

2軸引張状態における膜材料の破断強度の推定

吉野達矢^{*1}

加藤史郎^{*2}

梗概

膜構造の設計にあたり、膜材料の力学的特性を十分に把握する必要がある。特に、建築基準法が改正されたことに伴い、性能規定型の設計方法が導入されたことから、膜材料の破断特性を把握することは重要である。しかしながら、2軸引張状態における膜材料の破断強度を実験から求めることは一般的に難しい。一方、著者は既報にて織構造格子モデルを提案し、膜材料の粘弾塑性特性を十分に表現可能であることを示した。そこで、本報では、この織構造格子モデルに、膜材料の破断に関する特性を取り入れ、膜材料の2軸引張状態における破断強度の推定を行う。

1. 序

改正建築基準法に基づき、2000年6月に限界耐力計算による構造計算法¹⁾が導入された。また、大臣が定めるその他の建築材料として、「膜材料及びテント倉庫用膜材料」²⁾が加えられ、許容応力度等計算と同等以上に膜構造の安全さを確かめることが可能である構造計算（以下、許容応力度等計算に相当する構造計算）³⁾が定められた。これにより、膜構造の建築物又は膜構造とその他の構造とを併用する建築物の許容応力度等計算に相当する構造計算が可能となった。この中で、膜構造の限界耐力計算において必要とされる材料強度も定められた。ここで、鋼構造設計基準⁴⁾において、鋼材は垂直応力度と剪断応力度が生じる場合、また、引張力と曲げが生じる場合など、組合せ応力度を受ける場合に対する条件式が設定されている。これに対して、膜材料も2軸の応力が生じることから、2軸の応力比に依存した膜材料の破断強度に関する研究が必要と言える。

膜材料の破断強度に関する研究に注目すると、切り欠きを有する膜材料の特性については、南⁵⁾、西川ら⁶⁾、小松ら^{8,9,10)}の研究があるものの、切り欠きのない膜材料の2軸引張状態における破断強度に関する研究^{10,11)}はほとんどない。小松¹⁰⁾は織構造モデルにより膜材料の応力・ひ

ずみ関係を表現し、PTFEコーテッドガラス繊維平織物を対象とした2軸引張状態における膜材料の破断強度を織構造モデルにより推定している。この結果、たて糸方向とよこ糸方向の応力の比が1:1（以下、応力比(1:1)と表示する）の破断強度は1軸引張試験の破断強度に対して、約58～66%の強度となったことを示している。H. W. Reinhardt¹¹⁾はポリエステル基布にPVCをコーティングした膜材料の2軸引張状態における膜の破断強度を実験から求めている。この研究では2軸引張試験方法を大きく3つに分類し、円形の境界を持つ膜面の破裂試験やシリンダーを用いた試験に対して、平面の膜を2軸方向に引張る試験方法が最もよい結果を得られると述べている。この試験方法は、(社)日本膜構造協会が定める膜材料弾性定数試験方法¹²⁾に採用されている試験方法に相当する。しかしながら、一般にこの試験方法は治具で腕をつかんだ部分や腕の付け根部分で破断するため、真の2軸破断強度が得られない場合が多い。そこで、治具への膜の取り付け方や腕の部分の形状および切り込みの入れ方を提案し、その方法で応力比(1:1)、(2:1)、(10:1)の破断強度がたて糸方向の1軸引張時の破断強度とほぼ同じ値になること、そして、応力比(1:2)、(1:10)の破断強度がよこ糸方向の1軸引張時の破断強度とほぼ同じ値になることを示し

*1 太陽工業（株）空間技術研究所、博士（工学）

*2 豊橋技術科学大学 建設工学系・教授、工学博士

ている。

著者は膜材料の粘弾塑性特性を十分に模擬できる織構造格子モデルによる構成則を提案し、PTFEコーテッドガラス繊維平織物を対象として、構成則の妥当性の検討¹³⁻¹⁶⁾を行った。そして、この構成則を8節点アイソパラメトリック曲面要素を用いた有限要素法に導入し、膜構造の応力・変形解析を行うことにより、集中荷重および内圧荷重を伴う膜構造の模型実験結果を模擬できること¹⁷⁾を示すとともに、施工シミュレーション^{16,18,19)}も行った。この織構造格子モデルに膜材料の破断に関する特性を追加することにより、任意の2軸引張状態における膜材料の破断強度の推定が可能となる。さらには、膜材料の粘弾塑性特性も表現できることから、膜構造の施工から崩壊までのシミュレーションが可能となる。

