

平面矩形張力膜のしわ発生に関する実験的研究

呂 品琦^{*1)}

川口健一^{*2)}

梗 概

張力膜構造は大空間構造の一つの構造形式として、多く建設されている。膜材料は薄く、曲げ及び圧縮に抵抗しないため、しわが発生する。しわの発生は膜構造の力学性状及び美観に影響を与えるため、しわ発生時の応力状態及び変形状態の解析、しわ発生の予防および制御問題は重要な課題である。本研究では、平面矩形張力膜に一方向引張力下で発生するしわの発生機構及び特性を検討するために行った実験結果について報告する。

1. 研究背景

張力膜構造は大空間構造の中でもデザイン性の高い構造形式として、数多く建設されている。膜構造の特性として、曲げ剛性及び圧縮剛性が微小なため、圧縮力作用下で、しわが発生するという問題がある。しわの発生は張力の消失を意味し、膜構造の力学性状及び美観に影響を与えるため、しわ発生時の応力状態及び変形状態の解析や、しわの発生の予防および制御問題は膜構造の重要な課題である。

膜構造に発生するしわの問題については現在まで多くの理論的・実験的研究が行なわれてきている。理論解析の大部分は張力場理論と分岐座屈理論のいずれかの理論に基づいている。1929年 Wagner¹⁾は薄い矩形板 (Web) のせん断座屈によって最初に張力場理論を提案した。しかし、この理論はしわが膜面全体に発生する場合しか適用できなかった。その後 Reissner²⁾、近藤³⁾が平行ではないしわの理論を提案した。1961年 Stein&Hedgepath⁴⁾はポアソン比を変数と仮定し、部分的なしわの解析理論を提案した。Comer & Levy⁵⁾、及び Koga⁶⁾は内圧を受ける円筒膜に曲げが作用した時のしわの発生問題について考察した。Wu⁷⁾の研究はしわのひずみを付加変数と仮定した、非線形弾性膜の非線形しわ問題の最初の例である。1970年代には張力場理論を有限要素法に組み込む方法が研究されている。西村、本間⁸⁾等は張力場理論に基づいて有限要素法を用いて、膜構造のしわ波の発生現象を非線形解析問題とし

て、解析手法を提案した。

しかし、張力場理論ではしわの方向と発生領域しか得られない。一方、しわの詳細な形状を求める方法として、分岐座屈理論がある。Dean⁹⁾は面内振りを受ける円板の座屈モードを求める方法として、分岐座屈理論を提案した。鈴木¹⁰⁾等はしわ波問題を座屈問題 (固有値問題) とした解析手法を提案した。近年、宮村¹¹⁾は幾何学的非線形性を考慮した有限要素法を用いて分岐解析を行い、面内振りを受ける円形張力膜の実験と比較した。

しわの実験的研究は、いくつか報告されている。最も多く研究されているモデルは、円形の張力膜の振りによるしわの発生及び形状問題である。1964年 Mikulas¹²⁾は Stein の理論を円形張力膜の面内振りに展開して同時に円形の張力膜の振り問題の精密実験を行い、実験結果と理論値が良く一致することを示した。

せん断力を受ける膜のしわの発生問題は各種の実験がある。Mansfield¹³⁾は端部面内せん断力を受ける矩形膜のしわの発生について実験を行った。Moriya¹⁴⁾は張力場理論の解析手法を提案すると共に円形の穴を有する正方形板のせん断座屈の実験を行った。また、菊池¹⁵⁾は正方形無開口のフィルムがせん断荷重を受ける実験を行い、Wagner の張力場理論と比較した。

本研究では、単純な境界条件でありながら従来あまり調査されていない、一方向引張力下で膜に発生するしわについて、実験を行い、その発生性状について調査した。

1) 東京大学大学院工学系研究科

2) 東京大学生産技術研究所 助教授 工学博士

2. 研究目的

本研究では、一方向引張力により、平面矩形膜に発生するしわの本数及び形態を観察し、膜材料の材質及び材料形状による違いについて考察する。特に、複合材料としての膜材のしわについて観察するため、C 種膜材は、コーティングの無い基布についても同じ実験を行った。レーザー変位計を用いてしわの形状を測定した結果についても報告する。

