

施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析 —自重を考慮した曲面形状の場合—

加藤史郎^{*1}
吉野達矢^{*2}

梗概

膜材料が粘弾塑性特性を有することから、膜材料に張力を導入する手順によって導入後の応力分布に違いが現れることを既報で示した。中でも、前報ではHP曲面膜を対象とした接合・施工のシミュレーションを行った。このとき、膜の自重を無視し、接合時の面外変形を拘束したため、接合時に過大な応力を発生させることとなった。これでは実際の接合・施工を十分に模擬しているとは言えない。そこで、本報では自重を考慮し、接合段階から面外変形を考慮したシミュレーションを行い、接合時、施工時、そして、施工後の応力分布を予測を行う。

1. 序

膜構造の設計・施工において、膜材料の裁断形状を決定することは重要な問題の1つである。得られた裁断形状の膜を接合し、さらに、施工した後、膜に導入されている張力を求めることも重要な問題である。これまでに膜の裁断形状決定に関する研究^{1)~6)}が行われてきた。これらの研究について詳しくは前報⁷⁾を参照されたい。大崎ら⁸⁾の応力緩和を考慮した研究もあるものの、ほとんどの報告では膜材料を弾性体と仮定して、伸び量を推定したり、応力・変形解析を行っている。したがって、粘弾塑性特性を有する膜材料の挙動を反映しているとは言えない。大崎ら⁹⁾の手法では膜材料の粘弾塑性特性を考慮した最適な初期張力と裁断形状を求めている。さらに、10日後の応力分布を予測し手法の妥当性を検討している。しかし、実際の施工時や外力の載荷時には膜面の至るところで応力の増減が生じる。このことを考慮すると、非弾性挙動を示す膜材料の挙動をより精度よく把握するために著者らが提案する織構造格子モデル^{8,9)}のような粘弾塑性挙動を表現可能な構成則が必要となる。膜構造物の応力緩和後およびクリープ後の応力やひずみの状態を多段線形近似法を用いた弾性解析で予測する手法を提案した南らの研究¹⁰⁾もある。この研究では、内圧を受ける平面正方形膜構造の実験を模擬している。

著者らは膜材料の粘弾塑性挙動をより精度よく表現することを目的に織構造格子モデル^{8,9)}を用いた構成則を提案した。この構成則を

8節点アイソパラメトリック曲面要素を用いた有限要素法に導入し、平面膜^{9,11)}の施工手順およびHP曲面膜⁷⁾の接合・施工手順を模擬したシミュレーションを行った。この結果より、仮定した手順では張力導入後、そして、それから1週間経過した状態で張力分布は不均一になることを示した。HP曲面膜のシミュレーションにおいては、膜の自重を無視したものと接合時の面外方向の変位を拘束している。これにより、接合シミュレーション時に局部的に過大な応力を発生させることとなった。したがって、前報では、実際の接合を十分に模擬しているとは言えない。

そこで、本論文では、HP曲面を対象とし、自重および接合時の面外方向変形を考慮し、既報で示した手順で裁断形状を決定する。得られた裁断形状の膜を接合および施工する手順のシミュレーションを行い施工後の応力状態を予測する。

(1) 8節点アイソパラメトリック曲面要素(以下曲面要素)で分割された曲面の形状解析を行う。次に、(2)裁断形状の決定を行う。ここでは、(2-1)HP曲面を曲面要素でモデル化し、形状解析によって釣り合い曲面を求め、得られた曲面を三角形要素で分割する。(2-2)三角形要素で分割された曲面上に測地線を引く。(2-3)測地線で分割された領域を三角形要素で分割する。ただし、展開が可能となるように配置する。そして、平面に展開する。(2-4)三角形要素で構成される展開形状を曲面要素で再分割し、(2-5)仮定された縮小率で縮小することにより、曲面要素で構成される裁断形状を得る。最後に、(3)

*1 豊橋技術科学大学 建設工学系・教授、工学博士

*2 太陽工業(株) 空間技術研究所、博士(工学)

表1 織構造格子モデルの諸定数

$$a_0 = 0.1375\text{cm}, b_0 = 0.1000\text{cm}, \bar{a}_0 = a_0/3, \bar{b}_0 = b_0/3, \theta_0 = 36.0^\circ, h_{\xi 0} = 0.0102\text{cm}, h_{\eta 0} = 0.0162\text{cm}$$