本報では、(1)織構造格子モデルを用いた構成則に膜材料の破断に関する特性を追加し、(2)1軸引張試験結果から織構造格子モデルの破断に関する定数を決定する。(3)その定数を用いた構成則で応力比に依存した膜材料の破断強度の推定を行う。

2. 織構造格子モデルの拡張

織構造格子モデル(図1)を用いた構成則が膜材料の粘弾塑性特性を十分に表現できることは既報¹³⁻¹⁶⁾において示した。構成則の誘導については既報¹³⁾が詳しいので省略する。本報では、織構造格子モデルに配置されている各要素の履歴特性に膜材料の破断特性を追加する。以下に各要素の履歴特性を示すが、履歴特性の説明の内、既報¹⁴⁾と重複する部分は省略する。

2.1 糸材(部材A, AA, B, BB)

引張応力の増加に伴い、糸の初期緩みが解消され剛性が高くなる。そして、糸に浸潤しているコーティングやクリンプ形状などの影響を伴いながら、糸は破断強度に達して破断し、その後、応力を負担できなくなると考える。そこで、糸材に対して、図2の履歴特性を仮定する。

2.2 たて糸とよこ糸とを結ぶ束材(部材V)

既報¹⁴⁾と同様に、図3に示す履歴特性を仮定するものとし、説明は省略する。

2.3 コーティング材(部材C, D, E, F)

荷重の載荷後の除荷時に応力がゼロに漸近するときに応力・ひずみ曲線の勾配が急に小さくなる特性を有するTri-linear最大点指向型の履歴特性を基本とし、一定以上のひずみが生じるとコーティング材が破断し、応力が負担できなくなると考える。そこで、コーティング材に対して、図4の履歴特性を仮定する。

2.4 剪断抵抗面要素(部材R₁)

この要素はたて糸とよこ糸の間に浸潤したコーティング材の特性を表すことから、部材C, D, E, Fのコーティング材と同様に、ある応力が生じた時に破断の特性を表現することを目的に、剪断抵抗面要素に対して、図5の履歴特性を仮定する。

3. 織構造格子モデルの諸定数の設定

既報¹³⁻¹⁶⁾ではPTFEコーテッドガラス繊維平織物を対象とし、すべて同一ロットの膜材料で引張試験を行い、その結果に対して議論してきた。本報においても、既報¹³⁻¹⁶⁾で試験した同一ロットの膜材料の1軸引張試験結果²⁰⁾から、破断に関する諸定数の推定を行う。1軸引張試験結果を表1に示す。ここで、表に示す引張強度とは、初期幅(3cm)の試験片に荷重を加え破断した時の荷重の値である。この1軸引張試験結果を表現できるように、織構