3. 実験概要

3.1 実験モデル

本実験モデルの形状を図 1 に示す。平面矩形膜 ABCD の AB 端及び CD 端をクランプし、CD 端の x 方向に面内引張力を与える。荷重を与える端部では、引張方向のみローラーとして、y 方向には完全に固定する。AC 及び BD 端部は拘束なしの自由端状態としてある。

膜形状の影響を検討するため、材料のアスペクト比として 1:1、1:3 の二つのパターンについて、実験を行った。本実験では、35cm×35cm、35cm×105cm の大きさの試験体を用いた。

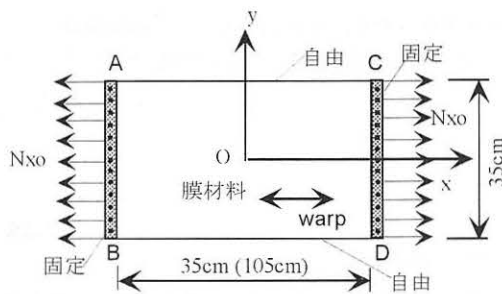


図 1. 実験モデル

3.2 実験装置

図 2、3 に実験装置の平面図と立面図を示す。写真 1 に実験装置の全景を示す。本実験装置は、長さ 3.00m、幅 0.83m、高さ 0.95m である。膜材料の一方の固定端部を 2 つの小型引張型ロードセルと接合し、膜材料の張力を計る。反対側の固定端部分にはワイヤーロープを通じて、ラチェットウィンチにより面内引張荷重を載荷する。試験体は最大 2t まで載荷可能である。載荷方向にはローラー支持とし、側境界は拘束しない。

本実験では、試験体の初期引張状態が、しわの発生に大きな影響を与える。初期固定時にしわが発生すること及び引張時に試験体の両端部が滑ることをさけるため、初期のセッティングは慎重に行わなくてはならない。膜材料の固定方法を図 4 に示す。

3.3 使用材料

本研究では、等方性及び直交異方性膜材料のしわ発生状態を把握するため、供試体として、等方性の ETFE フィルム、ポリエステル (PET) フィルム、また、直交異方性のコーティングされた C 種膜材料及びコーティングされていない C 種膜材料の基布の 4 種を選択した。各供試体に対して材料実験から求めた材料特性を表 1 に示す。

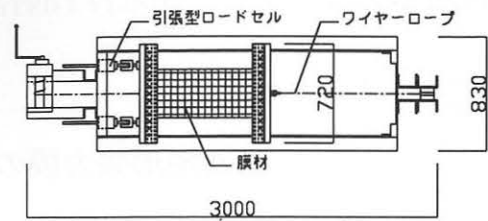


図 2. 実験装置の平面図 (単位 mm)

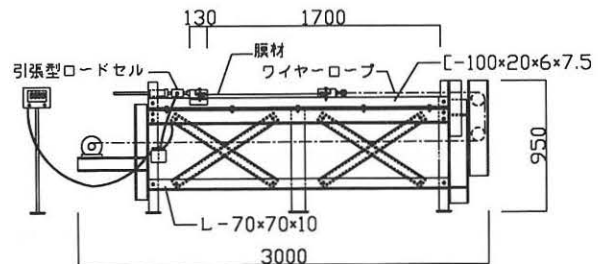


図 3. 実験装置の立面図 (単位 mm)

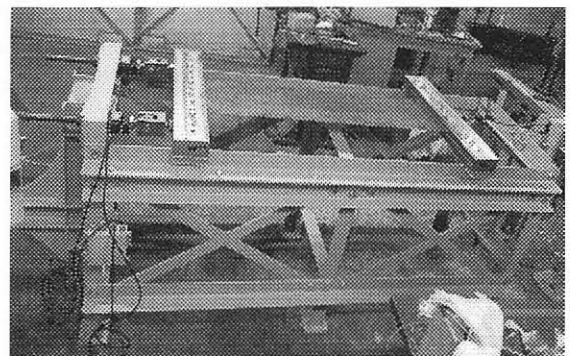


写真 1. 実験装置の全景

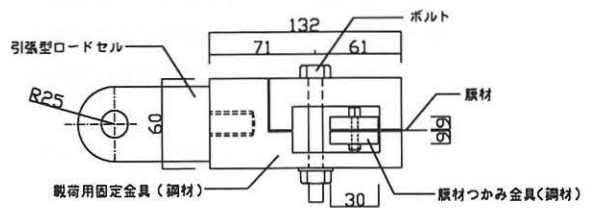


図 4. 膜材料の両端部のクランプ方法 (単位 mm)

