

一方向懸垂吊膜屋根の風による静的変形の数値解析

中藤 誠二*, 木村吉郎**, 野村卓史***, 藤野 陽三****

梗 概

懸垂吊膜は簡易な構造形式であり、ダム施工時の防雨用の仮設構造物としての利用が検討されている。本研究では流体と吊膜の連成解析の第一段階として、ナビエ・ストークス方程式に基づく有限要素流体解析と2次元吊膜モデルを連成させて風による吊膜の静的変形と作用する空気力を求めた。流体と構造の連成の程度が大きいため、減速緩和法と変位に打ち切り制限を設けた荷重増分法により計算を安定化させる手法を用いた。その際、各計算ステップにおける変形状態に対する空気力を効率良く求めるためにALE法を応用した解析手法を構成した。サグ比と風速による流れ場と膜形状の変化を考察するとともに、既往の実験結果との比較を行った。

1. はじめに

ダム施工の期間短縮を目的としての防雨方法の開発が望まれている。強風時には回収することを前提とした単純で経済的な構造として、自重のみによる張力をもつ一方向型吊膜の適用が検討されているが、非常に軽量なためその対風安定性が問題となる。既往の実験¹⁾では、風速があるレベルを越えると、膜が風上側から上方に変位しはじめ、上に凸の形状に状態に近づくとともに、膜全体のねじれ変形が急激に進むダイバージェンスが生じることが明らかにされている。

このような吊膜屋根の対風挙動は、構造と流体の連成問題となり、その解析は一般に困難なものとなる。吊膜と流体の連成させた数値解析としては、片面を風にさらされた吊膜の動的応答に関するSimura²⁾、杉山、田村³⁾らの研究がある。吊膜構造以外の柔構造物と流体の連成解析としては、紙のフラッターを対象としたもの⁴⁾や血管内の血液の流れを対象としたもの⁵⁾などがあげられる。しかし、これらの解析は、主にフラッター現象を対象としたものであり、ダイバージェンス挙動を対象としたものは少ない。

そこで、本研究では数値流体解析を用いて、一様流中の一方向吊膜屋根のダイバージェンスへと至る静的変形挙動を明らかにすることを目的とする。

2. 解析手法

流体と膜状物体の連成解析は、数値的不安定が生じやすい。そのため、振動モードの限定、自由度の限定など変形に制限を加えることで不安定性を回避されるが、本研究の対象とする吊膜屋根は自重のみが作用し、風圧力によって大きく変形するため、変形には制限

を与えないこととし、代わりに空気力を準定常仮定で求めることで安定に解くことを考える。一般に翼や橋梁などの剛断面の場合は、迎角を変化させて静的空気力を求めることになるが、2次元吊膜の場合、両端固定とした場合でも、その形状は様々である。もっともらしい形状を順次求めていく方法として、変位量を制限した荷重増分法が考えられる。すなわち空気力分布を膜の変形量を制限して作用させることで懸垂状態から徐々に変化させ、それぞれの形状における空気力を求めていく。この手法では、その他の変形に関する制限を与えないでも安定した解析が可能である。

本研究では、研究の第一段階として2次元解析を行う。2次元吊膜は両端ピン支持のピン結合トラス要素によって表現する。2次元吊膜の両端は実際には主ケーブル2本で吊られた移動点となるが、解析は両端固定の状態で行う。そして、本研究が対象とする吊膜屋根は、ダイバージェンスが限界状態となることから、準定常仮定による空気力から、膜のつり合い形状を求め、順次求めていき、反転が始まった場合をダイバージェンスの発現と考えた。

ダム施工防雨用としての吊膜の場合、風向きが吹き上げとなるケースも考えられることから、迎角による特性の変化などを検討していく必要がある。本研究では、迎角0°のケースを主に対象とするが、迎角2°のケースについても一部解析を行っている。

解析はサグ比と風速をパラメトリックに変化させて、膜の反転の始まる風速、膜支持力の変化、流れの状態や風圧分布等について考察を行った。

3. 2次元膜のモデル化

本研究では、2次元膜をピン結合された30個のトラス要素として

* 関東学院大学工学部土木工学科 講師・博(工)

** 九州工業大学工学部建設社会工学科 助教授・Ph. D

*** 日本大学理工学部土木工学科 教授・工博

**** 東京大学大学院工学系研究科 教授・Ph. D

モデル化する。トラス要素では要素を直線材、断面一様、弾性体とし、軸力のみを考え、曲げ・せん断は無視する。トラス要素を用いた場合、変位が線形補間なので、流速双線形分布の四辺形要素で表されている流体領域と接触面での整合性がよい。また膜の挙動において重要な張力抜けの現象も再現することが出来る。