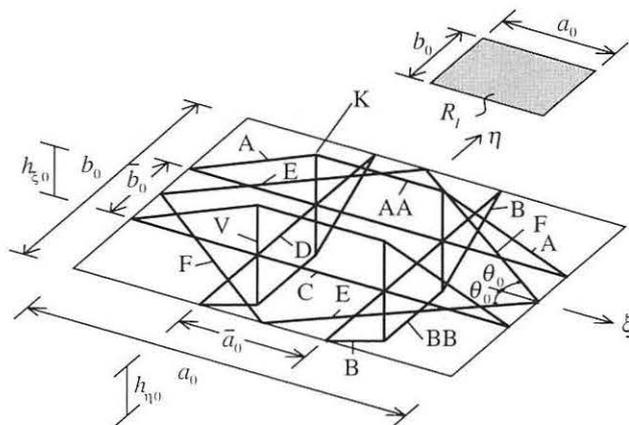


図1 織構造格子モデル

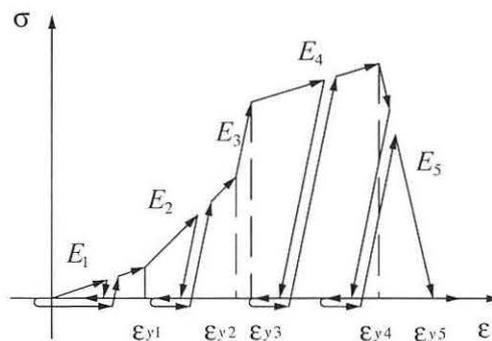


図2 糸材の履歴特性

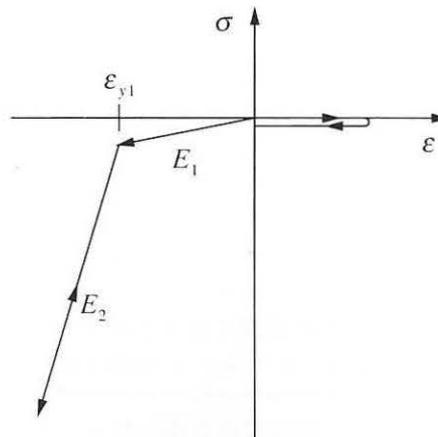


図3 束材の履歴特性

造格子モデルの諸定数を決定する。織構造格子モデルにおいては、糸材が破断することにより、ひずみが大きくなり、その時に、コーティング材も破断すると仮定する。これにより、応力比(1:0), (0:1)の破断強度が表1の破断強度と同じ値になるように、数回の試行を行い、破断に関する諸定数(剪断抵抗面要素の定数を除く)を決定する。

既報¹⁶⁾で得られた定数と合わせて、表2, 3の定数を得た。破断後の負勾配については解の安定性を考えて設定した。剪断抵抗面要素の破断に関する定数は、既存の結果から判断できないため、破断が生じないように破断前ひずみを仮に100%とする。したがって、剪断抵抗面要素の破断に関する定数は別途再検討する必要がある。

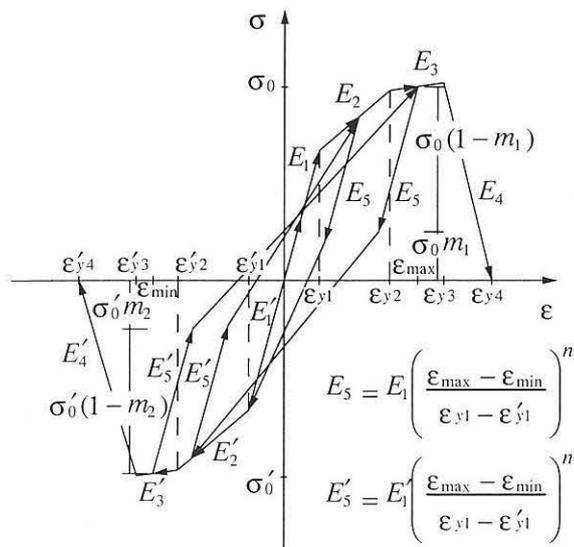


図4 コーティング材の履歴特性

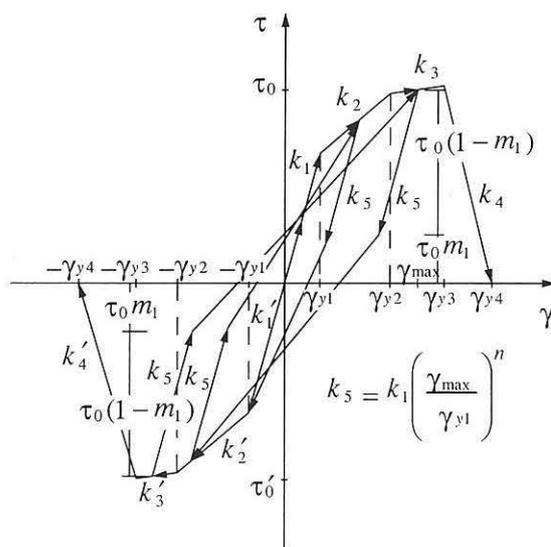


図5 剪断抵抗面要素の履歴特性

表1 1軸引張破断強度と破断ひずみ

	引張強度 (N/3cm)	破断ひずみ (%)
たて	5460	8.8
よこ	4780	15.9

表3 織構造格子モデルの粘弾性に関する諸定数

Element	T_g (min)	C_1 (cm ² /kN)	T_2 (min)	C_2 (cm ² /kN)	T_3 (min)
C	104000	0.000063	0.7	0.001990	350.1
D	57860	0.000534	3.7	0.002153	158.7
V	4252	0.014153	23.3	0.016867	1736.0

