

膜の粘弾塑性特性を考慮した裁断形状決定

加藤史郎^{*1}

吉野達矢^{*2}

南 宏和^{*3}

梗 概

実際の膜構造の施工を考えると、膜を部分的に引張って張力を導入するため、局部的に応力集中が生じたり、圧縮力が働きしわが生じたりする。また、張力導入に掛かる時間は、規模にもよるが、数時間から数日におよぶこともある。このため、膜材料の応力・ひずみ関係は弾塑性特性のみならず、粘性特性まで現れ、膜材料の張力は張力導入の間に増減する。

そこで、本研究では自重を考慮した平面膜構造を対象とし、想定した施工手順に基づいて張力導入を行った時に、張力導入後から1週間後の状態で応力分布がある程度均一になるような裁断形状を繰り返し試行から求める。この裁断形状を用いた場合において、張力導入時にどのような応力集中が生じているか、また、導入後の応力分布などの分析を行う。

1. 序

膜構造物を施工する上で膜材料の裁断形状を決定する必要がある。この裁断形状を決定する上で、まず、複雑な非可展開曲面の平面展開が問題となる。石井¹⁾、安宅ら²⁾は曲面上の任意の2点を結ぶ最短曲線、つまり、測地線を求め、曲面の平面展開を行っている。よって、形状解析による初期釣り合い曲面から測地線を利用して展開図を作成し、導入する初期張力による伸び量を考慮して裁断図が作成される。坪田ら³⁾はこの裁断された膜を接合して膜の応力および形状を求める手法を示し、接合された膜が所定の境界位置に固定された状態と裁断図作成のためにもとにした初期釣り合い状態とでは膜面の応力に差異があることを示している。さらに、接合された膜が所定の境界位置に固定された状態が、初期釣り合い状態を精度よく実現するために、最適な裁断形状を求める手法を提案している⁴⁾。最近では、八木・大森⁵⁾は裁断形状と初期釣り合い形状を未知とし、初期釣り合い形状での膜応力と設計膜応力との差が最小となるような裁断形状と初期釣り合い形状を同時に求めている。また、大崎ら⁶⁾は設計者が希望する釣り合い形状と目標応力分布の2つの競合する目的の妥協解を求めている。さらに、裁断形状の変化に合わせて繊維方向を変化させることにより、応力分布が改善されるこ

とを示している¹⁰⁾。また、目標応力分布と外力作用時の仕事量の両方を2段階で最適化する手法が提案されている¹¹⁾。これらの方法⁷⁾では直交異方性弾性体の構成則を用いている。ただし、大崎ら¹⁰⁾の研究では、目標応力レベルで応力・ひずみ関係を定義しており、目標応力レベルにおいてより現実的なひずみが得られるモデルを用いている。

実際の膜構造の施工を考えると、膜を部分的に引張って張力を導入するため、局部的に応力集中が生じたり、圧縮力が働き、しわが生じたりする。また、張力導入に掛かる時間は、規模にもよるが、数時間から数日におよぶこともある。このため、膜材料の応力・ひずみ関係は弾塑性特性のみならず、粘性特性まで現れ、膜材料の張力は張力導入の間に増減する。つまり、膜材料の粘弾塑性特性を考慮した裁断形状決定が必要であると言える。そこで、著者らは前報¹²⁾において、張力導入に掛かる時間を想定し、数種の張力導入手順により張力導入後の応力分布の比較を行った。ただし、平面膜を対象とし、面外には変形できないものを仮定した。この結果から、局部的に引っ張っている部分では応力集中が生じるが、張力導入終了時には応力が減少していること、張力導入終了時のみならず、終了から1週間後においても張力分布に不均一性が生じていることがわかった。このことから、張力導入後に設計張力を満足するような曲