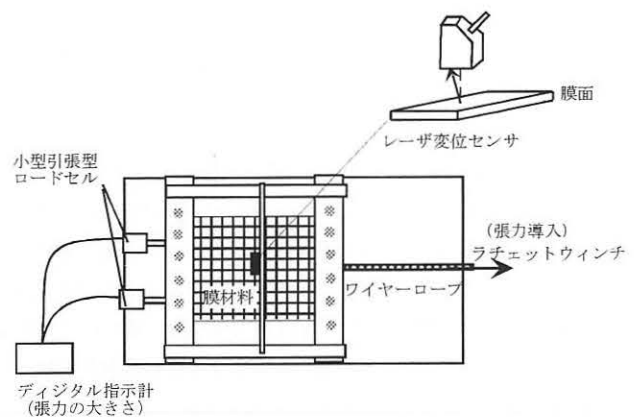


図 5. 測定システム

表 1. 試験材料定数表

材 料 名 称	厚さ (cm)	$E_1 t$ (Kgf/m)	ν_{12}	$E_2 t$ (Kgf/m)	ν_{21}	G_t (Kgf/m)
ETFE フィルム	0.010	81	0.09	—	—	37
PET フィルム	0.021	813	0.20	—	—	339
C 種膜材料	0.061	24300	0.55	22700	0.51	2419
C 種膜材料の基布	0.052	13762	0.76			

3.4 試験の測定項目

本実験の測定項目は、以下の3つである。

(1) 引張力

小型引張型ロードセルにより、導入される引張力の大きさをデジタル指示計に表示する。

(2) ひずみ (35cm×105cm の供試体のみ)

引張力を受ける供試体の全体的な歪及び形状の変化を測定するため、膜面の x 方向と y 方向に 5 cm 格子に線を引き、しわ発生時に各格子の伸び量と縮小量を電子ノギスで測定する。また、膜材料の引張方向の伸び量及び垂直方向の縮み量を矩尺で測定する。

(3) レーザ変位計

膜材料のしわの形状を測定するため、非接触レーザ変位計を採用し、膜の面外変形を計測する。膜材料の引張方向に 5 cm 間隔、垂直方向に 1 cm 間隔で対象物との距離を計測、膜のしわの断面形状及び全体形状を測定する。

図 5 に実験装置の測定システムを示す。

4. 実験結果

4.1 しわの発生及び形状

試験結果を表 2 に示す。また、各供試体のしわの発生形状を写真 2～7 に示す。

レーザ変位計で計測した各供試体のしわ発生時の膜の形態を面外変位を拡大して描くと、図 6 に示すようになる。載荷側端部から供試体の長さの 1/2、1/4 の部分の断面 (写真 5-7 参照) でのしわ波の断面図を図 7、8 に示す。

表 2. しわ発生の状態

材 料 名 称	供試体 サイズ(cm)	しわ発生荷重 (kgf)	しわ本数 (本)
ETFE フィルム	35×35	4	5-6
	35×105	45	6
PET フィルム	35×35	456	4
	35×105	650	3
C 種膜材料	35×35	1100 まで載荷	無し
	35×105	800	2-3
C 種膜材料の基布	35×35	500 まで載荷	無し
	35×105	250	5-6

4.2 膜面のひずみの測定

本実験では、膜面に 5 cm の間隔の格子に線を引き、各格子の辺の変位を測定する事で、膜材料の歪を計算する。35×105cm の供試体のしわ発生時の歪を図 9 に示す。

