

単軸引張りを受ける膜材料のしわ性状

(実験と解析結果の比較考察)

呂 品琦^{*1)}

川口健一^{*2)}

梗概

本研究では、膜材料のしわ性状について考察するため、直交異方性二次元平面応力有限要素解析法を用いて、単軸引張りを受ける平面張力膜の応力・変形解析を行い、圧縮領域と主応力方向を検討し、解析結果と実験結果と比較する。また、引張方向と繊維方向とのなす角度の違い及び試験片の縦横比（アスペクト比）によるしわの性状の変化について調査する。

1. 研究目的

薄い膜材料は、曲げ剛性及び圧縮剛性が小さいため、容易にしわが発生する。しわは張力の消失を意味し、膜構造の力学性状及び美観に影響を与える。しわ発生時の応力状態及び変形の解析、しわ発生予防及び制御問題は重要な課題である。

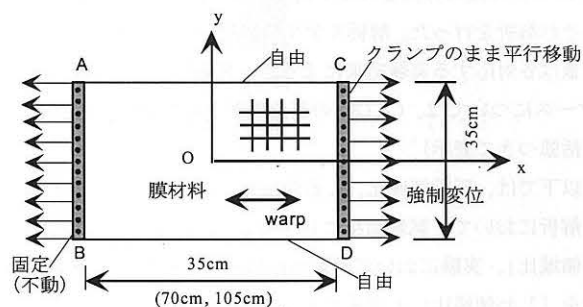
本研究では、文献1)で行った単軸引張りを受ける膜材料のしわ発生実験結果と比較することを目的として、直交異方性平面応力有限要素解析法を用いて、単軸引張りを受ける平面張力膜の応力・変形解析を行った結果について報告する。膜に発生する圧縮領域と主応力方向に着目し、引張力方向と繊維方向とのなす角度の違い及び膜の縦横比（アスペクト比）による影響について調査する。

2. 数値解析

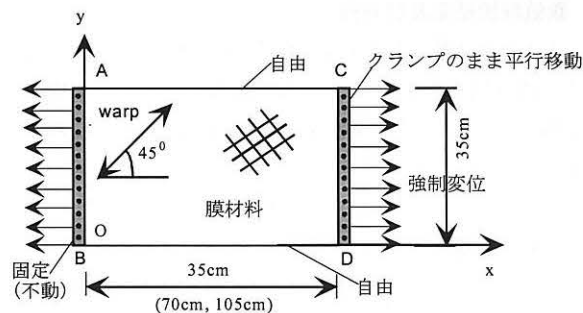
平面応力有限要素解析法（線形、三角形要素、直交異方性）を用いて、単軸引張りを受ける平面張力膜の応力・変形解析を行った。

解析モデルを図1に示す。矩形膜の両端部を完全に固定し、x方向に一樣な強制変位を与え、単軸引張実験と同様の数値解析を行う。膜材料の材料定数は表2に示す。2種類のC種膜材（C1、C2）とそれらの基布（CK1、CK2）の4種類の膜材について解析を行う。

形状パラメータとして、3つのアスペクト比1:1（35×35cm）、1:2（35×70cm）、1:3（35×105cm）を設定し、また、引張力の方向



(a) $\theta = 0^\circ$



(b) $\theta = 45^\circ$

図1. 解析モデル

1) 太陽工業（株） 工学博士

2) 東京大学生産技術研究所 助教授 工学博士

表 2. 材料定数 (本実験に際して行った材料試験値による)

材料名称	厚さ t cm	$E_1 t$ $E_2 t$ N/cm	ν_{12} ν_{21}	G_t N/cm	D_1 D_2 N·cm ²
C1	0.062	2381 2225	0.55 0.51	237	0.73 0.68
CK1	0.052	1792 1550	0.77 0.67	—	0.42 0.36
C2	0.053	3195 2274	0.34 0.24	126	0.75 0.53
CK2	0.026	1758 1961	0.63 0.56	—	0.10 0.11