Element	A_0 (cm^2)	ℓ_0 (cm)	E_1, E_1' (kN/cm)	E_2, E_2' (kN/cm)	E_3, E_3' (kN/cm)	$\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y1}'$ (%)	$\varepsilon_{y2}, \varepsilon_{y2}'$ (%)	n	m_1	m_2
A	0.0016/2	0.0470	279.8	279.8	2798.0	0.00	0.30	-	-	-
AA	0.0016/2	0.0458	279.8	279.8	2798.0	0.00	0.30	-	-	-
B	0.0016/2	0.0371	279.8	279.8	2798.0	0.00	0.30	-	-	-
BB	0.0016/2	0.0333	279.8	279.8	2798.0	0.00	0.30	-	-	-
C	0.0020/2	0.1375	333.2, 333.2	132.3, 88.2	66.6, 19.6	0.30, -0.06	1.20, -1.20	0.00	0.07	0.50
D	0.0020/2	0.1000	308.7, 308.7	122.5, 122.5	39.2, 39.2	0.30, -0.35	0.70, -0.70	0.00	0.08	0.50
E, F	0.0014	0.1700	50.0, 50.0	0, 0	0, 0	0.20, -0.20	1.00, -1.00	0.00	0.00	0.00
V	0.0025/4	0.0175	0.3	313.6	-	-19.00	-	-	-	-

Element	a_0 (cm)	b_0 (cm)	k_1 (kN/cm)	k_2 (kN/cm)	k_3 (kN/cm)	γ_1 (%)	γ_2 (%)	n	m_1	m_2
R_I	0.1375	0.1000	0.637	0.304	0.142	1.66	3.50	-0.40	0.25	0.45

接合および施工のシミュレーションを行う。ここでは、(3-1)分割されている裁断形状をつなぎ合わせ、(3-2)境界に固定する。ただし、裁断形状の膜を接合する過程および境界形状に取り付ける過程は、施工時間を仮定し、粘弾塑性応力・変形解析を行う。

なお、本報では四フッ化エチレン樹脂コーテッドガラス繊維平織物を対象とし、既報^{8,9)}で得られた諸定数を用いるものとする。

2. 粘弾塑性特性を表現する織構造格子モデル

膜材料の粘弾塑性特性を表現するために、図1に示す織構造格子モデルに基づいた構成則を用いる。また、このモデルの諸定数には表1, 2に示す値を用いる。なお、このモデルの詳細およびこれらの諸定数の妥当性は既報^{8,9)}で確認済みである。

3. 施工シミュレーション

施工シミュレーション用の解析モデルを決定するまでは前報⁷⁾で示した方法を採用している。

3.1 解析対象

本報では次式で表現されるHP曲面を解析対象とする(図2)。境界はすべて固定支持とする。

$$Z = \frac{(X^2 - Y^2)}{A^2} \cdot H \quad (1)$$

ここで、 $H = 200.0\text{cm}$, $A = 500.0\text{cm}$ とし、 X, Y の定義域は

$$|X| + |Y| \leq 500 \quad (2)$$

とする。なお、膜の平面展開までは式(2)で示す全領域にて行うものとする。施工シミュレーションにおいては、対称性を利用し4分の1モデルで解析を行うものとする。

3.2 形状解析

裁断形状を決定するにあたり、まず、8節点アイソパラメトリック曲面要素を用いた有限要素法¹²⁾によって等張力曲面の形状解析を行う。境界条件としては、外周の節点はすべて固定し、その他は自

表2 粘弾性に関する諸定数

Element	T_s (min)	C_1 (cm^2/kN)	T_2 (min)	C_2 (cm^2/kN)	T_3 (min)
C	104000	0.000063	0.7	0.001990	350.1
D	57860	0.000534	3.7	0.002153	158.7
V	4252	0.011531	23.3	0.016867	1736.0