表2 織構造格子モデルの形状および弾塑性に関する諸定数

$$a_0 = 0.1375\text{cm}, b_0 = 0.1000\text{cm}, \bar{a}_0 = a_0/3, \bar{b}_0 = b_0/3, \theta_0 = 36.0^\circ, h_{\varepsilon_0} = 0.0102\text{cm}, h_{\gamma_0} = 0.0162\text{cm}$$

Element	A_0 (cm ²)	ℓ_0 (cm)	E_1, E_1' (kN/cm)	E_2, E_2' (kN/cm)	E_3, E_3' (kN/cm)	E_4, E_4' (kN/cm)	E_5, E_5' (kN/cm)	$\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y1}'$ (%)	$\varepsilon_{y2}, \varepsilon_{y2}'$ (%)	$\varepsilon_{y3}, \varepsilon_{y3}'$ (%)	$\varepsilon_{y4}, \varepsilon_{y4}'$ (%)	n	m_1	m_2
A, AA	0.0016/2	0.0470	0.01	279.8	2797.9	0.01	-3920.0	0.001	0.30	4.10	4.11	-	-	-
B, BB	0.0016/2	0.0371	0.01	279.8	2797.9	0.01	-2940.0	0.001	0.30	5.17	5.18	-	-	-
C	0.0040/2	0.1375	333.2 333.2	132.3 88.2	66.6 19.6	-2940.0 -2940.0	-	0.30 -0.06	1.20 -1.20	6.00 -6.00	-	0.00	0.07	0.50
D	0.0040/2	0.1000	308.7 308.7	122.5 122.5	39.2 39.2	-98.0 -98.0	-	0.30 -0.35	0.70 -0.70	7.00 -7.00	-	0.00	0.08	0.50
E, F	0.0014	0.1700	50.0 50.0	0.02 0.02	0.01 0.01	-98.0 -98.0	-	0.20 -0.20	1.00 -1.00	2.00 2.00	-	0.00	0.00	0.00
V	0.0025/4	0.0175	0.31	313.6	-	-	-	-19.00	-	-	-	-	-	-

Element	a_0 (cm)	b_0 (cm)	k_1 (kN/cm)	k_2 (kN/cm)	k_3 (kN/cm)	k_4 (kN/cm)	γ_{y1} (%)	γ_{y2} (%)	γ_{y3} (%)	n	m_1
R_l	0.1375	0.1000	0.637	0.304	0.142	-98.0	1.66	3.50	100.0	-0.40	0.25

4. 膜材料の破断強度

先に得られた表2, 3の諸定数を用いて, 応力比(1:0), (0:1), (1:1)の膜の応力・ひずみ曲線を求める。その結果を図6に, また, 各応力比に対する破断強度と破断ひずみを表4に示す。図6から応力比(1:1)はよこ糸方向が先に破断強度に達していることがわかる。この時の破断強度は1572N/cmであり, よこ糸方向の1軸引張強度の98.4%であった。この結果は, H. W. Reinhardtの結果(ほぼ100%)¹¹⁾と同じ傾向を示している。

さらに, 任意の応力比に対して破断強度を求め, その破断強度曲線を図7に示す。図7において, 点Aは応力

比(1:0)を, 点Bは応力比(0:1)を, 点Cは応力比(1:1)を示す。点Dにおいて, 破断曲線が折れているが, 区間ADはたて糸方向の破断による膜の破断を, 区間DCBはよこ糸方向の破断による膜の破断を意味する。また, 点Dの応力比は(1.11:1)であり, それぞれの糸方向の応力が1754, 1568 N/cmとなったときに同時に破断荷重に達することを意味する。なお, 破断時のひずみはそれぞれ, 3.8, 11.7%であった。ここで, 点Dの応力比が(1:1)と一致しないことに注意しなければならない。これは糸方向による糸密度の違いや糸の初期緩みの違いなどによるものと