$E_1 t$: 縦方向引張剛性、 $E_2 t$: 横方向引張剛性、
 ν_{12} : 縦方向ポアソン比、 ν_{21} : 横方向ポアソン比、
 G_t : せん断剛性、 t : 膜材料の厚さ、 D_1 、 D_2 : 曲げ剛性、
 添え字 1, 2 は縦、横系方向

表 3. 各モデルの強制変位 (単位: cm)

材料名称	C1	CK1	C2	CK2
35×35 ($\theta=0^\circ$)	3.2	6	5	6.3
35×70 ($\theta=0^\circ$)	11.9	4.5	10.6	5.6
35×105 ($\theta=0^\circ$)	5.2	6.4	11.5	6.6
35×35 ($\theta=45^\circ$)	7.2	4	8.2	6.5
35×70 ($\theta=45^\circ$)	1	5	2	6.3
35×105 ($\theta=45^\circ$)	(1)	(10)	1	20

と膜材料の縦糸方向とのなす角度が 0° と 45° の場合についてそれぞれ解析を行った。解析モデルの強制変位を表 3 に示す。強制変位量は各対応する実験結果によるが、試験体が製作できなかった 2 ケースについては、C2, CK2 の値を参考として適当な値を与えた。(括弧つきで表示)

以下では、圧縮領域比、しわ領域比を以下のように定義する。

解析において、試験面積に対する σ_2 の圧縮領域の面積比を「圧縮領域比」、実験において試験体面積に対するしわ発生領域の面積比を「しわ領域比」と定義する。

4. 数値解析結果及び考察

しわ発生に最も関係すると考えられる主応力の最小値 (主応力 σ_2) の分布図を図 2 に示す。図中圧縮領域 ($\sigma_2 \leq 0$ の領域) を白く表現している。また、変形図と主応力 σ_1 、 σ_2 及び反力分布を図 3 に示す。

4.1 圧縮領域

$\theta=0^\circ$ の場合、アスペクト比が 1:1 の時、膜材料 C1、C2 とともに、圧縮領域が生じていない。アスペクト比が 1:2 の時、C1、C2 共中央部に圧縮領域が生じ、また、アスペクト比が 1:3 の時には圧縮領域が広がっていることが分かる。膜材料基布 CK1 と CK2 の場合には、アスペクト比が 1:1 の時、2 つの対称な圧縮領域が生じ、中央部に引張領域が存在している。アスペクト比が 1:2、1:3 に増えると圧

縮領域は広がるが、中央部の引張領域はそのまま存在し続けている。

$\theta=45^\circ$ の場合、アスペクト比が 1:1 の時、膜材料 C1 と C2 は自由端部に少し圧縮領域が生じ、アスペクト比が 1:2 の時、中央部に圧縮領域が生じ、アスペクト比 1:3 の時、圧縮領域が広がっていることが分かる。基布 CK1 と CK2 の場合には、アスペクト比が 1:2 の時、固定端部から 45° 方向の主応力 σ_2 が最大である。また、繊維方向である 45° 方向に強い応力の流れが見られ、それ以外の部分には圧縮領域が多く生じていることがわかる。 $\theta=0^\circ$ と異なって、中央部の引張応力領域が消失し、大きな圧縮領域が見られた。また、アスペクト比が 1:2 の時、 45° 縦糸方向の引張領域は自由端部まで伸びているが、アスペクト比が 1:3 の時には固定端を底辺とする直角三角形を形成するにとどまっている。

