$ より大きい場合にはリンクル発生領域に要素数が与える影響はほとんどないが, 膜厚が $t = 300\mu\text{m}$ より小さい場合には要素数の影響がみられる. そこで, リンクル発生本数(変形モード)に着目して, 発生本数が一定値に収束する際の要素アスペクト比と解析ステップ比の上限値を検討した. 図6に要素アスペクト比の比較を示す. 対象とした要素は回転軸に隣接する要素であり, 応力が一番集中する位置の要素である. 図の横軸は半径方向の要素アスペクト比 h_r を示し, 縦軸は円周方向の要素アスペクト比 h_c を示す. また, 図中のOKが収束したケースを示し, NGが収束しなかったケースを示す. 図より, 半径方向の要素アスペクト比 h_r が50以下, 円周方向の要素アスペクト比 h_c が20以下の時に, 解は概ね収束しているのが判断できる. 円周方向および半径方向のアスペクト比が2.5倍異なるのは, 本解析で用いた要素形状が長方形であるためである. 図7には解析ステップ比の比較を示す. 図の横軸は要素アスペクト比を示し, 縦軸は解析ステップ比となっている. 対象とした要素は要素アスペクト比の場合と同様に回転軸に隣接する要素である. 図より, 解析ステップ比 δ_s が 10^{-3} 以下であれば, 要素アスペクト比が $h_c < 20, h_r < 50$ の範囲において解(リンクル発生本数)は概ね収束しているのが判断できる. 上記範囲($\delta_s < 10^{-3}, h_c < 20, h_r < 50$)において収束していないケースが存在するが, これはいずれも要素数3120の場合である. 要素数が3120より多いケースではいずれも解は収束していることから, 本解析プログラムでは少なくとも要素数3120以上の要素数で解析するのが望ましい.

図8に膜厚 $t = 175\mu\text{m}$ における無次元最小主応力分布の比較を示す. 図の横軸は円形膜半径方向の位置を示し, 左端(0.05)は回転軸と膜面の境界である. 縦軸は同一円周位置における最小主応力の平均値を初期張力(初期等方応力)で無次元化して示す. 通常, リンクル解析のような幾何学的非線形問題をシェル要素により解析すると, リンクル領域内での圧縮応力の解放が問題となる¹⁰⁾. しかし, 本解析では回転軸近傍($r < 0.8$)を除いて圧縮応力は十分に解放されている. また, 図より要素数が多くなると回転軸近傍の無次元最小主応力分布は零に近付くのが判る. 図に示す3つの要素数はいずれもリンクル本数が収



(a) $t = 50\mu\text{m}$



(b) $t = 500\mu\text{m}$

図3 変形図

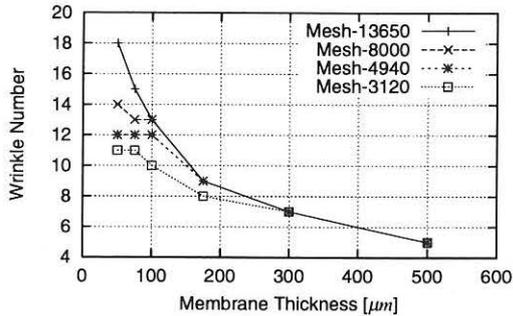


図4 リンクル発生本数

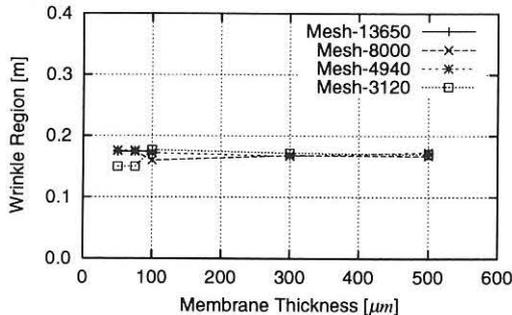


図5 リンクル発生領域

束している場合である。したがって、リンクル発生本数(変形モード)が収束している場合でも、応力場は要素数に影響される。特に、図8が示すようにリンクル領域内の圧縮応力は要素数が増えるほど解放される傾向を示す。