外力 \mathbf{f} と釣り合う内力 \mathbf{f}_{int} を求める問題を考える。釣り合い位置を求める方法として、荷重増分法と Newton-Raphson 法の混合法を用いた。

初期状態からの膜の変位を \mathbf{d}_0 とすると、そのときの内力（張力）は変位の関数として $\mathbf{f}_{int}(\mathbf{d}_0)$ と表される。内力は要素の無応力状態における長さを基準とした張力で表し、これを全体座標に座標変換して用いた。不平衡力 \mathbf{R} は

$$\mathbf{R} = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{int}(\mathbf{d}_0) \quad (1)$$

と表せる。 $\Delta\lambda$ を荷重増分の割合、 m を荷重増分の回数、 \mathbf{K}' を接線剛性とする、変位増分が

$$\Delta\mathbf{d}^{m+1} = \mathbf{K}'^{-1}(\mathbf{d}^m) \Delta\lambda \mathbf{R} \quad (2)$$

として求められる。ここに $\mathbf{d}^m = \mathbf{d}_0 + \sum_{i=1}^m \Delta\mathbf{d}^i$ である。接線剛性が節点変位 \mathbf{d} の関数であるため非線形となる。そこで精度を上げるために Newton-Raphson 法を用いて繰り返し計算を行う。荷重増分 $m+1$ 回目における繰り返し i 回目の変位ベクトルが

$$\mathbf{d}^{(i)} = \mathbf{d}^m + \sum_{j=1}^i \Delta\mathbf{d}^{(j)} \quad (3)$$

と表せるとき、 $i+1$ 回目の変位増分ベクトルは

$$\Delta\mathbf{d}^{(i+1)} = \mathbf{K}'(\mathbf{d}^{(i)})^{-1} (\Delta\lambda \mathbf{R} + \mathbf{f}_{int}(\mathbf{d}^m) - \mathbf{f}_{int}(\mathbf{d}^{(i)})) \quad (4)$$

となる。こうして収束条件

$$\left| \max \left(\frac{\Delta\mathbf{d}^{(i+1)}}{\sum_{j=1}^i \Delta\mathbf{d}^{(j)}} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (5)$$

を満たすまで繰り返し計算を行う。 ε の値は 1.0×10^{-6} とした。こうして $\Delta\mathbf{d}^{m+1} = \sum_i \Delta\mathbf{d}^{(i)}$ を得ることができ、最終的に外力 \mathbf{f} との釣り合い位置の節点変位が

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 + \sum_{i=1}^m \Delta\mathbf{d}^i \quad (6)$$

として求められる。ここに $\bar{m} (= 1/\Delta\lambda)$ である。

幾何学的非線形の影響が大きいと考えられるので、構成則にひずみの非線形成分を考慮したものを用いることとし、それに基づいて要素ごとの接線剛性 \mathbf{K}'_e は以下になる⁹⁾。

$$\mathbf{K}'_e = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}$$

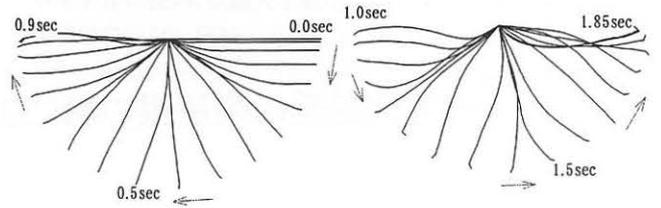


図1 2次元膜の一端固定自由落下

$$K_{xx} = \frac{EA}{l_0} \left[1 + \frac{2(u_2 - u_1)}{l_0} + \left(\frac{u_2 - u_1}{l_0} \right)^2 \right]$$

$$K_{xy} = \frac{EA}{l_0^2} (v_2 - v_1) + \frac{EA}{l_0^3} (u_2 - u_1)(v_2 - v_1)$$

$$K_{yx} = \frac{EA}{l_0^2} (v_2 - v_1) + \frac{EA}{l_0^3} (u_2 - u_1)(v_2 - v_1)$$

$$K_{yy} = \frac{EA}{l_0^3} (v_2 - v_1)^2 \quad (7)$$

u_i, v_i ($i=1,2$) は要素両端の x, y 方向の節点変位である。これを要素ごとに重ね合わせて全体接線剛性マトリクス \mathbf{K}' を求めた。