各材料において、アスペクト比と圧縮領域比の関係を図 4 に示す。アスペクト比の増加により、圧縮領域が大きくなる傾向がわかる。

4.2 主応力方向

図 3 より、 $\theta=0^\circ$ の場合には、解析結果より各モデル主応力 σ_1 方向が、ほぼ引張方向と一致している。

$\theta=45^\circ$ の場合には、アスペクト比 1:1 の時、膜材料 C1 と C2 の主応力 σ_1 の流れ方向が 45° 繊維方向に強く沿う様子がみられ、また、その他のところは膜材の変形方向に沿って流れている。基布の場合主応力 σ_1 の流れ方向が 45° 繊維方向に強くみられ、また、その他のところでは、圧縮応力と引張応力の領域が混在している。アスペクト比 1:2 の場合には、膜材料 C1 と C2 の主応力 σ_1 の流れ方向が固定端部から 45° 繊維方向に沿って流れる様子がみられ、中央部において合流し、主応力 σ_1 の流れ方向はほぼ引張方向と一致している。また、アスペクト比が 1:3 の時も同じ傾向である。基布 CK1, CK2 の場合には、アスペクト比 1:2 と 1:3 の時、両固定端部の両角から、 45° 繊維方向に沿っている主応力 σ_1 の流れが見られるものの、全体的主応力の流れははっきりと見られない。

4.3 反力

$\theta=0^\circ$ の場合には、反力分布は固定端部の四隅が小さく、他の部分はほぼ均等であることが分る。また、 $\theta=45^\circ$ の場合には、固定端部の四隅の反力は非常に大きく、繊維方向に力が流れていることが分かる。アスペクト比の変化によって、反力分布の変化はほとんどない。反力分布は、アスペクト比に依存しないことがわかる。