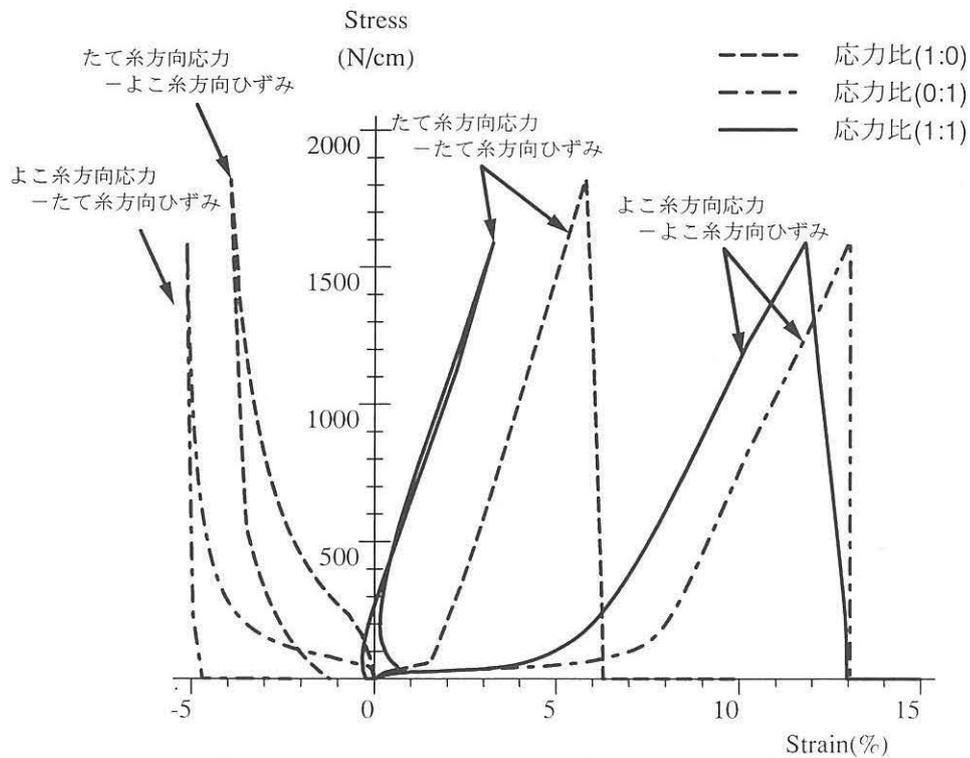


図6 応力比(1:0), (0:1), (1:1)の応力・ひずみ曲線

表4 破断強度と破断ひずみの解析結果と実験結果の比較

	解析結果				実験結果			
	引張強度 (N/cm)		破断ひずみ (%)		引張強度 (N/cm)		破断ひずみ (%)	
糸方向	たて	よこ	たて	よこ	たて	よこ	たて	よこ
応力比 1:0	1821 (100)	0	5.8	-3.9	1820	-	8.8	-
応力比 0:1	0	1597 (100)	-5.1	13.0	-	1593	-	15.9
応力比 1:1	1572 (88.1)	1572 (98.4)	3.2	11.8	-	-	-	-

()内の値は各糸方向の1軸破断強度(解析)に対する割合(%)

思われる。また、各糸方向の1軸引張破断強度に対する点Dの破断強度の割合はそれぞれ95.8, 98.2%であった。

区間ADのたて糸方向破断強度の変化に注目すると、点Aの破断強度に比べ点Dでは4.2%減少している。また、区間DCBのよこ糸方向破断強度の変化に注目すると、点Bの破断強度に比べ、点Dでは1.8%減少している。この減少は糸材のクリンプ形状の影響と、コーティングの特性を表す部材C, D, E, Fの特性によって生じていると考えられる。

まず、クリンプ形状について考える。図8に織構造格子モデルのよこ糸(糸材B, BB)を抜き出した。この糸材B, BBはよこ糸の一部であり、膜の面内方向に p の張力が働いているときには糸材Bの張力 P_y は $P/\cos\theta$ となる。この時、糸材BBの張力は p である。糸材Bと膜の面内方向との間の角度 θ はクリンプ交換により、応力比(0:1)でゼロに近づき最小になり、応力比(1:0)で最大となる。したがって、面内張力 p に対して、糸材Bに生じる張力 P_y は $1/\cos\theta$ 倍されるため、角度 θ が大きくなるとより小さい面内張力 p で糸の破断強度に達することになる。これにより、応力比(1:1)では、応力比(0:1)より、膜の破断強度が小さくなったと考える。