表6および図9、図10に初期不整量の違いが解析結果に与える影響を示す。同表および同図は膜厚 $t = 500\mu\text{m}$ の場合の解析結果を示す。図より、リンクル発生本数(変形モード)が収束する要素数および解析ステップ数を用いて解析をした場合には、初期不整量(正規乱数)の違いが解析結果に与える影響はほとんどないことが判断できる(m1~m3)。なお、これは初期不整量の大きさを膜厚の1/10~1/100にした

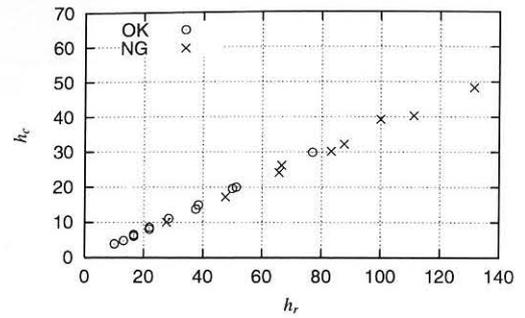
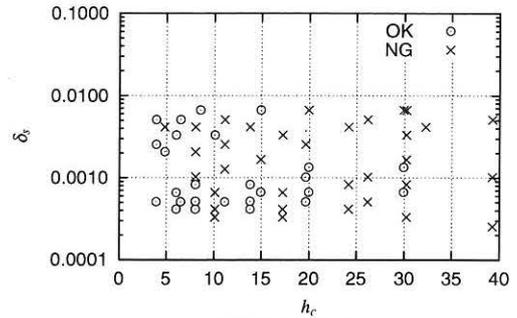
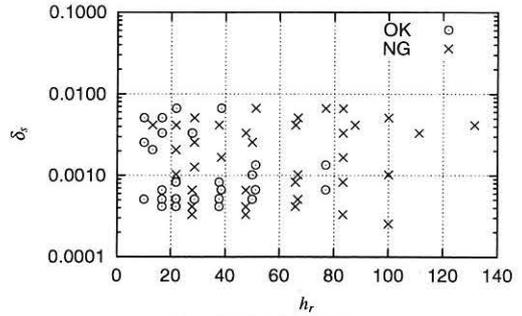


図6 要素アスペクト比の比較



(a) 円周方向の比較



(b) 半径方向の比較

図7 解析ステップ比(δ_s)の比較

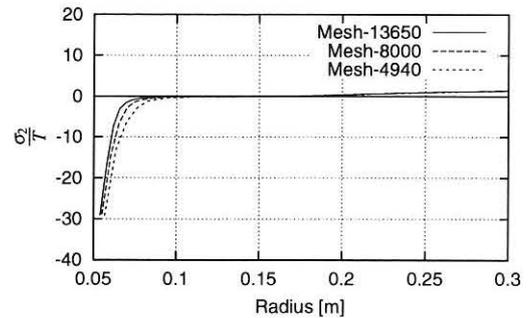


図8 無次元最小主応力分布の比較($t = 175\mu\text{m}$)

正規乱数を用いた場合であり、初期不整量の大きさがこれより大きい場合(m4)には計算が収束しなかったり、初期不整の形状が異なる場合(m5:正弦波)にはリンクル発生本数(変形モード)は異なる結果となった。

(2) CASE2: 形状関数の違いによる検討

本ケースにおける回転軸の強制回転角は、解析時間を考慮し0.286度(他ケースの1/4)とした。図11に解析終了時における変形の鳥瞰図を倍率30倍にして示す。図は膜厚 $t = 500\mu\text{m}$ の解析結果である。表7に解析結果の一覧を示す。本解析では、MITC4およびMITC9の節点

表6 初期不整量による影響

初期不整量 [パターン]	リンクル本数 [本]	リンクル領域 [m]	最大リンクル高 [w_{max}/t]
m1	5	0.170	3.17
m2	5	0.171	3.17
m3	5	0.170	3.17
m4*	—	—	—
m5**	3	0.184	2.07