5. 解析結果と実験結果の比較

本節では、文献 1) のしわ実験の結果を引用し、数値結果と実験結果を比較する。

写真 1-8 に各試験体の様子示す。また、実験におけるアスペクト比としわ領域比の関係を図 5 に示す。

5.1 引張領域

$\theta=0^\circ$ の時の解析によれば、基布 CK1, CK2 の場合には、強い引張領域は固定端部の一列のみである。コーティングされた膜材料

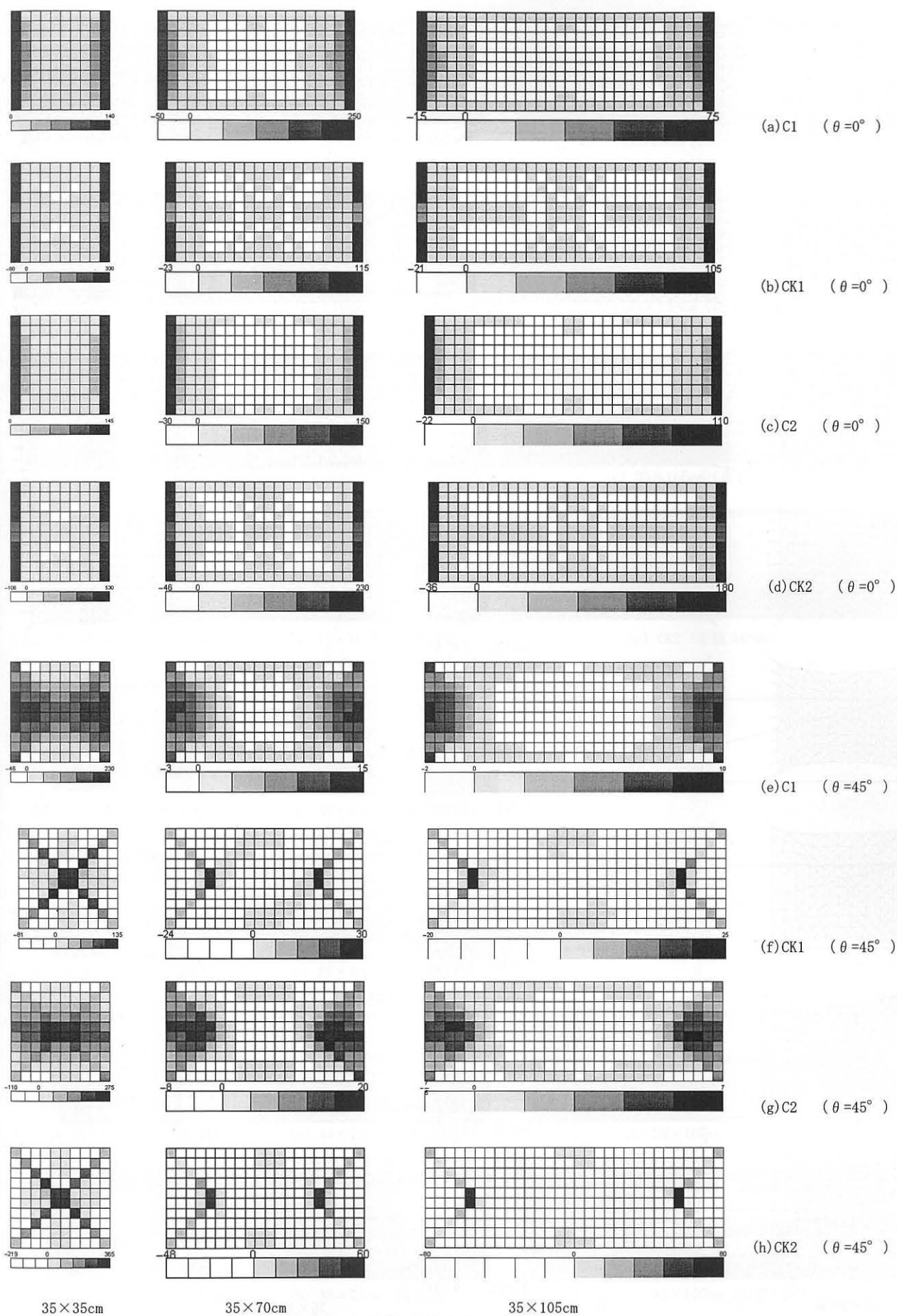


图 2. 主应力 σ_2 分布图

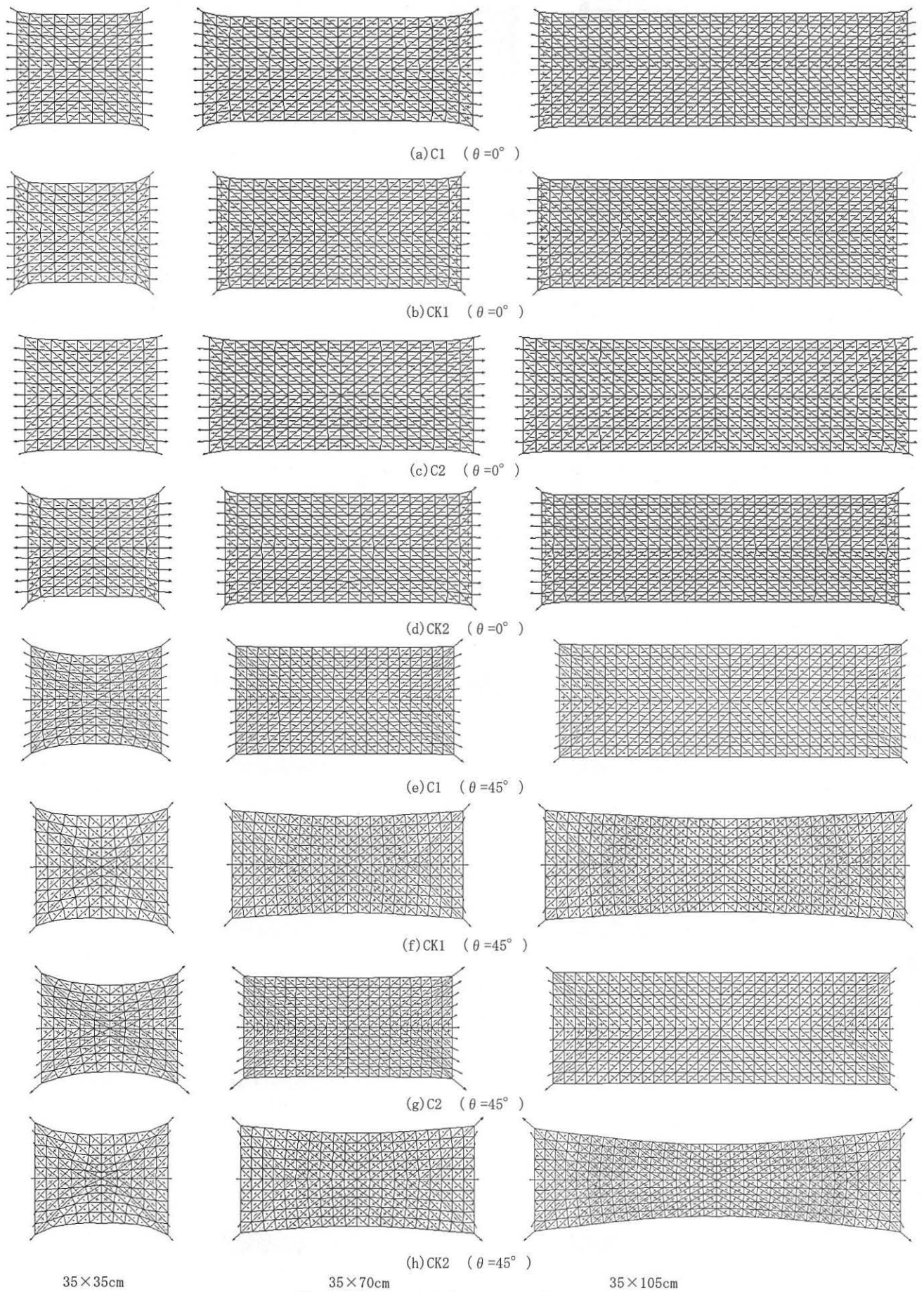


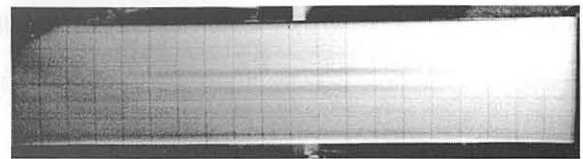
図3. 変位モードと主応力 σ_1 、 σ_2 流れ、反力分布



(a) 35×35cm (荷重 10780N)



(b) 35×70cm (荷重 12740N)



(c) 35×105cm (荷重 7840N)

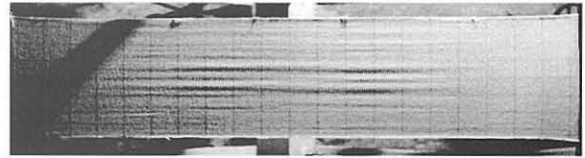