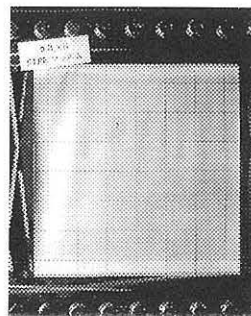
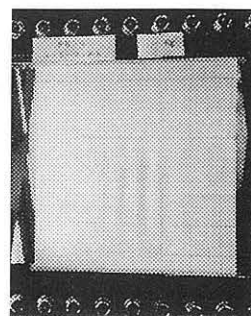
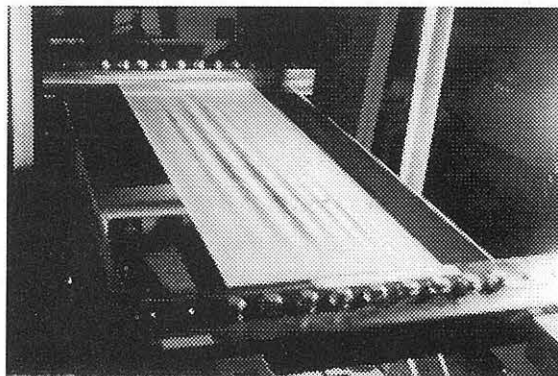
写真 2.
ETFE フィルムのしわ
(35×35cm)写真 3.
PET フィルムのしわ
(35×35cm)

写真 4. ETFE フィルムのしわ (35×105cm)

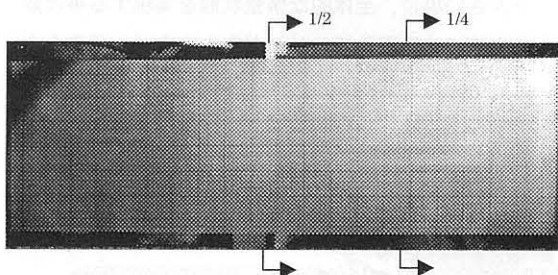


写真 5. PET フィルムのしわ (35×105cm)

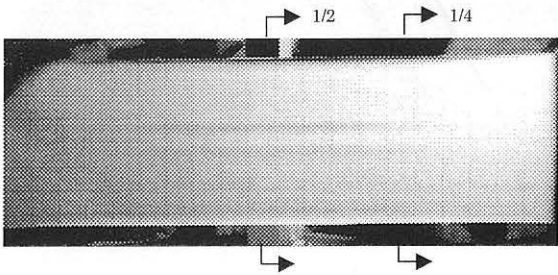


写真 6. C 種膜材料のしわ (35×105cm)

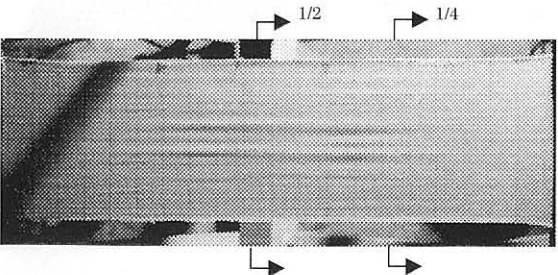


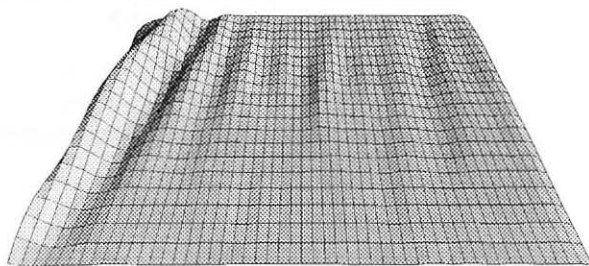
写真 7. C 種膜材料の基布のしわ (35×105cm)

5. 考察

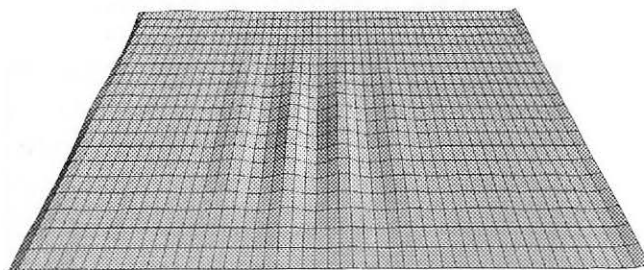
5.1 材料の影響

本実験では、しわの発生荷重及び形状に対する材料の剛性の影響を比較するため、材料として薄く柔らかいものと厚く硬いものを用いて実験を行った(表1参照)。材料 ETFE フィルムは、比較的薄く柔らかいものを用いた。引張力を載荷すると同時にしわが発生し、しわの本数も多く、この時面外変位も大きい事が分かった(図7)。ただし、しわが端部に発生している部分もあり、固定方法の不具合によって発生したしわである可能性もある。PET フィルムは ETFE フィルムより硬く、厚いものを用いたので、荷重を載荷するとまず最初に膜面が緊張し、ある荷重レベルで突然しわが発生した。これは板の座屈に似た発生機構であったと言える。C 種膜材料(35×105cm)も板の座屈のように、ある荷重で突然しわが発生した。