*初期不整量が大きい場合,**初期不整量の形状が正弦波の場合

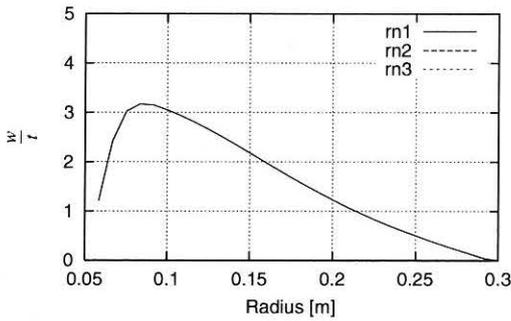


図9 無次元面外変位分布

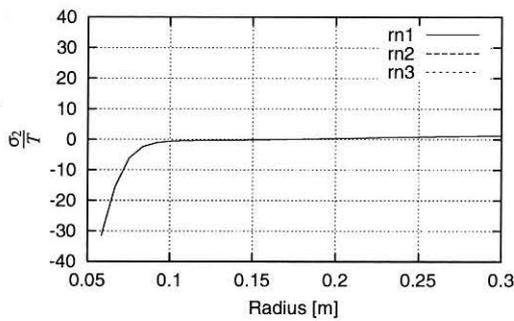
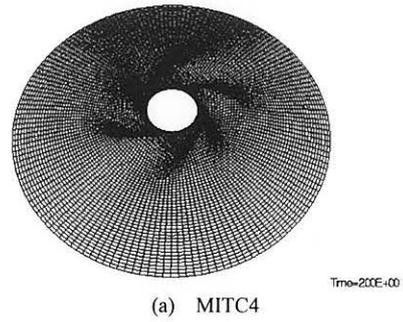


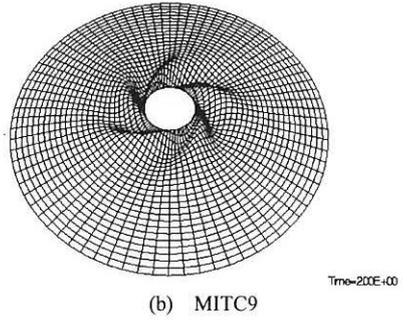
図10 無次元最小主応力分布

数を同じにしている。表より、リンクル発生本数、リンクル発生領域および無次元最大リンクル高ともにMITC4とMITC9とで概ね同じ結果となった。

図12に無次元面外変位分布を示す。図の横軸は円形膜半径方向の位置を示し、左端(0.05)は回転軸と膜面の境界である。縦軸は同一円周位置における面外変位の絶対値の平均値を膜厚で無次元化したもの(リンクル振幅の平均値/膜厚)を示す。図より、無次元鉛直変位分布においてもMITC4とMITC9とで解析結果に違いはほとんど見られない。図13にリンクル方向角の履歴を示す。横軸は無次元回転角(回転軸の回転量)を示し、縦軸はリンクル方向角を示す。本論文ではリンクル方向角を最大主応力の方向で定義し、対象とした要素は回転軸に隣接する要素である。図より、リンクル方向角の履歴はMITC9の方がMITC4より若干小さめの結果となる。しかしながら、図11に示す通り、この履歴経路の違いが分岐後の変形モードに与える影響はない。尚、本解析における解析ステップ比はMITC4およびMITC9ともに $\delta_s = 10^{-3}$ である。著者らの研究によると、MITC9では解析ステップ比が $\delta_s = 10^{-3}$ より大きいと、異なる変形モードとなる。このため、高次要素においてもMITC4の場合と同様に解析ステップ比は $\delta_s = 10^{-3}$ 以下で計算をするのが望ましい。



(a) MITC4



(b) MITC9

図11 変形図($t = 500\mu\text{m}$)

表7 CASE2の解析結果

要素	リンクル本数 [本]	リンクル領域 [m]	最大リンクル高 [w_{max}/t]
MITC4	5	0.124	1.10
MITC9	5	0.120	1.11