写真 1. しわ発生の様子 C1 ($\theta = 0^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 4900N)

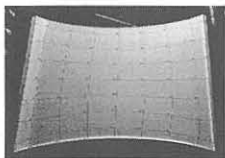


(b) 35×70cm (荷重 804N)

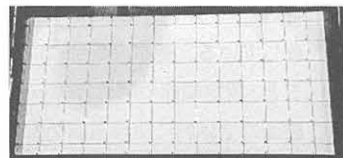


(c) 35×105cm (荷重 2450N)

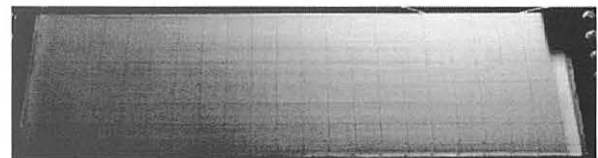
写真 2. しわ発生の様子 CK1 ($\theta = 0^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 11074N)

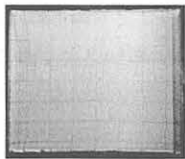


(b) 35×70cm (荷重 15680N)

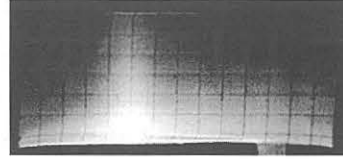


(c) 35×105cm (荷重 9310N)