このようなモデル化を行った場合、非常にフレキシブルであるため数値的不安定が懸念される。そこで、将来的には、動的な解析を行うことも考えて、ここで得られた接線剛性マトリクスを用いて、 α 法による動的解析を行い⁷⁾、ここで用いる膜のモデル化の有効性を検討しておく。 α 法において変位増分を求める式は以下のようになる。

$$\left\{ \frac{\mathbf{m}}{\beta \Delta t^2} + \frac{\gamma \mathbf{c}}{\beta \Delta t} + (1 + \alpha) \mathbf{K}' \right\} \Delta\mathbf{d} = -\mathbf{m}\ddot{\mathbf{d}} - \mathbf{c}\dot{\mathbf{d}} - \mathbf{f}_{int} + \mathbf{f} \quad (8)$$

ここで \mathbf{m} : 質量マトリクス、 \mathbf{c} : 減衰マトリクス、 $\ddot{\mathbf{d}}$: 加速度、 $\dot{\mathbf{d}}$: 速度、 α : α 法におけるパラメータ、 β, γ : それぞれ Newmark の β 法におけるパラメータである。右辺は残差である。

対象としたのは、一端をピン支持された2次元膜を自由落下させた挙動である。パラメータの値は $\alpha = -0.05, \beta = 0.2756, \gamma = 0.55$ とし、減衰はなしとした。解析結果を図1に示す。一端をピン支持されて自由落下すると反対側まで達し(左図)、再び右側まで戻ってくる(右図)。途中、張力抜けの状態も生じたが、数値的に不安定な現象は発生せず、膜のような柔軟な構造物をトラス要素によってモデルした場合に安定に計算を行えることが分かった。

4. 流体に関する有限要素方程式

本研究では、計算の効率化を図るために2次元膜変形後の流体の状態を変形前の状態から求めることとし、ALE法に基づく定式化⁹⁾を行った。

4.1 ALE法に基づく流体の基礎方程式

ALE記述した Navier-Stokes 方程式と連続条件式に、SUPG(Streamline Upwind / Petrov - Galerkin)法⁹⁾を適用して離散化すると、以下の有限要素方程式が得られる。

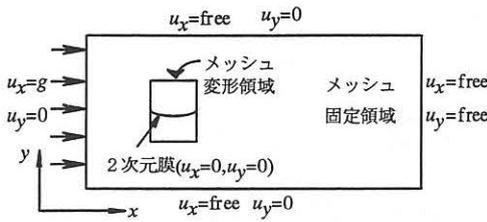


図-2 境界条件

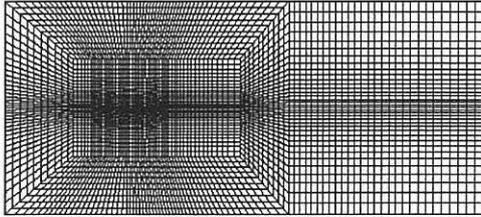


図-3 メッシュ図

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{N}\mathbf{v} - \mathbf{G}\mathbf{p} = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{G}'\mathbf{v} = 0 \quad \text{in } \Omega(t) \quad (10)$$

ここに \mathbf{M} : 質量マトリクス, \mathbf{a} : 節点加速度ベクトル, \mathbf{v} : 節点速度ベクトル, \mathbf{G} : 勾配に関するマトリクス, \mathbf{p} : 要素圧力のベクトル, \mathbf{f} : 物体力および境界における流体力からなるベクトルである. \mathbf{N} は対流項, 粘性項および人工粘性に関するマトリクスを便宜的にまとめて表したものでメッシュ移動速度を $\hat{\mathbf{v}}$ としたときの移流速度 $\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}$ の関数である. 要素には流速双線形, 圧力一定の四辺形混合補間要素を用いた.

時間積分には予測子・修正子法を用いた. $t = t_n$ から $t = t_{n+1}$ への計算における積分計算は次のようになる. 予測子 ($i=0$) は,

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{n+1}^{(i)} &= 0 \\ \mathbf{v}_{n+1}^{(i)} &= \mathbf{v}_n + \Delta t(1-\gamma)\mathbf{a}_n \quad \text{in } \Omega(t) \\ \mathbf{p}_{n+1}^{(i)} &= \mathbf{p}_n \end{aligned} \quad (11)$$

となる. Newmarkの β 法のパラメータ γ は $\gamma=0.55$ とした. 次式を解いて, 繰り返し数 $i=1$ における, 非圧縮条件を満足していない仮の加速度増分 $\Delta\mathbf{a}^{(i)}$ を求める.