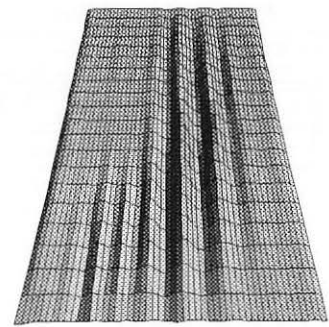
C 種膜材は通常の C 種膜材料及びコーティングの無い基布の両者の引張実験を行い、しわ形状を比較した。アスペクト比が 1:3 の時(35×105cm)には両者共にしわが発生した。図8の断面図から見ると、基布の方はしわが細かく、本数が多い。C 種膜材料は引張荷重によって、最初に緊張した状態になり、荷重が 700kgf の時に突然小さなしわが発生し、800kgf で板の座屈波のような、大きなしわが中心部に発生した。C 種膜材料の基布は織物のため、柔らかく、境界条件を良好に保つのは難しかった。特にアスペクト比が大きい場合、全体的な緊張状態を実現する事は難しい。しわの発生時には小さく細いしわが発生するが、荷重をさらに上げると、いわゆるクリンプ交換により、縦糸が引張力を負担し、横糸が中央に引き寄せられ、両側の自由端では縦糸との分離が発生した。



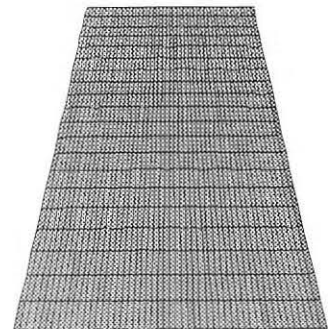
(a) ETFE フィルム (35×35cm)



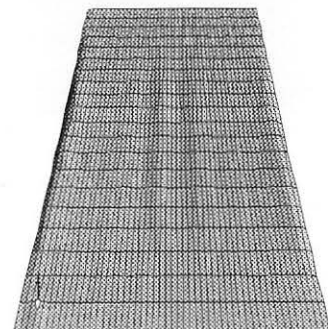
(b) PET フィルム (35×35cm)



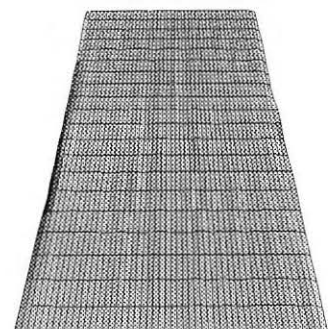
(c) ETFE フィルム (35×105cm)



(d) PET フィルム (35×105cm)



(e) C 種膜材料 (35×105cm)



(f) C 種膜材料の基布 (35×105cm)

図6. レーザー変位計によるしわの測定図

5.2 アスペクト比の影響

本試験では、供試体の形状の変化におけるしわの発生の影響を検討するため、アスペクト比が1:1 (35×35cm) と1:3 (35×105cm) の2つタイプのモデルについて試験を行った。アスペクト比が1:1の時にはC種膜及びC種膜材料の基布のいずれもしわは発生しなかったが、アスペクト比1:3の供試体では、引張荷重の増加に伴いしわが発生した。以上よりアスペクト比が大きくなるとしわは発生し易くなることが観察された。

5.3 しわ波の振幅

図7を見ると、ETFEの端部で大きな変形が見られるが、これは初期固定状態に問題があったと思われる。PETフィルムは中心部に大きなしわが発生している。図8に35×105cmの各材料のしわ発生状態を示す。薄く柔らかく、曲げ剛性が小さいETFEフィルムでは、載荷と同時にしわが発生した。しわの最大面外変位（しわ波の振幅）は試験材料の中で最大であり、中心部のしわ波の振幅は2.95mm程度で、材料の厚さの30倍もあり、しわの本数も多い。一方、C種膜材料では中心部に大きなしわと両側に2つ小さいしわが発生している。しわ波の振幅は約0.32mmで材料の厚さの約1/2である。各材料とも端部が面外に変形している。PETフィルムとC種膜材料基布のしわ波の振幅は小さく、波長も短い。C種膜材料基布の振幅は材料の厚さに対して約1/3となっている。しかし、コーティングした膜の中央部のしわ波は滑らかであるのに対し、基布のしわ波には滑らかさがない。各材料のしわ波の振幅、波長と材料の厚さの関係を表3に示す。ただし、中央部の波は材料によらず、中央点付近で最大であるので、この波を用いて振幅、波長を計算した。また、振幅は波のz座標の最小値から最大値の値を取っている。