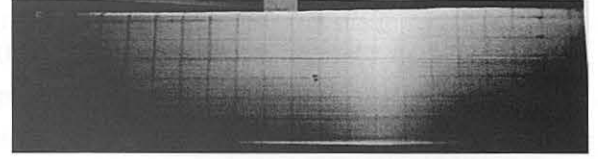
写真 3. しわ発生の様子 C2 ($\theta = 0^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 7722N)



(b) 35×70cm (荷重 3724N)

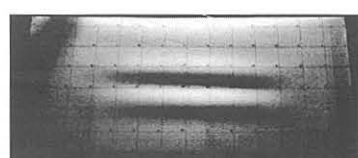


(c) CK2 (荷重 3430N)

写真 4. しわ発生の様子 CK2 ($\theta = 0^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 6860N)



(b) 35×70cm (荷重 588N)

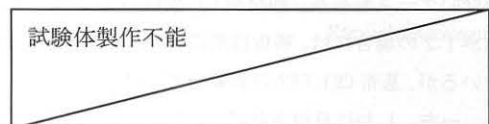


写真 5. しわ発生の様子 C1 ($\theta = 45^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 2695N)



(b) 35×70cm (荷重 98N)

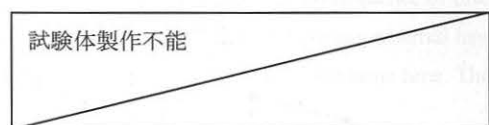
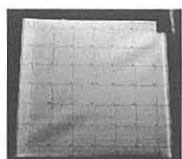
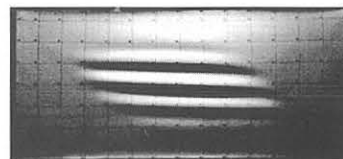


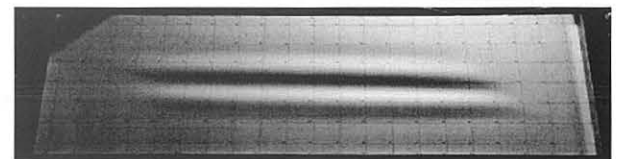
写真 6. しわ発生の様子 CK1 ($\theta = 45^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 3234N)

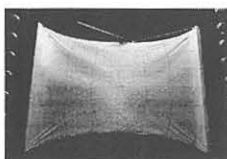


(b) 35×70cm (荷重 333N)



(c) 35×105cm (荷重 157N)

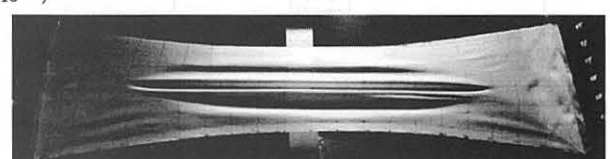
写真 7. しわ発生の様子 C2 ($\theta = 45^\circ$)



(a) 35×35cm (荷重 1430N)



(b) 35×70cm (荷重 20N)



(c) 35×105cm (引張と同時に)

写真 8. しわ発生の様子 CK2 ($\theta = 45^\circ$)

C1, C2 の場合には、引張領域は固定端部から 2-3 列目までが引張領域となっている。解析 2 端部に様な引張領域が形成された、これらのモデルにおいては、実験でほとんどしわが発生していないことがわかる。

$\theta = 45^\circ$ の場合には、解析と実験とも基布は隅角部から 45° 方向に引張領域が「ライン」として現れている。コーティングされた膜材料では、 $\theta = 0^\circ$ の時は、ほとんど端部のみにあった引張領域が、 $\theta = 45^\circ$ の時は、両端にはっきりとした三角形の引張領域を示している。解析結果より基布をコーティングすることにより、三角形の内部が引張領域へと変化しており、力の伝達が繊維に沿う、1 次元的な状態からより連続体に近い状態となっていることがわかる。このことは、実験結果の目視からもわかる。