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{M}}_{n+1}^{(i)} \Delta\mathbf{a}^{(i)} &= \mathbf{f}_{n+1} - \left(\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1}^{(i)} + \mathbf{N}\mathbf{v}_{n+1}^{(i)} - \mathbf{G}\mathbf{p}_{n+1}^{(i)} \right) \\ &\quad \text{in } \Omega(t) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで $\overline{\mathbf{M}}$ は \mathbf{M} のlumped massを表す. 次に, 連続の式を満たすように, 圧力増分が次式のポアソン方程式を解いて求められる.

$$\gamma\Delta t \mathbf{G}_{n+1}^{(i)\prime} \overline{\mathbf{M}}_{n+1}^{(i)-1} \mathbf{G}_{n+1}^{(i)} \Delta\mathbf{p}^{(i)} = -\mathbf{G}_{n+1}^{(i)\prime} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v}_{n+1}^{(i)} + \gamma\Delta t \Delta\mathbf{a}^{(i)} \\ \bar{\mathbf{v}}_{n+1} \\ \mathbf{d}_{n+1} \end{array} \right\} \quad \text{in } \Omega(t) \quad (13)$$

$\bar{\mathbf{v}}$ は速度が規定されている境界での速度であり, \mathbf{d} は膜に接する節点の速度である. 加速度増分は

$$\Delta\mathbf{a}^{(i)} = \Delta\mathbf{a}^{(i)} + \overline{\mathbf{M}}_{n+1}^{-1} \mathbf{G}_{n+1} \Delta\mathbf{p}^{(i)} \quad \text{in } \Omega(t) \quad (14)$$

となる. 修正された値は以下ようになる.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{n+1}^{(i+1)} &= \mathbf{a}_{n+1}^{(i)} + \Delta\mathbf{a}^{(i)} \\ \mathbf{v}_{n+1}^{(i+1)} &= \mathbf{v}_{n+1}^{(i)} + \gamma\Delta t \mathbf{a}^{(i)} \\ \mathbf{p}_{n+1}^{(i+1)} &= \mathbf{p}_{n+1}^{(i)} + \Delta\mathbf{p}^{(i)} \end{aligned} \quad \text{in } \Omega(t) \quad (15)$$

増分を求め修正する段階は2回行う. このようにして次ステップの流体の状態が得られる. それに対して, トラス要素でモデル化された2次元膜の節点に作用する空気力は以下ようになる.

$$\mathbf{f}_{n+1} = \mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} + \mathbf{N}\mathbf{v}_{n+1} - \mathbf{G}\mathbf{p}_{n+1} \quad \text{on } \Gamma_f \quad (16)$$

以上の数値流体解析手法を用いて, 平板周りの流体計算を行い, 平板に作用する空気力を求めた. その際, 板前縁部の剥離点を中心に平板近傍において, 要素ごとに圧力の値が交互に大小の値をとるチェッカーボードモード現象が見られた. これは流速線形・圧力一定要素の場合に見られる現象で, 正しい解に影響を及ぼさないゼロエネルギーモードである¹⁰. 事実, 膜軸方向の空気力に関して移動平均をとると前縁近傍の値を除いてほぼゼロとなる. そこで, 移動平均をとることで, 圧力が交互に大小となる影響を取り除いた. その結果, 薄翼理論によって得られる値と比較して, 十分な精度を有していることを確認した¹¹.

なお, 空気密度は 1.293kg/m^3 , 粘性係数を $1.71 \times 10^{-5}\text{kg/(m}\cdot\text{s)}$ としている.

5. 空気力による2次元膜の静的変形の解析

風により生じる膜の変形形状を得ることを目的として, 流体は動的に解くが, 膜に関しては静的解析を行うこととする. 解析の流れは図-4に示すようなもので, 数値流体解析により得られる空気力を, 減速緩和法を用いて膜に与えて, 混合法によって膜の静的変形を求める部分(図-4の(1)の部分)と, 変形が生じた後の膜に作用する空気力をALE流体解析を用いて効率良く求める部分(図-4の(2))に分けられ, この2つの部分の繰り返し収束計算となる. 以下この2つの部分について述べる.

5.1 空気力による2次元膜の静的変形の解析方法

膜に作用する空気力をそのまま外力として作用させて静的解析を行うと, それだけで膜が反転してしまうことがあり, 変形後の膜形状に作用する空気力と釣り合っている空気力とはかけ離れたものとなるため, 繰り返し計算の収束性は非常に悪くなる. そこで空気力に関して, 減速緩和法を用いることとした. 膜の形状決定には空気力の微妙な分布形状が影響し, 空気力の大きさの影響は小さい. 従って, 減速緩和係数を, 空気力の大きさによってではなく, 膜の変形量によって決めることで収束性が良くなると思われる. しかし, 減速緩和係数に用いる変位の決め方が難しいため, ここでは荷重増分法の各ステップにおいて変位の大きさを制限して行う方法を用いることとした.