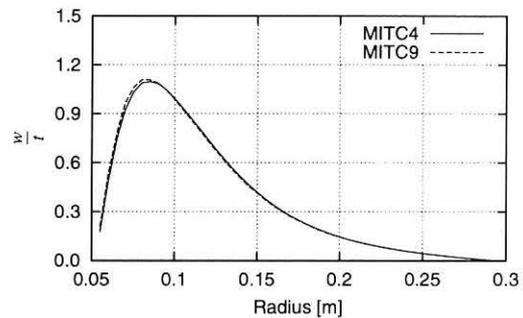


図12 無次元面外変位分布

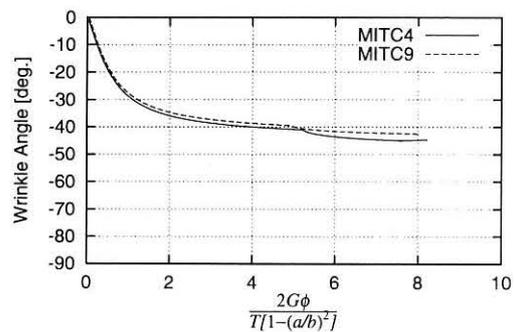


図13 リンクル方向角の履歴

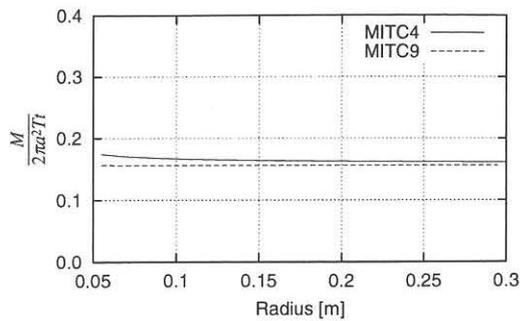


図 14 無次元モーメント分布

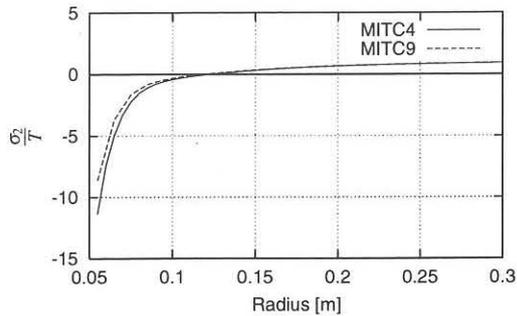
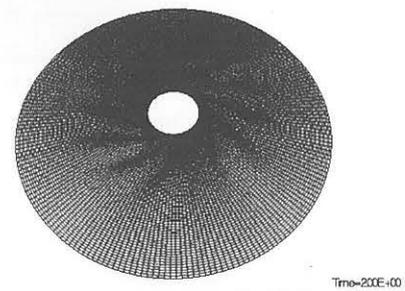


図 15 無次元最小主応力分布

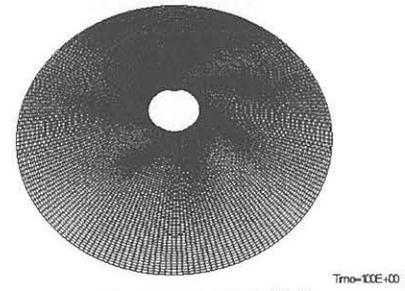
図14に無次元モーメント分布を示す。横軸は半径方向の位置を示し、縦軸は無次元モーメントを示す。図よりMITC4の方がMITC9より若干大きめの結果となった。また、図15は無次元最小主応力分布を示す。図より、回転軸近傍の無次元最小主応力分布はMITC9の方がMITC4よりもわずかに解放される結果となった。著者は高次要素(MITC9)の適用により膜面に作用する圧縮応力を十分に解放できるものと考えていたが、今回の解析結果からは線形要素(MITC4)と比較して大きな変化は見られなかった。また、図12と図15から、圧縮応力が作用している領域(応力集中部)は回転軸(荷点)から最大リクル高の発生する位置までの領域と概ね一致しているのが判断できる。本ケースは分岐直後の応力状態を示すが、著者らの研究¹²⁾によると、この傾向は他の解析ケース(分岐後しばらく経過した時点での応力状態)でも同じ結果を示す。応力集中部は回転軸に近付く程円周方向の長さが固定され、リクル波が生じないような構造条件となっている。その結果、本来リクル波が発生することによって解放される圧縮応力は構造的な制約により解放されず、膜面に蓄えられたものと推測している。膜は一般に圧縮応力を負担しないものと定義されるが、この領域における実際の応力状態については検討が必要と考える。