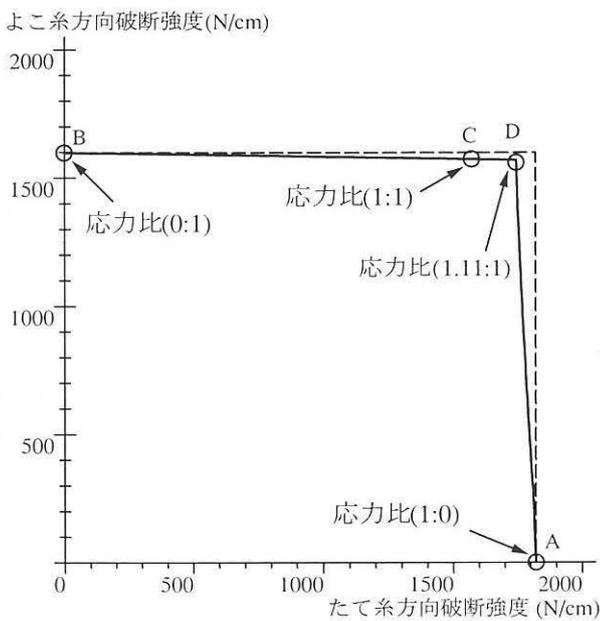


図7 破断曲線

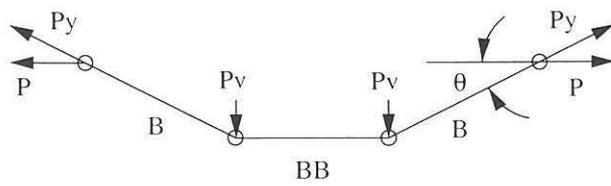


図8 よこ糸(糸材B, BB)の力の釣合い

一方、コーティングの特性について考える。まず、部材C, Dのひずみは織構造格子モデルのたて糸方向ひずみとよこ糸方向ひずみに一致する。図4に示す履歴特性からわかるように、ひずみのレベルによっては、負担している応力が変化する。ひずみが ϵ_{y3} までの範囲ではひずみが大きくなると応力も大きくなる。応力比(1:0)の破断時の部材Cのひずみは5.8%であり、 $\epsilon_{y3}(=6.0\%)$ より小さいことから、応力比が(1:0)から(1.11:1)に向かって変化すると、破断ひずみは小さくなるので、部材Cに生じている応力は減少することがわかる。部材C以外にも、たて糸方向の応力を負担しているコーティング材(部材E, F)があり、この部材E, Fのひずみは部材Dのひずみ(よこ糸方向のひずみ)にも依存するため、たて糸方向のひずみとよこ糸方向のひずみに依存した応力の変化をする。このようにコーティング材は破断時の2軸方向のひずみに依存して、応力の負担量が変化する。

応力比(1.11:1)の破断時に注目すると、たて糸方向の $\cos\theta$ は0.972であった。よって、2.8%はクリンプ形状の影響による強度低下と考えられ、残りの1.4%はコーティング材に生じている応力が減少したことによると思われる。同様によこ糸方向の $\cos\theta$ は0.983であり、クリンプ形状の影響による強度低下は1.7%であり、よこ糸方向の強度低下1.8%のほとんどがクリンプ形状の影響によるものと考えられる。

5. まとめ

対象とする膜材料の粘弾塑性特性を表現可能な織構造格子モデルによる構成則に、破断を考慮し、膜材料の破断特性を考慮した粘弾塑性構成則が得られた。この構成則を用いて、2軸引張状態における膜材料の破断強度曲線を求めた。この構成則を有限要素法に導入することにより、膜の施工から崩壊までのシミュレーションが可能となった。また、この構成則を用いて、任意の応力比に対応する破断強度曲線を得た。実験によるこの破断強度曲線の妥当性の検討が今後の課題である。

参考文献

- 1) 建設省住宅局建築指導課監修：平成12年6月1日施行 改正建築基準法(2年目施行)の解説, 新日本法規, 2000年7月
- 2) 山内泰之監修：限界耐力計算法の理解と活用, 建築技術, 2001年4月
- 3) 国土交通省告示：平成14年国交告第664号
- 4) 国土交通省告示：平成14年国交告第666号
- 5) (社)日本建築学会：鋼構造設計基準 第3版SI単位版, 2002年2月
- 6) 南 宏和：クラックを有するコーティング織物の強