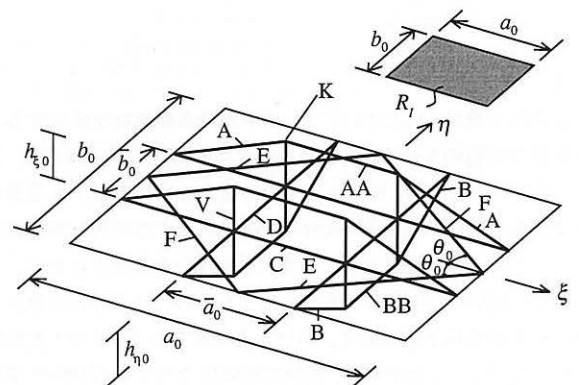


図1 織構造格子モデル

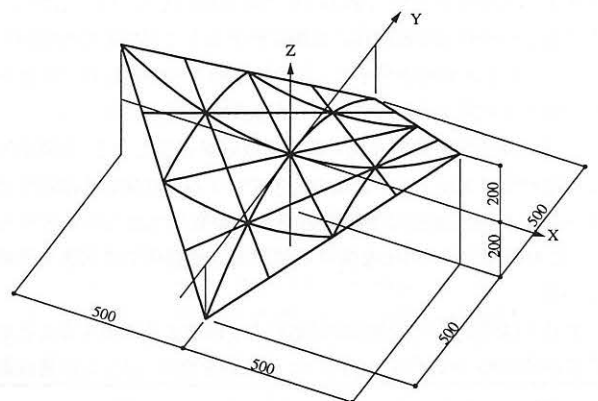


図2 HP曲面

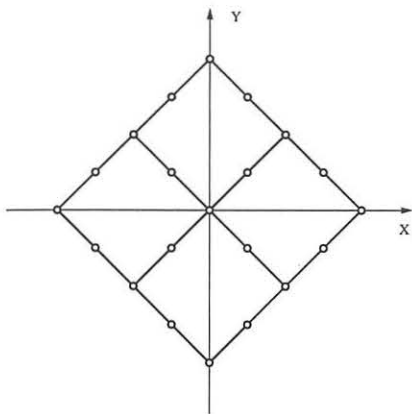


図3 形状解析用に曲面要素で分割した曲面

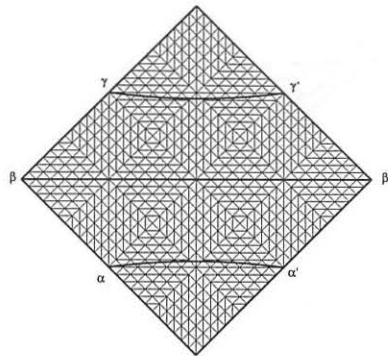


図4 三角形要素で分割されたHP曲面と測地線

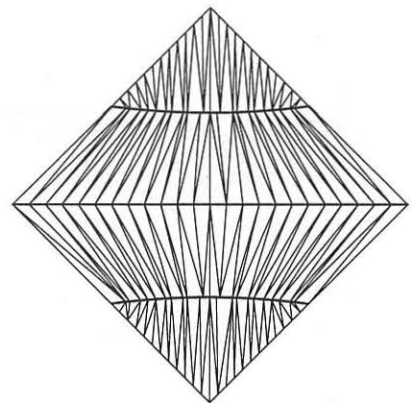


図5 平面展開用に三角形要素で分割した曲面

由とする。要素分割を図3に示す。初期形状には式(1)より求めた座標を用いる。また、初期張力は既報⁹⁾で縮小率を決定するにあたり用いた19.6N/cmとして解析を行う。初期形状に式(1)を用いていることから、解析結果は初期形状より変化はなかった。

3.3 裁断形状の決定

形状解析によって得られた釣り合い曲面を平面展開する。そこで、次の手順で裁断形状を決定する。

(1) 三角形要素を用いた釣り合い曲面の表現

形状解析によって得られた曲面要素で表現される釣り合い曲面を三角形要素で分割する。ただし、曲面要素の形状関数を用いるものとする。分割した結果を図4に示す。

(2) 測地線の探索

三角形要素で表される釣り合い曲面上に測地線を引く。測地線は平面に展開したときに直線となる性質を有する¹³⁾。この特性をより、隣合う2つの三角形要素上の測地線は三角形を平面に並べたときに直線になる。図4の節点 α と α' 、 β と β' 、 γ と γ' のそれぞれ2点間の測地線を三角形要素で構成される釣り合い曲面上に引く。

(3) 曲面の平面展開

測地線で分割された釣り合い曲面のそれぞれを可展開となるように三角形要素で分割する(図5)。分割されたこの領域を平面(図6)に展開する。

(4) 裁断形状の決定

図6に示す平面に展開された三角形要素で構成される形状を曲面要素で分割する。ただし、本報では、対称性を利用して4分の1モデルを採用する。ここで、図7に示すように、膜材料のたて糸方向をX軸と平行に仮定する。また、膜の縮小率は既報^{8,9)}で使用した値(たて糸方向0.3%、よこ糸方向4.4%)を採用するものとし、この縮小率によって縮小した裁断形状を図7に示す。

以上によって、曲面要素で構成する裁断形状が決定した。

3.4 施工シミュレーション

次の手順で裁断された膜を接合し、境界に取り付ける解析を行う。ここで、以下に示す接合および施工に必要な時間はそれぞれ著者が仮定した値である。

(1) 平行移動

2つの膜を接合するために、まずは B' 、 C 、 D' を頂点とする三角形の膜を全体的に-Y方向に90cm平行移動する。数値解析は全節点のZ方向変位を拘束し、目的の座標まで強制変位を与えて行う。ここでは、平行移動しただけであり、応力は発生していないので、形状および応力分布は省略する。