具体的には次のようになる. 流体計算と静的変形解析の繰り返しにおける k 回目の初期状態からの膜の変位を \mathbf{d}_k と表す. この時不平

衡力は

$$\mathbf{R} = \mathbf{f}(\mathbf{d}_k) - \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_k) \quad (17)$$

となる。 $\mathbf{f}(\mathbf{d}_k)$ は膜形状 (\mathbf{d}_k) に対して流体解析を行って得られる空気力である。静的変形解析の荷重増分の過程において、膜節点の x 方向あるいは y 方向の最大変位が Δd_{max} を超えた場合には、実際に作用する空気力と計算に用いている空気力の差が大きくなると考え、荷重の増分を打ち切り、その状態での形状を $k+1$ 回目の膜形状とした。式で表すと次のようになる。まず $\mathbf{f}(\mathbf{d}_k)$ に対する荷重増分の繰り返し l 回目の変位増分を

$$\Delta \mathbf{d}^{(l)} = \mathbf{B}(l, \Delta \lambda \mathbf{R}) \quad (18)$$

と表す。ここに \mathbf{B} は 3 章で示した Newton-Raphson 法による繰り返し計算を含んだ手順を表す関数である。 $\Delta \lambda$ は荷重増分の割合である。荷重増分がある回数行ったときに、それまでの変位増分の和が次の条件に達したときに $k+1$ 回目の静的変形解析を終了することとした。

$$\max \left(\sum_{l=1}^m \Delta \mathbf{d}^{(l)} \right) > \Delta d_{\text{max}} \quad (19)$$

なお、変位増分は x 方向成分、 y 方向成分それぞれに対して判定条件を適用している。このとき、 $k+1$ 回目の変位は

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{d}_k + \sum_{l=1}^m \Delta \mathbf{d}^{(l)} \quad (20)$$

と表される。不平衡力 $\mathbf{R} = \mathbf{f}(\mathbf{d}_k) - \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{k+1})$ は次ステップに持ち越す。減速緩和係数は $m\Delta \lambda$ で表され、 $k+1$ 回目の減速緩和された外力（内力と等しい）は次のように表される。

$$\mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{k+1}) = \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_k) + m\Delta \lambda \{ \mathbf{f}(\mathbf{d}_k) - \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_k) \} \quad (21)$$

繰り返し計算が収束する場合、すなわち $\mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_{k+1}) = \mathbf{f}_{\text{int}}(\mathbf{d}_k)$ のときには、空気力と内力（膜の張力）のつり合い位置が得られる。風速を加速する間に、荷重増分 1 ステップで最大変位が Δd_{max} を超えるケースがあったが、計算が発散しない場合にはそのまま計算を続けた。

パラメータである最大変形量 Δd_{max} は、膜形状の変化に対する空気力の変化の大きさを考慮して設定することになる。値は試行錯誤的に決めたが、基本的には Δd_{max} を小さくすることで計算は安定に進めることができることから、はじめに 0.1cm に設定し数値的な不安定が生じた場合にはさらに値を小さくした。

5.2 2次元膜に作用する空気力を求める手法

前節のように膜の変形位置が定まると、過去（前ステップ）の流れ場を用いて現在の未知の流れ場を解くことができる。なお、新たな膜の変形位置に対して、新規に流れ場を求めることも可能であるが、計算時間を短縮するとともに、動的連成解析への拡張も考慮して、上述の手法を用いることとする。

その際、式(23)における変位増分 $\sum_{l=1}^m \Delta \mathbf{d}^{(l)}$ に対して、仮想的に速度、加速度を定める必要があるが、加速度一定で補間して2次元膜まわ

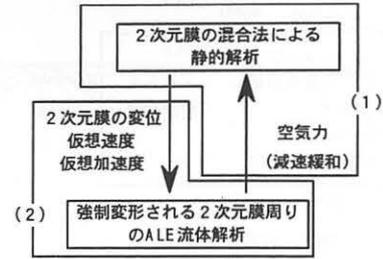


図-4 解析の流れ

りの流体の計算を行ったところ、空気力が流体の1ステップごとに振動する現象が見られた。振動は加速度が不連続になる直後に非常に大きくなり、徐々に収まる場合もあったが、数値的に発散する場合もあった。