5.2 圧縮領域としわ発生領域との関係

解析結果より得られた各モデルの圧縮領域比と実験におけるしわ領域比を図 4、5 に示す。全体的にみると、アスペクト比の増加に伴い、圧縮領域及びしわ領域が増えることがわかる。実験結果と解析結果より、アスペクト比の増加に伴い、しわ発生領域と圧縮領域が増え、しわが発生し易くなることがわかる。同一ケースに対しては、解析の圧縮領域比の方が、実験のしわ発生領域より大きい。これは、圧縮領域でもしわの発生しない部分が大きく存在することを示している。アスペクト比が大きくなると、しわの発生する領域も大きくなることが分かる。

解析結果では圧縮領域が生じているが、実験では、しわが目視されていないケースもある。膜材料 C1 と C2 では、 $\theta = 0^\circ$ でアスペクト比が 1:2 の場合には、解析結果において中央部に圧縮領域が発生しているが、基布 CK1, CK2 の実験結果ではわずかにしわが発生している、一方、しわは目視されていない。このことは、コーティング膜材の曲げ剛性が基布に比べ、大きいことを考えれば、理解できる。

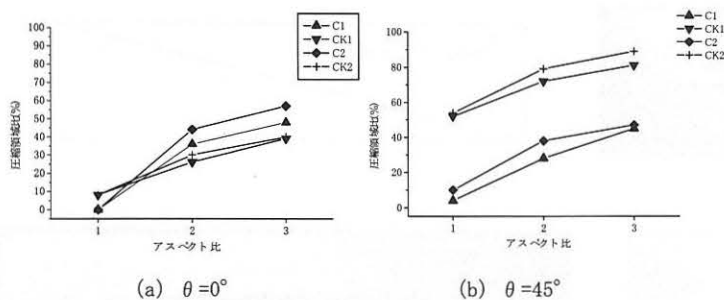


図 4 解析結果におけるアスペクト比と圧縮領域比の関係

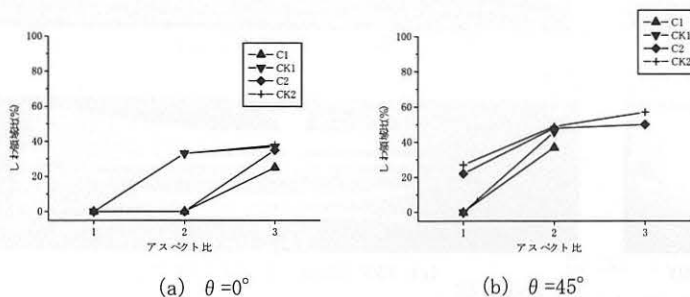


図 5 実験におけるアスペクト比としわ領域比の関係

5.3 引張方向と膜材料の糸方向角度の影響

図 4 を見ると、解析結果より基布の場合には、 θ の変化に伴う圧縮領域の変化は非常に大きく、繊維方向に力が流れることがよく分かる。これに対し図 5 を見ると、実験でも θ の変化により、しわ領域も大きく変化する。

5.4 しわの方向

$\theta = 0^\circ$ の場合、発生するしわの方向は、解析で求めた主応力の最大値 σ_1 の流れ方向とほぼ一致し、引張方向に沿っている。

$\theta = 45^\circ$ の場合、アスペクト比 1:1 の膜材料 C2 と基布 CK2 とも、 45° 繊維方向に沿ってしわが生じている。これは σ_1 の流れ方向と一致していることがわかる。また、アスペクト比が 1:2 及び 1:3 の時、コーティングされた膜材料のしわ方向と主応力の引張方向は一致している。基布の場合には、解析結果の主応力 σ_2 の分布図を見ると、固定端部の隅角部から 45° 方向に強い応力が見られ、また、膜面に全体的に圧縮領域が生じている。実際の実験写真 5-8 を見ると、しわの発生は、クランプ（固定端部）を底辺とする 2 つの直角 2 等辺三角形の頂点から始まり、中心部に向けて紡錘状に広がっているしわが発生していることがわかる。解析により得られた圧縮領域の形状は、実験におけるしわの発生領域の形状とよく似ている。また、CK1 や C2 の実験結果を見ると、しわ波全体が横糸方向へ流れて、斜めに並んでいることが分かる。これは、解析結果の圧縮領域のパターンにもわずかに認められる。