- 度, 日本複合材料学会誌, 第4巻, 第2号, pp.81-87, 1978
- 7) 西川 薫, 渡辺典之: 傷を有する膜材料の引張強度に関する数値解析, 膜構造研究論文集' 87, No.1, pp.47 ~ 56, 1987年12月
 - 8) 小松 清: 膜構造建築物の信頼性に関する研究(その1)(膜材料の破壊性状の研究), 膜構造研究論文集' 88, No.2, pp.51 ~ 64, 1988年12月
 - 9) 小松 清, 石井一夫: 膜構造建築物の信頼性に関する研究(その2)(膜材料の破壊力学的考察), 膜構造研究論文集' 89, No.3, pp.57 ~ 67, 1989年12月
 - 10) 小松 清: 局部破断を有する膜材料の織構造モデルによる応力変形シミュレーション, 膜構造研究論文集' 92, No.6, pp.45 ~ 78, 1992年12月
 - 11) H. W. Reinhardt: On the Biaxial Testing and Strength of Coated Fabrics, EXPERIMENTAL MECHANICS, Vol. 16, No. 2, pp.71-74, February, 1976
 - 12) (社) 日本膜構造協会: 膜材料弾性定数試験方法(MSAJ/M-02-1995), 1995年
 - 13) 加藤史郎, Pongpo Petch, 武田文義, 吉野達矢, 松本恵美: Schockモデルに基づいて膜材料の構成方程式を誘導する方法について—連続体としての増分型構成式の提案—, 膜構造研究論文集'94, No.8, pp.11 ~ 26, 1994年12月
 - 14) 加藤史郎, 吉野達矢, 武田文義, 小野智子: 織構造格子モデルの構成則の検証—日本膜構造協会の試験法による実験結果との比較—, 膜構造研究論文集'96, No.10, pp.1 ~ 16, 1996年12月
 - 15) 加藤史郎, 吉野達矢, 武田文義: 織構造格子モデルに基づいた膜材料の構成方程式に関する研究—繰返し载荷に対する応力・ひずみ関係の実験と解析との比較—, 構造工学論文集, Vol.43B, pp.17 ~ 29, 1997年3月
 - 16) 加藤史郎, 吉野達矢, 南 宏和, 瀬川信哉: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析—織構造格子モデルによる定式化と解析—, 膜構造研究論文集'98, No.12, pp.11 ~ 25, 1998年12月
 - 17) 加藤史郎, 吉野達矢, 小野智子, 南 宏和, 瀬川信哉: 織構造格子モデルによる膜構造の粘弾塑性解析—実験と解析との比較—, 膜構造研究論文集'97, No.11, pp.1 ~ 12, 1997年12月
 - 18) 加藤史郎, 吉野達矢: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析—曲率を有する形状の場合—, 膜構造研究論文集2000, No.14, pp.9 ~ 15, 2000年12月
 - 19) 加藤史郎, 吉野達矢: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析—自重を考慮した曲面形状の場合—, 膜構造研究論文集2001, No.15, pp.33 ~ 39, 2001年12月
 - 20) 瀬川信哉: 膜材料の材料非線形性に関する実験的研究, 博士論文, 1996年3月

ANALYTICAL ESTIMATION FOR STRENGTH OF MEMBRANE MATERIALS UNDER THE BIAXIAL TENSIONS

Tatsuya Yoshino*1

Shiro Kato*2

SYNOPSIS

The present paper focuses on the strength of membrane materials under biaxial tensions. The fracture experiments of membrane materials under biaxial tensions are difficult since the fracture starts at the corner of square tested pieces or near the mounting clamps. In the study, the fabric lattice model previously proposed by authors for the visco-elasto-plastic characteristics is extended to model the characteristics of the material fracture.

From the analytical results, a two-D diagram for the fracture strength of membrane materials under biaxial tensions is obtained. As future researches, experiments for verification of the fracture strength curve are required to be compared with the fabric lattice model.

*1 Advanced Structures R&D Department, Taiyo Kogyo Corporation, Dr. Eng.

*2 Prof., Department of Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.