そこで、膜の仮想的な運動によって、衝撃的な力が流体に与えられないように、加速度をなめらかに与えることによって、数値解のステップごとの振動を抑えることを考えた。具体的には、加速度、速度が変形時間の初めと終わりで0になるように、変形時間 T の間を加速度3次、速度4次、変位5次で次式のように補間した。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{d}}_{k+1}^n &= 60(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right) - 180(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^2 \\ &\quad + 120(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^3 \\ \dot{\mathbf{d}}_{k+1}^n &= 30(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^2 - 60(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^3 \\ &\quad + 30(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^4 \\ \mathbf{d}_{k+1}^n &= \mathbf{d}_k + 10(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^3 - 15(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^4 \\ &\quad + 6(\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \left(\frac{n\Delta t}{T} \right)^5 \end{aligned} \quad (22)$$

加速度をなめらかに与えた場合でも、変形時間 T が短い場合には流体の状態量が数値的に振動するため、流体計算の安定性を考慮して変形時間 T を設定した。値は試行錯誤によって決められるが、基本的には T を大きくとることで計算は安定に進めることができる。

なお初めに目的の風速にする際には、計算初期の不安定性を小さくするために、無風時を初期条件として、目的の風速まで徐々に流入風速を上げていった。流入風速を上げている間にも、計算時間の短縮のため、膜の変形解析を行い、風速とともに徐々に変形させることとした。ただし、計算の安定のため変形時間 T は大きくするとともに、風速上昇時には風速一定時に比べて空気力の変動が大きくなるため、荷重増分の割合 $\Delta \lambda$ をより小さな値とすることで、計算の発散を回避し、目的の風速まで達することとした。流れ場が定常状態に達した後、この節で述べた方法によって、流体解析と膜の変形解析の繰り返し解析を下に凸の収束形状が得られるまで行った。

6. 解析結果

本解析では2次元模型を対象とした奥田らの両端固定の一方吊

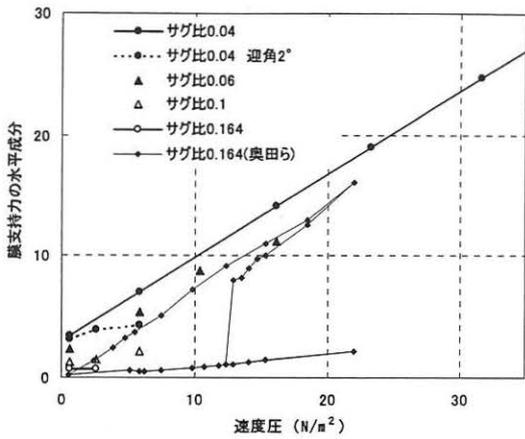


図-5 速度圧と膜支持力

膜屋根を対象とした実験¹²⁾を参照して諸元を定めた。弦長 B を70cmとしサグ比がそれぞれ0.04, 0.06, 0.10, 0.164である一方向吊膜を対象として解析を行った。膜の弾性係数は $2.0 \times 10^{10} \text{g} \cdot (\text{cm}/\text{s}^2)/\text{cm}^2$ 、線密度は $0.014 \text{g}/\text{cm}^2$ 、厚さは 0.0201cm である。

膜の両端を支持されて両面を風に曝された膜の状態には、以下の4つの状態がある¹²⁾。下に凸で自重でつり合っている状態、下に凸で風圧とつりあっている状態、上に凸で風圧とつりあっている状態、フラッター状態の4つである。本解析では、下に凸で風圧とつりあっている状態に対応する解析を行った。

サグ比0.04のケースでは、解析を行ったすべての風速(1~10m/s)において下に凸の収束形状が得られた。サグ比0.06のケースでも、解析を行ったすべての風速(1~5m/s)で下に凸の収束形状が得られた。一方、サグ比0.1のケースでは、3m/sまでは下に凸の収束形状が得られたが、5m/sでは得られなかった。サグ比0.164のケースでは、2m/sまでは下に凸の収束形状が得られたが、3m/sでは得られなかった。このようにサグ比が大きくなるにつれ、収束形状が得られる風速域が低風速域のみとなる。いずれも、収束形状が得られない場合は、風上側が上方に変位し始め、上に凸の形状に近づいていくことから、両端が移動点とした場合には、膜全体がねじれダイバージェンスに至ると考えられる。また、以上の結果から、サグ比が大きくなるにつれ、ダイバージェンスの発現風速が低くなる傾向が予想される。

次に、サグ比0.04で迎角 2° の場合(吹き上げを正とした)について解析を行ったところ、風速1, 2, 3m/sでは下に凸の形状が得られたが、風速4m/sで下に凸の形状に収束しなかった。実際には風向と吊膜は迎角を持つと考えられ、吹き上げの場合、ダイバージェンス発生風速は低くなるのが予想される。