(3) CASE3: 荷経路依存性の検討

図16に解析終了時における変形の鳥瞰図を倍率10倍にして示す。図は膜厚 $t = 100\mu\text{m}$ の結果である。図17は、リクル発生本数を示す。図より、リクル発生本数はCASE3-A(段階荷)の方がCASE3-B(同時荷)よりも多い。これは、リクル発生本数が発生時(分岐点)における膜面の応力状態(面内力)に大きく依存するためである。リクル発生時における膜面の張力は一様張力を導入後にねじり力を加えたCASE3-Aの方が同時荷のCASE3-Bよりも大きく、リクル発生本数は多くなる。また、リクル発生本数は膜厚が小さい程荷経路の影響をうける。これは、図17に示す通りリクル発生本数と膜厚(曲げ剛性)の関係が線形(直線)の関係でないためである。



(a) CASE3-A(段階荷)



(b) CASE3-B(同時荷)

図 16 変形図($t = 100\mu\text{m}$)

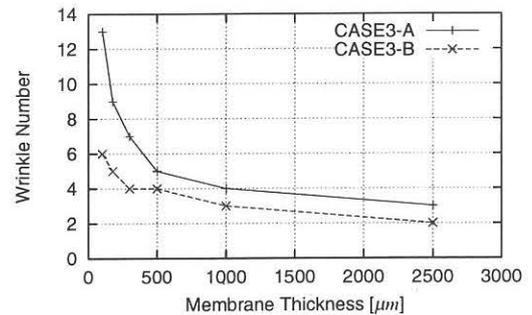


図 17 リクル発生本数

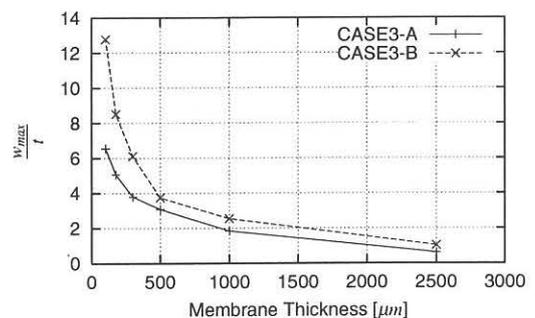


図 18 無次元最大リクル高

図18に無次元最大リクル高の比較を示す。図の縦軸は最大リクル高を膜厚で無次元化して示す。図より、無次元最大リクル高はCASE3-Bの方がCASE3-Aより大きい。これは、リクル発生本数の違いによる影響である。また、膜厚が小さい程無次元最大リクル高は大きくなり、荷経路による影響も大きくなる。膜厚が小さい程荷経路の及ぼす影響が大きいという傾向は、リクル発生本数の場合(図17)と一致しており(膜厚 $< 500\mu\text{m}$)、両者において強い相関関係があることが判断できる。