(2) 膜の自重の考慮

境界条件は節点 A 、 B 、 B' 、 D 、 D' 、 E のX、Y、Z方向を固定、節点 C のX、Z方向を固定、

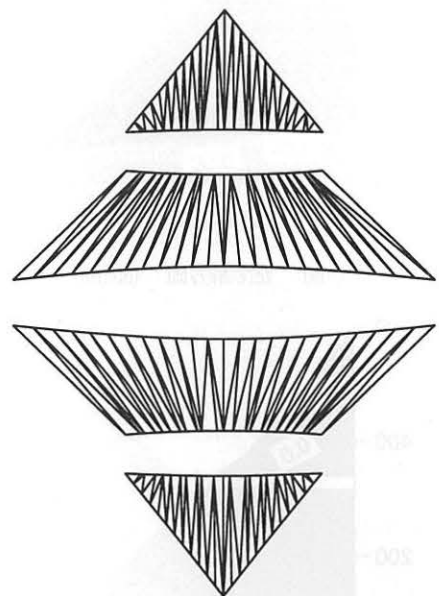


図6 平面展開した膜

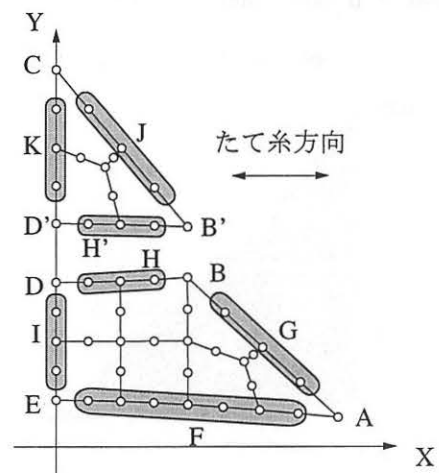
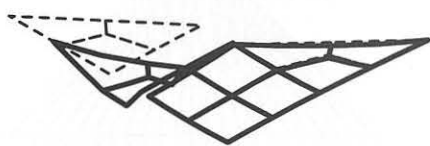
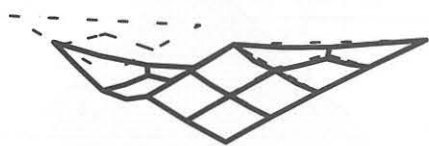


図7 施工シミュレーション用要素分割



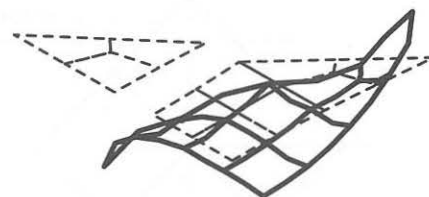
--- 変形前形状 — 変形後形状

図8 自重による変形後の変形形状



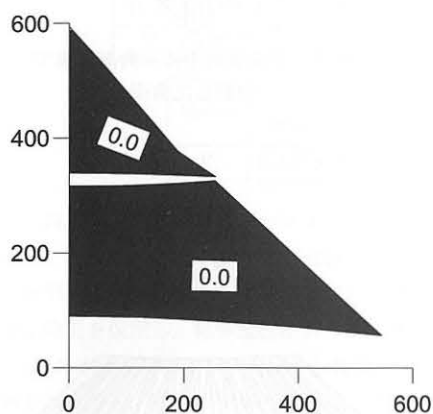
--- 変形前形状 — 変形後形状

図10 2つの膜を接合した後の変形形状

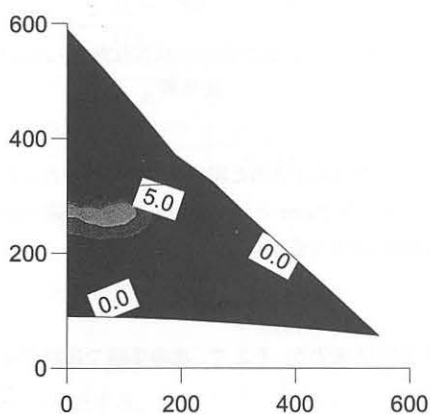


--- 変形前形状 — 変形後形状

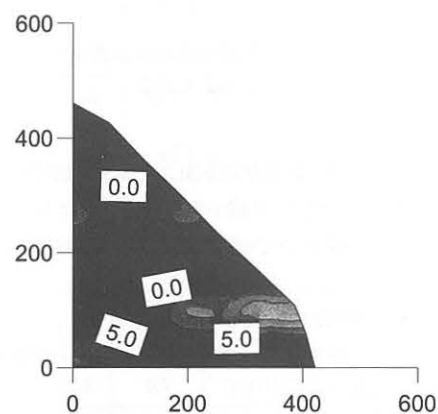
図12 1つの膜に接合した後の変形形状



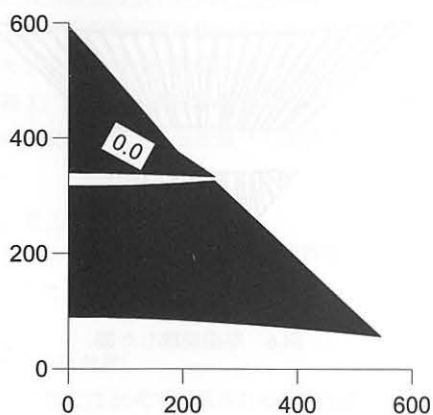
(a) たて糸方向 (N/cm)