6. まとめ

本研究では、一方向引張力を受ける膜の直交異方性平面応力解析を行い、解析結果としわ発生実験の比較を行った。

- (1) 直交異方性平面応力解析における第 2 主応力の圧縮領域がしわの発生領域と同じ傾向を持つことが分かった。また、第 1 主応力の方向としわの方向がある程度一致することが分かった。簡単な直交異方性平面応力解析ではあるが、主応力の向きや大きさに着目することにより、しわ発生をある程度説明できることが分かった。
- (2) 膜材料のアスペクト比の増加に伴い、解析による圧縮領域が増加し、実験結果によるしわ領域も増加する。
- (3) 引張方向と膜材料の繊維方向とのなす角度 θ の変化により、圧縮領域としわ領域が大きく変化する事が分かった。これはある程度解析で予測できることも分かった。
- (4) 解析による圧縮領域全てに実際のしわが発生するわけではなく、しわ発生は圧縮領域の中のさらに一部分であることが分かった。

謝辞：

本研究は財団法人能村膜構造技術振興財団の助成を受けて行った。ここに、記して謝意を表します。又、本研究に対し技術支援及び貴重なご助言を頂きました、太陽工業（株）小田憲史氏、林政秀氏に深く感謝します。

参考文献：

1. 呂品琦, 川口健一: 引張力を受ける膜材料と基布のしわ性状に関する実験的研究, 膜構造研究論文集' 00, No.14, pp. 29-42
2. 呂品琦, 川口健一: 平面矩形張力膜のしわ発生に関する実験的研究, 膜構造研究論文集' 99, No.13, pp. 49-56
3. 呂品琦, 半谷裕彦, 川口健一: 矩形張力膜のしわ解析, 膜構造研究論文集' 98, No.12, pp. 37-42
4. M. Stein and J. M. Hedgepeth: Analysis of Partly Wrinkled Membranes, NASA TN D-813, July, 1961
5. M. M. Mikulas, Jr: Behavior of a Flat Stretched Membrane Wrinkled by the Rotation of an Attached Hub, NASA TA D-2456, Sept. 1964
6. E. H. Mansfield: Load transfer via a wrinkled membrane, Proc. Roy. Soc. Lond. A. 316, pp.269-289, 1970
7. 赤坂隆, 古賀義郎: 片持ちと圧膜柱のリンクリングについて, 日本航空学会誌, 第16巻, 第171号, pp.101-108, 昭和43年4月
8. 菊池重昭: 張力場理論に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), pp.621-622, 昭和48年10月
9. David J. Malcolm, Peter G. Glockner: Collapse by Ponding of Air-Supported Spherical Caps, Journal of the Structural Division, pp. 1731-1742, September. 1981
10. 宮村倫司, 小田憲史, 半谷裕彦: 面内振りを受ける円形張力膜に発生するしわの実験, 膜構造研究論文集, 93, 第7巻, pp.1-9, 1993年12月
11. 塚越勇, 森本広明, 多野文義: セン断座屈後の薄膜と鋼板の剛性を与えるスリットの影響 — 鋼板耐震壁の剛性調整に関する研究(その1), 日本建築学会構造系論文集, No. 467, pp. 131-137, 1995

The Wrinkling Property of Membrane Under One Way Tensile Force (The Comparison Between Experimental Result and Analysis Result)

Pinqi Lu^{*1)}

Ken'ichi Kawaguchi^{*2)}

SYNOPSIS

In this research, Finite Element Method has been used for the 2-dimension stress analysis of the membrane model in consequence of discussing the wrinkling property. 4 types of material -Type C membrane with coating material PVC and its fabric PET without coating material have been used in the analysis. Aspect ratio and the angle between tensile force direction and warp direction have been discussed the same time. The result of analysis was compared with the experiment result

1) Ph.D-Eng. Taiyo Kogyo Corporation

2) Associate Professor, Ph.D-Eng. Institute of Industrial Science, University of Tokyo