速度圧 $\rho U^2/2$ と膜前線の水平張力との関係の解析結果を図-5に示す。サグ比0.164のときの既往の実験結果¹²⁾もあわせて載せているが、膜支持力はフラッター状態に比べて、下に凸または上に凸の状態の時の方が大きい。これは後者の方が、大きな剥離渦が生じることによると説明されている。

サグ比0.04のケースでは、膜前線の張力と速度圧の関係はほぼ線形であり、膜の自重による初期張力分を差し引くほぼ比例関係にある。これは空気力係数がほぼ一定であることを示しており、風速の

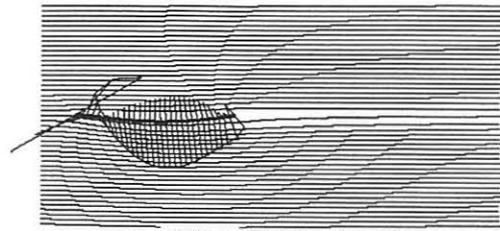


図-6 流線および空気力の分布形状
(サグ比0.04, 風速10m/s)

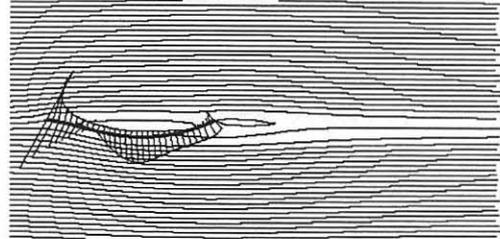


図-7 流線および空気力の分布形状
(サグ比0.10, 風速3m/s)

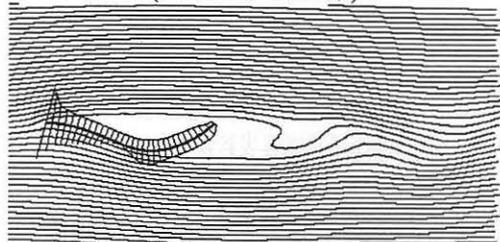


図-8 流線および空気力の分布形状
(サグ比0.164, 風速2m/s)

違いによる膜形状の微妙な変化が膜前線の張力に及ぼす影響は小さいと考えられる。膜支持力の水平方向成分 T_H を用いて張力係数を次式のように定めた。

$$C_T = \frac{T_H}{\frac{1}{2} \rho U^2 B} \quad (23)$$

これは図-5における直線の勾配を弦長 B で割った値である。下に凸の場合の解析結果は $C_T=0.974$ となり奥田らの実験値の約1.1と比較的近い値である。

サグ比0.06の場合は0.83となり、実験値約1.2より小さくなった。またサグ比0.10, 0.164の場合はそれぞれ0.23, 0.26となり実験値(約1.3と1.1)より大きく下回った。閉塞率が実験の方が高いのが原因の一つと考えられるが、解析において動的挙動が考慮されていないことが原因である可能性もある。

それぞれのサグ比で収束形状が得られた最大の風速における流線および空気力の分布形状を図-6~図-8に示す。空気力は節点ごとに上面、下面に分けてベクトル表示した(ベクトルの矢印の代わりに、それぞれの矢印の先端を線で結んで表示してある。端部が線で結ばれていないものは、膜に向かって作用する空気力を表す)。サグ比のわずかな変化も、剥離域の大きさや再付着点などの流れ場の特性に大きな影響を与えていることが分かる。サグ比が大きくなるにつれ、上向きの揚力が作用している範囲が広がる一方、下向きの揚力が小さくなっている。膜前線部が持ち上がることで、上向きの揚力が生じる範囲が広くなると考えられる。

図-9にサグ比0.04, 風速10m/s, 図-10にサグ比0.10, 風速3m/sのときの膜近傍の流速ベクトルを示す。サグ比0.04の場合には、剥

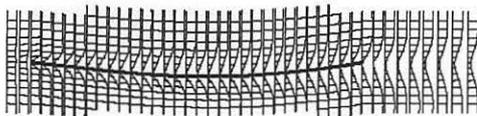


図-9 膜近傍の流速ベクトル
(サグ比0.04, 風速10m/s)

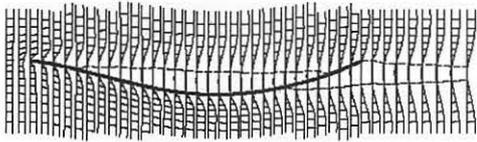


図-10 膜の近傍の流速ベクトル
(サグ比0.10, 風速3m/s)