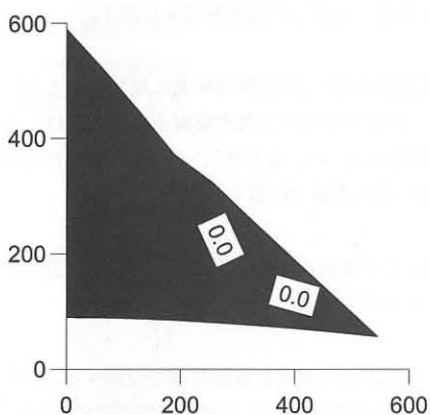
(a) たて糸方向 (N/cm)



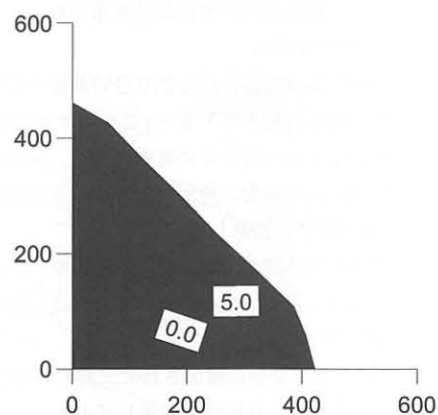
(a) たて糸方向 (N/cm)



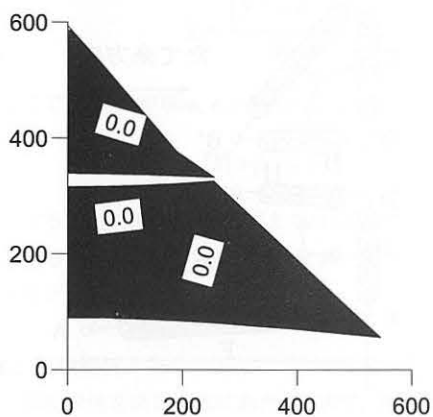
(b) よこ糸方向 (N/cm)



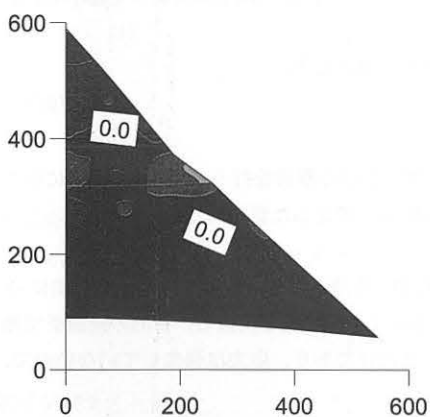
(b) よこ糸方向 (N/cm)



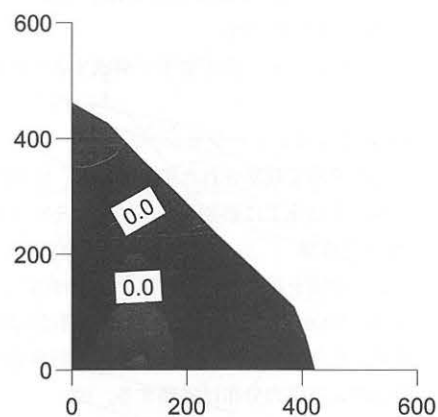
(b) よこ糸方向 (N/cm)



(c) せん断 (N/cm)



(c) せん断 (N/cm)

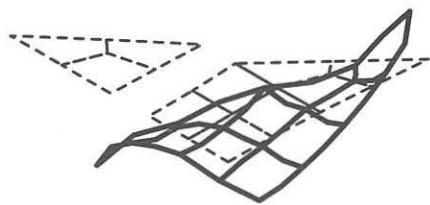


(c) せん断 (N/cm)