この表から、波長はアスペクト比によらず材料に固有であることが予想される。

5.4 歪分布

図9に各材料の歪の分布データを示す。各材料のデータを比較すると、ETFEは小さい荷重においてすぐしわが発生したため、歪が小さく、面内変形も小さかった。いずれもしわ発生時の変形状態であるため、縦歪に対する横歪の割合は表1に示された、ポアソン比よりも大きな値となっている。引張荷重を受けた時の歪はC種膜材料の基布が最も大きかった。C種膜材のしわ発生荷重は、基布の3倍以上であるにもかかわらず、C種膜材料しわ発生時の歪分布はC種膜材料の基布におけるしわ発生時の歪より小さいことが分かる。これより、C種膜材の面内剛性におよぼすコーティング材の影響が大きいことが分かる。

6. まとめ

本研究では、平面矩形膜材料が一方向の引張力を受ける時のしわの発生に関する試験を行った。膜材料の材質及び形状によるしわの影響について、定性的な考察を行った。

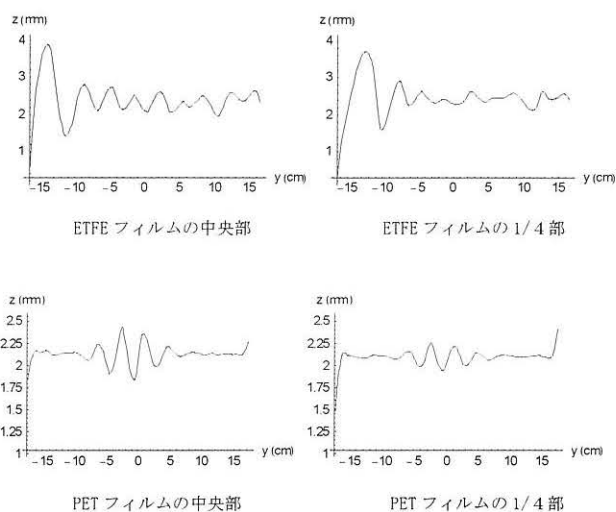


図7. 35×35cmモデルのしわ断面図

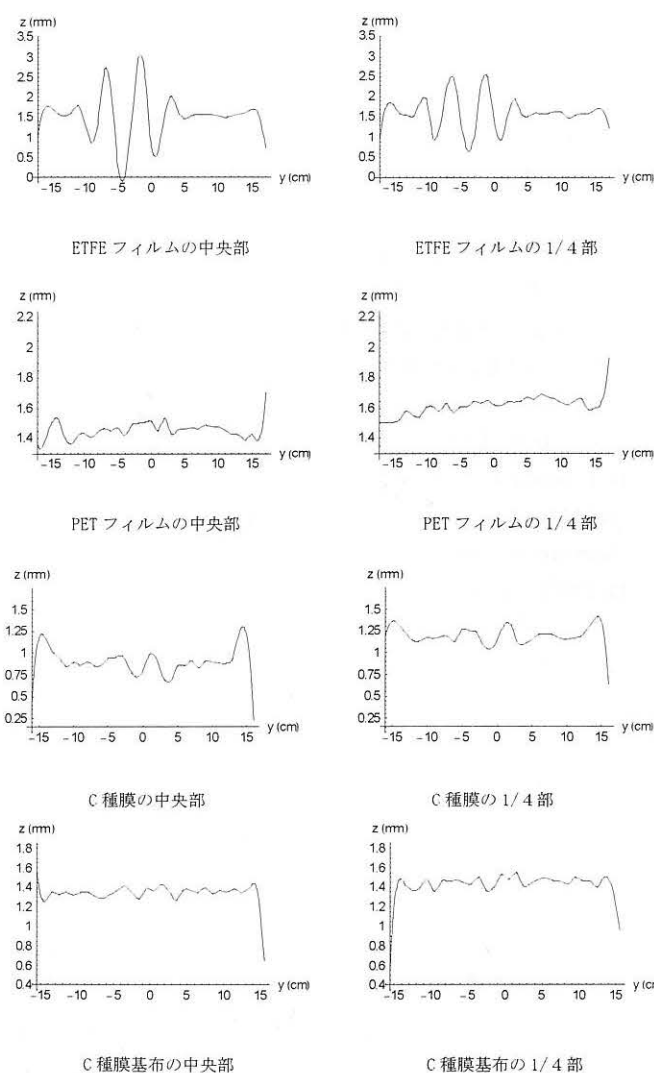


図8. 35×105cmモデルしわ断面図

謝辞:

本研究は財団法人能村膜構造技術振興財団の助成を受けて行った。ここに、記して謝意を表します。又、本研究に対し貴重な助言を頂きました、太陽工業(株) 小田憲史氏、林政秀氏に深く感謝します。

実験においては東京大学大学院工学系研究科修士課程榎本信隆君、小林充君、金子雅彦君の協力を受けた。謝意を表します。

参考文献:

- [1] H. Wagner: Ebene Blechwandträger mit sehr dünnem Stegblech, ZFM, Vol. 20, No. 8 (pp. 200-207), No. 9 (pp. 227-233), No. 10 (pp. 256-262) No. 11 (pp. 279-284), No. 12 (pp. 306-314), 1929
- [2] E. Reissner: On Tension Field Theory, Proceedings of the 5th International Congress for applied Mechanics, Harvard University & M. I. T., pp. 88-92, 1938
- [3] 近藤一夫: 平面張力場の一般解, 日本航空学会誌, 第5巻, 第41号, pp. 285-299, 昭和13年9月
- [4] M. Stein and J. H. Hedgepeth: Analysis of Partly Wrinkled Membrane, NASA TN D-813, 1961. 7.
- [5] R. L. Commer and Samuel Levy, Deflections of an Inflated Circular-Cylindrical Cantilever Beam, AIAA Journal, Vol. 1, No. 7, July, 1963
- [6] 赤坂隆, 古賀義郎: 片持ち与圧膜柱のリンクリングについて, 日本航空学会誌, 第16巻, 第171号, pp. 101-108, 昭和43年4月
- [7] C. H. WU: Nonlinear Wrinkling of Nonlinear Membranes of Revolution, Transactions of The ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 45, pp. 533-538, Sept. 1978
- [8] 西村敏雄, 登坂宣好, 本間俊雄: 有限要素法による張力場解析手法について, 日本建築学会構造系論文報告集, 第351号, 1985, pp. 76-83
- [9] W. R. Dean: The Elastic Stability of an Annular Plate, Proc. Roy. Soc. Lond. A. 106, pp. 268-284, 1924
- [10] T. Suzuki, T. Ogawa, S. Motoyui and T. Sueoka: Investigation on Wrinkling Problem of Membrane Structure, Proceedings of IASS-MSU Symposium on Domes from Antiquity to the Present, 1988, pp. 695-702
- [11] 宮村倫司, 半谷裕彦: 回転対称膜構造に発生するしわの有限要素法による解析, 日本建築学会構造系論文集, 第481号, 1996, pp. 63-70
- [12] M. M. Mikulas, Jr: Behavior of a Flat Stretched Membrane Wrinkled by the Rotation of an Attached Hub, NASA TA D-2456, Sept. 1964
- [13] E. H. Mansfield: Load Transfer Via A Wrinkled Membrane, Proc. Roy. Soc. Lond. A. 316, 269-289, 1970
- [14] K. Moriya, M. Uemura: An Analysis of the Tension Field after Wrinkling in Flat Membrane Structures, IASS 1971, Tokyo and Kyoto
- [15] 菊池重昭: 張力場理論に関する研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 昭和48年(東北), 621-622
- [16] 半谷裕彦 呂品琦: 平面膜のしわ解析—その1 研究背景と基本仮定, 日本建築学会大会学術講演梗概集'98年(九州), 1005-1006
- [17] 呂品琦, 半谷裕彦: 平面膜のしわ解析—その2 矩形張力膜の座屈解析としわ解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集'98年(九州), 1007-1008
- [18] 呂品琦, 半谷裕彦, 川口健一: 矩形張力膜のしわ解析, 膜構造研究論文集'98, 37-42