離が生じていないのに対して、サグ比0.10の場合、およそ前縁から1/6付近で剥離し吊膜上側に伴流域が生じ、また風下側吊間下側において剥離が生じている。

7. まとめ

吊膜の対風応答の特性を明らかにするための第一段階として、数値流体解析と膜の静的応答を連成させた有限要素法による解析を試みた。本研究では2次元吊膜をピン結合されたトラス要素としてモデル化し、ALE法を用いた数値流体解析手法と組み合わせることで、サグ比、風速をパラメトリックに変化させて静的つりあい状態を求めた。数値流体解析によって得られる空気力と膜の張力とのつり合い位置を求める収束計算において、膜の変形の与え方を工夫することにより安定に解析することができた。サグ比と風速を変化させて解析を行った結果、以下のようなことがわかった。

- ・サグが小さい場合には、解析を行ったすべての風速でつり合い形状が得られた。この際、剥離はほとんど生じず、膜に作用する空気力は全面において下向きの揚力が支配的であることが分かった。
- ・サグが大きい場合には、低風速ではつり合い形状が得られたが、高風速では得られなかった。膜の上下面とも剥離を生じる複雑な流

れ場となり、下向きの揚力が小さくなる。これに伴い膜の張力が小さくなって、膜前縁部が持ち上がる。このことにより、さらに上向きの揚力が生じる範囲が広くなると考えられる。

- ・サグ比が大きくなるにつれ、ダイバージェンスの発現風速が低くなる傾向が推察された。

参考文献

- 1) 木村吉郎, 藤野陽三, 手塚寛之, 横沢和夫, 太田匡司: ダム施工時の防雨用吊膜屋根の対風挙動, 構造工学論文集, Vol.42A, pp. 867-872, 1996
- 2) M. Shimura and A. Sekine: Interaction analysis between structure and fluid flow for wind engineering, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* Vol. 46 & 47, pp. 595-604, 1993
- 3) 杉山真人, 田村哲郎: 大スパン建造物の空力不安定振動に関する数値的考察, 第16回風工学シンポジウム, pp. 243-248, 2000
- 4) 渡辺洋八郎, 磯貝紘二, 杉原正浩: 紙のフラッタに関する解析, 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集, No. 96-9, pp. 263-264, 1996
- 5) 田中太, 黒田成昭: 壁面が弾性変形する流れ場の計算, 第13回数値流体力学シンポジウム講演要旨集, p. 279, 1999
- 6) 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦: 有限要素法ハンドブック, II. 応用編, 培風館, 1981
- 7) 吉田裕, 魚地征一郎: 非線形動解析における直接時間積分の安定性向上に関する検討, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第17巻, pp. 525-530, 1993
- 8) 野村卓史: ALE有限要素法による流れ・構造連成解析への予測子・修正子法の適用と計算過程に関する技法, 土木学会論文集, No. 455, pp. 55-63, 1992
- 9) A.N. Brooks and T.J.R. Hughes: Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 32, pp. 199-259, 1982
- 10) 土木学会編: 風工学のための流れの数値シミュレーション法入門, 土木学会, 1992
- 11) 中藤誠二, 木村吉郎, 野村卓史, 藤野陽三: 吊膜の風による静的変形の2次元数値流体-構造連成解析, 土木学会論文集, No. 626, pp. 135-145, 1999
- 12) 奥田泰雄, 南宏和, 川村純夫, 中井重行: 風洞気流中に懸垂した膜の挙動, 日本風工学会誌, No. 63, pp. 189-190, 1995

NUMERICAL ANALYSIS ON WIND INDUCED STATIC DEFORMATION OF ONE-WAY TYPES OF SUSPENDED MEMBRANE

Seiji Nakato *
Kichiro Kimura **
Takashi Nomura ***
Yoza Fujino ****

SYNOPSIS

Suspended membrane was planned to use as rainproof cover on dam construction site. As the first step of fluid-membrane coupled analysis, wind-induced static deformation of a suspended membrane is computationally studied. The equilibrium shape of the membrane was obtained by coupling two dimensional finite element analysis of the air based on Navier-Stokes equation and that of membrane using truss elements. Modified ALE method was used to compute the aerodynamic force efficiently, and the underrelaxation method and the incremental load method were used to suppress the numerical instability. Property of flow-field and membrane shape with different sag ratio and wind speed was discussed. The computed results was compared with the previous experiment.

* Asst. Prof., Dr. Eng. Kanto Gakuin University
** Asst. Prof., Ph. D., Kyushu Institute of Technology
*** Prof., Dr. Eng. Nihon University
**** Prof., Ph. D. University of Tokyo