図9 自重による変形後の応力分布

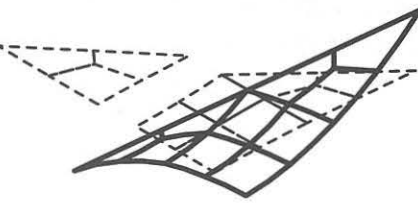
図11 2つの膜を接合した後の応力分布

図13 1つの膜に接合した後の応力分布



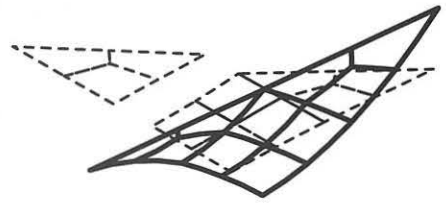
--- 変形前形状 — 変形後形状

図14 接合後18時間経過後の変形形状



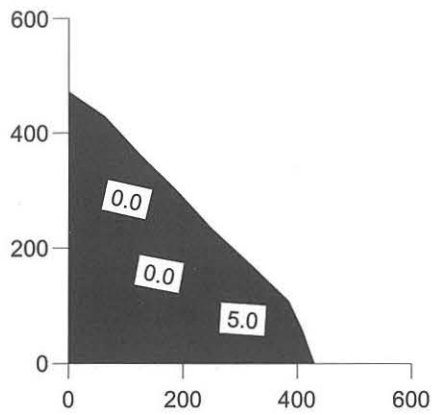
--- 変形前形状 — 変形後形状

図16 外周固定後の変形形状

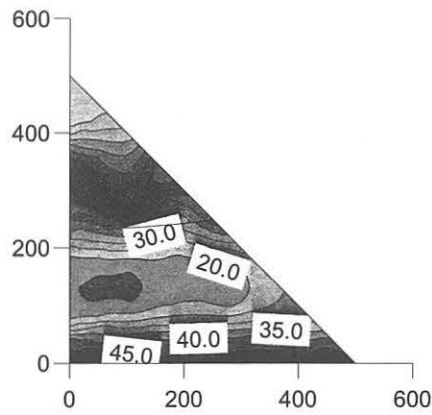


--- 変形前形状 — 変形後形状

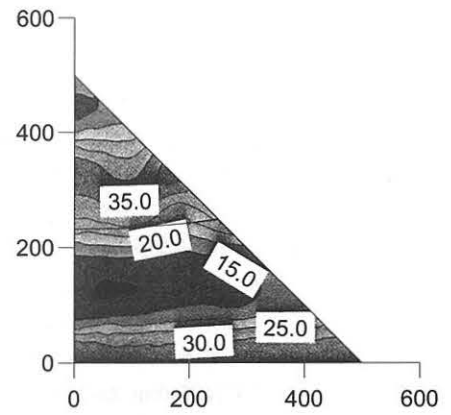
図18 1週間経過後の変形形状



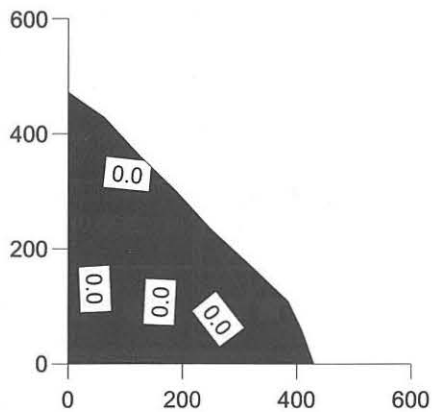
(a) たて糸方向 (N/cm)



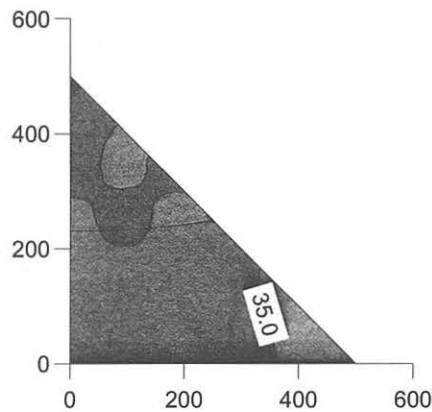
(a) たて糸方向 (N/cm)



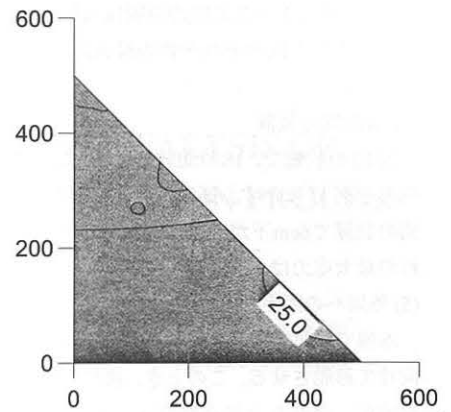
(a) たて糸方向 (N/cm)



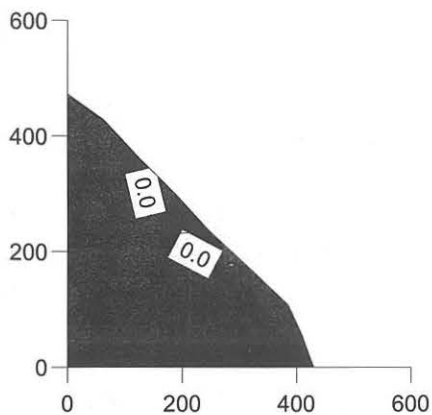
(b) よこ糸方向 (N/cm)



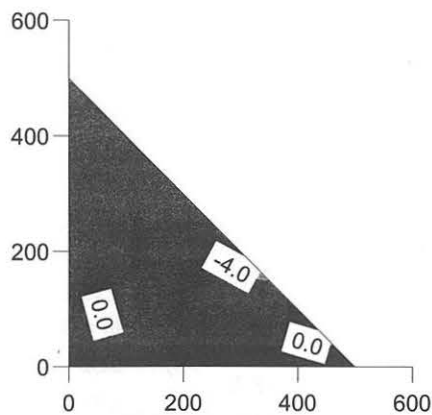
(b) よこ糸方向 (N/cm)