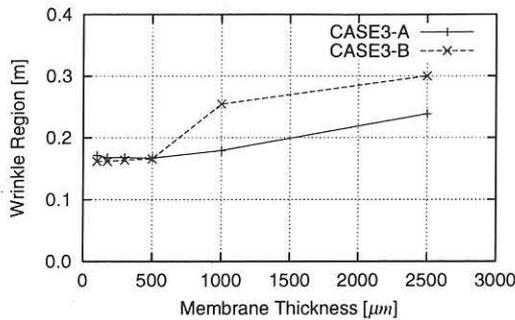


図19 リンクル発生領域

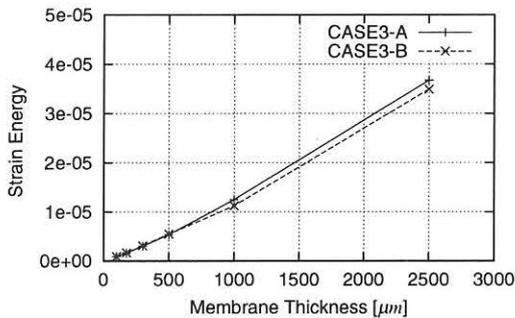


図20 ひずみエネルギーの比較

図19はリンクル発生領域を示す。図より、膜厚が $t = 500\mu\text{m}$ より大きい場合にはリンクル発生領域は載荷経路に大きく影響されるのが判断できる。図20には、ひずみエネルギーの載荷経路依存性について示す。図は解析終了時に円形膜に蓄えられたひずみエネルギーを示す。図より、ひずみエネルギーは膜厚が $t = 500\mu\text{m}$ より大きくなると載荷経路による影響を受ける。これより、最終状態における応力場は膜厚が大きい程載荷経路の影響を受け、結果としてリンクル領域に大きな影響を及ぼす。なお、膜厚が小さい場合は、最終的に蓄えられるひずみエネルギーに載荷経路が及ぼす影響は小さく、応力場に与える影響は小さい。

また、ひずみエネルギーは面内剛性による成分 U_p と曲げ剛性による成分 U_b に分解される。このうち、膜厚による影響が大きいのは曲げ剛性による成分 U_b である。したがって、図20において膜厚が大きい場合に生じるひずみエネルギーの違いは、曲げ剛性による成分 U_b に大きく寄与しているものと考えられる。

以上の結果より、リンクル発生本数(変形モード)は膜厚が小さい程、載荷経路の影響を受ける。しかし、載荷後に蓄えられるひずみエネルギーは膜厚が大きい程載荷経路による影響を受け、その結果膜面の応力場に与える影響は大きくなる。

4. まとめ

円形張力膜に発生するリンクル現象を対象に有限要素法による幾何学的非線形解析(疑似分岐座屈解析)を行なった。リンクル解析に適する要素特性および解析ステップ比について示し、リンクル現象を定量的に評価した。さらに、リンクル現象の載荷経路依存性について明らかにした。本研究により得られた具体的な知見を以下にまとめる。

- 1) リンクル解析に適する要素アスペクト比と解析ステップ比
変形モードに着目し、変形モードが収束する際の要素アスペクト比と解析ステップ比の上限値を検討した。その結果、要素

形状に関しては分割要素数にもよるが、円周方向の要素アスペクト比が20以下、半径方向の要素アスペクト比が50以下の時に概ね変形モードは収束することが判った。しかし、変形モードが収束する場合でも、応力場は要素数に影響される。また、本解析において初期不整量が膜厚に対して1/10~1/100程度の大きさの正規乱数であれば、初期不整量の違いによる影響はみられなかった。

- 2) 形状関数がリンクル解析に与える影響

4節点MITCシェル要素と9節点MITCシェル要素を用いて解析を行なった。その結果、形状関数の次数の違いがリンクル解析に与える影響は顕著にみられなかった。また、本解析結果では回転軸近傍において圧縮応力が作用することが確認された。なお、この結果は要素の形状関数に依存しない。この膜面に生じる圧縮応力は回転軸(載荷点)から最大リンクル高の発生位置の間で発生しており、これが数値計算による影響なのか実際の応力状態であるのかは検討する必要がある、今後の課題である。