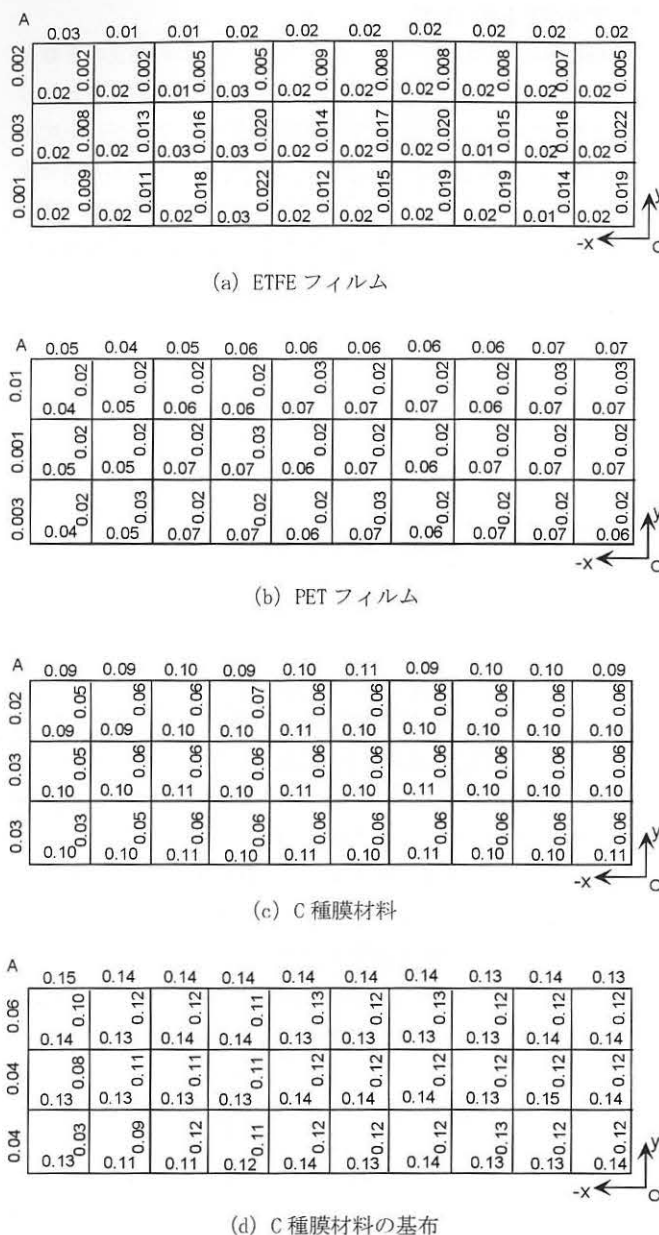


図9. 膜面の歪分布(実験値)(座標軸は図1を参照)

表3. 中央部におけるしわ波の振幅、波長と材料厚さの関係

項目	厚さ (mm)	振幅 (mm)	振幅/厚さ	波長 (mm)	波長/厚さ	横歪/縦歪
ETFE フィルム 35×35cm	0.10	0.57	5.7	40	400	—
PET フィルム 35×35cm	0.21	0.59	2.80	40	190	—
ETFE フィルム 35×105cm	0.10	2.95	29.50	50	500	0.85
PET フィルム 35×105cm	0.21	0.10	0.48	30	143	0.33
C 種膜材料 35×105cm	0.61	0.32	0.52	40	66	0.60
C 種膜材料基布 35×105cm	0.52	0.17	0.32	30	58	0.89

The Experimental Study on Wrinkling Performance of Rectangular Tensioned Membrane Structures

Pinqi Lu^{*1)}

Ken'ichi Kawaguchi^{*2)}

SYNOPSIS

Tensioned membrane structures have been built as one type of large spatial structures. Thin membrane has small flexural stiffness. It will wrinkle rather than support compression stress. The wrinkling is not only effecting on the appearance of a building but also the reason of failure under the repetitive deformation. The wrinkling of membrane becomes a common problem. The research on wrinkling of membrane has attracted substantial attention. In this paper, we present the wrinkling performance of rectangular tensioned membrane structures under one directional tensile force. An experiment research is introduced. The occurrence of wrinkling, the influence of material character and shape is described.

1) Graduate School of Engineering, University of Tokyo

2) Associate Professor, Ph.D-Eng. Institute of Industrial Science, University of Tokyo