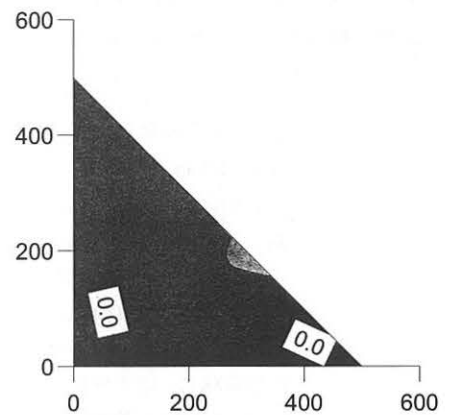
(b) よこ糸方向 (N/cm)



(c) せん断 (N/cm)



(c) せん断 (N/cm)



(c) せん断 (N/cm)

図15 接合後18時間経過後の応力分布

図17 外周固定後の応力分布

図19 1週間経過後の応力分布

節点群F, H, H' のY, Z方向を固定, 節点群I, KのX方向を固定とする。この状態で, 膜の自重を11.8N/m²と仮定し, -Z方向に載荷する。解析の結果, 図8の形状および図9の応力分布を得る。Z方向の最大変位は-55cmであった。また, たて糸方向とよこ糸方向のそれぞれの最大応力は5.1N/cm, 8.5N/cmであった。

(3) 膜の接合

図8の状態から2つの膜を接合する。まず, 境界条件は節点A, EのX, Y, Z方向を固定, 節点C, D, D'のX, Z方向を固定, 節点B, B'と節点群H, H'のZ方向を固定, 節点群FのY, Z方向を固定, 節点群I, KのX方向を固定とする。この境界条件下で, 辺BDと辺B'D'上の対応する節点間の距離をゼロにする。ここで, 距離をゼロにすることにより, その対応する辺を接合したと考え, 接合後は対応する節点の距離はゼロを必ず保つものとする。この接合には3時間かかるものと仮定する。解析の結果, 図10の形状および図11の応力分布を得る。Z方向座標が最も小さくなった節点の座標は-49cmであった。また, たて糸方向とよこ糸方向のそれぞれの最大応力は23.3N/cm, 7.0N/cmであった。

さらに, XZ平面对称な膜との接合を行い, 全体で一つの膜に接合することを想定し, 以下の解析を行う。境界条件は節点A, CのX, Y, Z方向を固定, 節点群FのY方向を固定, 節点Dと節点群I, KのX方向を固定とする。この境界条件下で, 節点AはY=0cm, Z=200cmへ, 節点CはX=0cm, Z=-200cmへ, そして, 節点Eと節点群FはY=0cmへ強制変位を与える。この接合には3時間かかるものと仮定する。解析の結果, 図12の形状および図13の応力分布を得る。節点EのZ方向の座標は-43cmであった。また, たて糸方向とよこ糸方向のそれぞれの最大応力は28.5N/cm, 11.3N/cmであった。

(4) 18時間の放置

図12の状態, 18時間放置する。放置後の形状を図14に, 応力分布を図15に示す。節点EのZ方向の座標は-49cmであり, 18時間の放置で6cm下がった。また, たて糸方向とよこ糸方向のそれぞれの最大応力は10.0N/cm, 6.7N/cmであった。

(5) 外周への固定

本報では問題を簡単にするために外周の節点を同時に境界形状に向けて移動させる。このとき, 境界条件は節点A, CのX, Y, Z方向を固定, 節点Bと節点群G, JのY', Z'方向を固定, 節点群FのY方向を固定, 節点Dと節点群I, KのX方向を固定とする。ただし, X' Y' Z'座標系とはXYZ座標系における点(0,500,-200)から点(500,0,200)に向いた方向がX'軸となるように, Z軸周りに $-\pi/2$ だけ回転し, さらに, Y軸周りに $-\tan^{-1}(2\sqrt{2}/5)$ 回転した座標系である。固定後の形状を図16に, 応力分布を図17に示す。節点EのZ方向の座標は-11.4cmであった。また, たて糸方向とよこ糸方向のそれぞれの最大応力は67.3N/cm, 72.5N/cmであった。

(6) 1週間の放置

外周を境界に固定し, その後, 1週間放置する。このとき, 境界条件は節点A, B, Cと節点群G, JのX, Y, Z方向を固定, 節点群FのY方向を固定, 節点Dと節点群I, KのX方向を固定とする。1週間の放置後の形状を図18に, 応力分布を図19に示す。節点EのZ方向の座標は-11.8cmであり, 1週間の放置によってZ方向に-0.4cmだけ変位した。また, たて糸方向とよこ糸方向のそれぞれの最大応

力は48.4N/cm, 54.3N/cmであった。最小応力はたて糸方向で9.8N/cm, よこ糸方向で27.8N/cmであった。縮小率を決定するにあたり用いた初期張力19.6N/cmに対して, たて糸方向では50~247%, よこ糸方向では142~277%であった。