- 3) 載荷経路がリンクル現象に与える影響

載荷経路がリンクル発生本数(変形モード)に与える影響は膜厚が小さい程大きくなり、載荷後の膜面の応力状態に与える影響は膜厚が大きい程大きくなる。

参考文献

- 1) Stein, M.S. and Hedgepeth, J.M. : Analysis of Partly Wrinkled Membranes, NASA TN D-813, 1961.7
- 2) Mikulas, M.M. : Behavior of a Flat Stretched Membrane Wrinkled By the Rotation of an Attached Hub, NASA TN D-2456, 1964.9
- 3) Roddman, D.G., Drukker, J., Oomens, C. W. J. and Janssen, J. D. : The Wrinkling of Thin Membranes: Part I-Theory, Part II-Numerical Analysis, Transaction of the ASME, Vol. 54, pp. 884-892, 1987
- 4) Adler, A. L., Mikulas, M.M. and Hedgepeth, J. M. : Static and Dynamic Analysis of Partially Wrinkled Membrane Structures, AIAA 2000-1810, SDM Conference, April, 2000
- 5) Kang, S., Im, S. : Finite Element Analysis of Wrinkling Membrane, J. Appl. Mech. Trans. ASME, Vol. 64, pp. 263-269, 1997
- 6) Kang, S., Im, S. : Finite Element Analysis of Dynamic Response of Wrinkling Membranes, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., 173, 227-240, 1999
- 7) Yang, B., Ding, H. : A Two-Viable Parameter Membrane Model for Wrinkling Analysis of Membrane Structures, AIAA 2002-1460, SDM Conference, April, 2002
- 8) Wu, C. H. : The Wrinkled Axisymmetric Air Bags Made of Inextensible Membrane, J. Appl. Mech. Trans. ASME, pp. 963-968, 1974
- 9) 西村敏雄, 登坂宣好, 本間俊雄: 有限要素法による張力場解析手法について, 日本建築学会構造系論文集, 第351号, pp. 76~82, 昭和60年5月
- 10) 宮村倫司, 半谷裕彦: 回転対象膜構造に発生するしわの有限要素解析, 日本建築学会構造系論文集, 第481号, pp. 63-70, 1996.3 (宮村倫司: 張力膜におけるしわの分岐解析および実験, 東京大学博士論文, 1995)
- 11) Wong, Y. W., Pellegrino, S. : Computation of Wrinkle Amplitudes in Thin Membranes, AIAA 2002-1369, SDM Conference, April, 2002
- 12) 若佐貴史, 名取通弘, 樋口健: 円形張力膜のリンクル解析, 第44回構造強度に関する講演会講演集, pp. 125~127, 2002.7
- 13) Bathe, K.-J., Dvorkin, E. N. : A Formulation of General Shell Elements - The Use of Mixed Interpolation of Tensorial Components, Inter'l J. Numerical Methods in Engineering, Vol.22, 697-722, 1986
- 14) Bathe, K.-J. Dvorkin, E. N. : Short Communication a Four-Node Plate Bending Element Based on Mindlin/Reissner Plate Theory and a Mixed Interpolation, Inter'l J. Numerical Methods in Engineering, Vol.21, 367-383, 1985

- 15) Bucalem, M. L., Bathe, K. J. : Higher-Order MITC General Shell Elements, Inter'l J. Numerical Methods in Engineering, Vol.36, 3729-3754,1993
- 16) Chapelle, D., Bathe, K. J. : Fundamental Considerations for The Finite Element Analysis of Shell Structures, Comput. & Struct., Vol.66, No.1, pp19-36,1998
- 17) Bathe, K.-J., Iosilevich, A. and Chapelle, D.: An evaluation of the MITC shell elements, Computers & Structures, 75,2000
- 18) 野口裕久, 久田俊明: 有限回転増分を考慮した効率的シェル要素の開発およびその評価, 日本機械学会論文集(A編), 58巻 550号, pp. 127-134, 1992.6 (野口裕久: 有限要素法によるシェル構造物の非線形座屈解析およびその感度解析手法に関する研究, 東京大学博士論文,1993)
- 19) 浦 昭二: FORTRAN77入門, 培風館
- 20) Taylor, R. L.: FEAP-A Finite Element Analysis Program Version7.3 User Manual
- 21) 半谷裕彦: 平板の基礎理論, 平板構造シリーズ1, 彰国社

**GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS ON WRINKLING PHENOMENA
OF A CIRCULAR MEMBRANE**

Takashi Iwasa*)
M. C. Natori**)
Hirohisa Noguchi***)
Ken Higuchi*****)

SYNOPSIS

For quantitative evaluation on wrinkling phenomena of membrane structures, a geometrically nonlinear analysis is carried out. Using mixed interpolation tensorial components (MITC) shell elements, the wrinkling phenomena of a circular membrane with a rotation hub are analyzed. The effects of mesh aspect ratio, step ratio of numerical analysis and shape function of MITC shell elements on wrinkling analysis are discussed, and dependency of wrinkling phenomena on loading histories is clarified.

*)M.-Eng. Graduate Student at Dept. Aeronautics and Astronautics, Faculty of Engineering, University of Tokyo

***)Dr.-Eng. Prof. at Division of Spacecraft Engineering, The Institute of Space and Astronautical Science

*****)Dr.-Eng. Prof. at Dept. of System Design Engineering, Keio University

******)Dr.-Eng. Assoc. Prof. at Division of Spacecraft Engineering, The Institute of Space and Astronautical Science