4. 結語

前報⁷⁾にて提案した裁断形状決定手法に基づいた裁断形状の膜に対して, 本報では自重, および, 接合時の面外変形を考慮し, 実際の接合時により近い施工シミュレーションを行った。シミュレーションの結果, 施工が終了してから1週間後の状態でたて糸方向, よこ糸方向のそれぞれの応力は50~247%, 142~277%であり, 既報と同様に, 応力がばらつく結果を示した。なお, 縮小率を決定するにあたり定めた初期張力19.6N/cmを基準としている。前報のそれぞれ40~190%, 90~250%であったことと比べ, 全体的に応力が高い結果となった。これは, 前報では接合時の面外変形を拘束したため, 接合時に本報の場合に比べ高い応力が発生する部分が生じた。そして, クリープ量がより多くなり, 最終的な応力が小さくなったと判断できる。なお, 1週間の放置後の節点EのZ方向座標は既報の-12.3cmに比べ, 本報では-11.8cmであることから前報においてクリープ量が大きかったことがわかる。今後は施工シミュレーション結果を踏まえた縮小率および裁断形状の決定方法の提案を行う必要があると言える。

参考文献

- 1) T. Suzuki : An analytical method of geodesic line in membrane structure, IASS Int. Symp., Milano, Italia, Vol.2, pp.915-922, 1995
- 2) 坪田張二, 吉田 新: 最適化手法を用いた膜構造物の裁断図解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第395号, pp.101-110, 昭和64年1月
- 3) 八木孝憲, 萩原信幸, 大森博司, 松井徹哉: 膜構造物の釣合形状と裁断形状の同時解析手法に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第508号, pp.71-78, 1998年6月
- 4) 上谷宏二, 藤井英二, 大崎 純: 骨組膜構造物の初期張力場決定法, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), pp.827-828, 1997年9月
- 5) 上谷宏二, 大崎 純, 久保田英之: 境界ケーブルを有する膜構造物の裁断設計法, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), pp.1079-1080, 2000年9月
- 6) 藤原 淳, 大崎 純, 上谷宏二, 日本建築学会構造系論文報告集, 第545号, pp.103-109, 2001年7月
- 7) 加藤史郎, 吉野達矢: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析—曲率を有する形状の場合—, 膜構造研究論文集2000, No.14, pp.9~15, 2000年12月
- 8) 加藤史郎, 吉野達矢, 武田文義, 小野智子: 織構造格子モデルの構成則の検証—日本膜構造協会の試験法による実験結果との比較—, 膜構造研究論文集'96, No.10, pp.1~16, 1996年12月
- 9) 加藤史郎, 吉野達矢, 南 宏和, 瀬川信哉: 施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析—織構造格子モデルによる定式化と解析—, 膜構造研究論文集'98, No.12, pp.11~25, 1998年12月

- 10) 南 宏和, 山本千秋, 瀬川信哉, 河野義裕: 応力緩和後およびクリープ後の膜の材料非線形弾性解析に適用する2軸応力-ひずみ曲線の推定結果とその適合性, 膜構造研究論文集'98, No.12, pp.27~31, 1998年12月
- 11) 加藤史郎, 吉野達矢, 南 宏和: 膜の粘弾塑性を考慮した裁断形状決定, 膜構造研究論文集'99, No.13, pp.7~14, 1999年12月
- 12) 加藤史郎, 吉野達矢, 松本恵美, 武田文義: アイソパラメトリック曲面要素を用いた膜構造解析, 膜構造研究論文集'95, No.9, pp.9~21, 1995年12月
- 13) 石井一夫: 空気膜構造-設計と応用-, 1977年7月

VISCO-ELASTO-PLASTIC STRESS-DISPLACEMENT ANALYSIS OF MEMBRANE STRUCTURES FOR SIMULATING CONSTRUCTION PROCESS

- Curved membrane structure considering the self weight of membrane -

Shiro Kato*¹

Tatsuya Yoshino*²

SYNOPSIS

The present paper discusses a simulation for fixing the membranes and introducing initial tensions into curved membranes at construction sites. In this analysis, the cutting pattern of membrane is obtained by the method proposed previously. And the deformations by self weight of membranes are considered. In the present analysis eight-nóde isoparametric curved elements are applied to membranes structures to simulate the effects of creep and relaxation. The visco-elasto-plastic constitutive equation for the present analysis is adopted based on the previous researches of the previous authors.

From the results, the stresses of the membranes under fixing became small compared with the results of the previous paper. But, as well as the previous paper, the necessity of the cutting patterning method considering the visco-elasto-plastic characteristics of membrane material is shown.

*1 Prof., Department of Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of Technology, Dr. Eng.

*2 Advanced Structures R&D Department, Taiyo Kogyo Corporation, Dr. Eng.