*1 豊橋技術科学大学建設工学系・教授、工博

*2 太陽工業（株）技術本部、博士（工学）

*3 太陽工業（株）空間技術研究所・所長、工博

面を得るためには、膜の粘弾塑性特性のみならず、施工手順まで考慮した裁断形状決定法が必要となることが理解できた。

そこで、本研究では、正方形平面膜構造を対象とし、(1)導入する初期張力から仮定した縮小率を用いて裁断形状を定め、(2)無応力状態の平面膜に膜材料の自重を作用させ面外たわみを求め、その後、(3)実際の施工を模擬するような張力導入手順で張力導入を行う。この結果をもとに、(4)張力導入から1週間後の状態で応力がほぼ均一になるように裁断形状を変更し、再度、同じ計算を繰り返す。応力分布がある程度均一になるまで、この試行を繰り返す。(5)このようにして得られた裁断形状を用いた場合において、張力導入時にどのような応力集中が生じているか、また、導入後の応力分布などの分析を行う。

なお、本報では、膜材料A種(四フッ化エチレン樹脂コートガラス繊維平織物)を対象とする。

2. 第1近似縮小率の決定

前報と同様に、西川ら¹³⁾によって示されている従来の縮小率の決定方法に基づいて縮小率を定める。織構造格子モデルを用いて応力(16kgf/cm:16kgf/cm)までの載荷と除荷を3回繰り返す。3回目の載荷の2kgf/cmにおけるひずみを読み取る。織構造格子モデルに基づいた構成方程式の定式化は既報¹⁴⁾が詳しいので、本報では省略する。また、織構造格子モデルを構成する部材の諸定数には、既報でこの膜材料の粘弾塑性特性を用いる。粘性に関する諸定数は張力導入後1週間の応力緩和試験との比較が行われた値であり、それ以上の期間については妥当性の検討が行われていない。なお、織構造格子モデルの諸定数には既報^{12,15)}において膜材料の応力・ひずみ関係を十分に表現可能であることを示した表1、2に示す値を用いる。図2にその応力・ひずみ曲線を示す。この結果より、たて糸方向に0.3%、よこ糸方向4.4%を縮小率の第1近似として採用する。

表1 織構造格子モデルの諸定数

$$a_0 = 0.1375\text{cm}, b_0 = 0.1000\text{cm}, \bar{a}_0 = a_0/3, \bar{b}_0 = b_0/3, \theta_0 = 36.0^\circ, h_{\xi 0} = 0.0102\text{cm}, h_{\eta 0} = 0.0162\text{cm}$$

要素	A_0 (cm^2)	ℓ_0 (cm)	E_1, E_1' (kgf/cm^2)	E_2, E_2' (kgf/cm^2)	E_3, E_3' (kgf/cm^2)	$\epsilon_{y1}, \epsilon_{y1}'$ (%)	$\epsilon_{y2}, \epsilon_{y2}'$ (%)	n	m_1	m_2
A	0.0016/2	0.0470	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
AA	0.0016/2	0.0458	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
B	0.0016/2	0.0371	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
BB	0.0016/2	0.0333	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
C	0.0020/2	0.1375	34000, 34000	13500, 9000	6800, 2000	0.30, -0.06	1.20, -1.20	0.00	0.07	0.50
D	0.0020/2	0.1000	31500, 31500	12500, 12500	4000, 4000	0.30, -0.35	0.70, -0.70	0.00	0.08	0.50
E, F	0.0014	0.1700	5100, 5100	0, 0	0, 0	0.20, -0.20	1.00, -1.00	0.00	0.00	0.00
V	0.0025/4	0.0175	32	32000	-	-19.00	-	-	-	-

要素	a_0 (cm)	b_0 (cm)	k_1 (kgf/cm)	k_2 (kgf/cm)	k_3 (kgf/cm)	γ_{y1} (%)	γ_{y2} (%)	n	m_1	m_2
R_1	0.1375	0.1000	65.0	31.0	14.5	1.66	3.50	-0.40	0.25	0.45

表2 粘弾性に関する諸定数

要素	T_g (min)	C_1 (cm^2/kgf)	T_2 (min)	C_2 (cm^2/kgf)	T_3 (min)
C	104000	0.00000062	0.7	0.0000195	350.1
D	57860	0.00000523	3.7	0.0000211	158.7
V	4252	0.00013870	23.3	0.0001653	1736.0

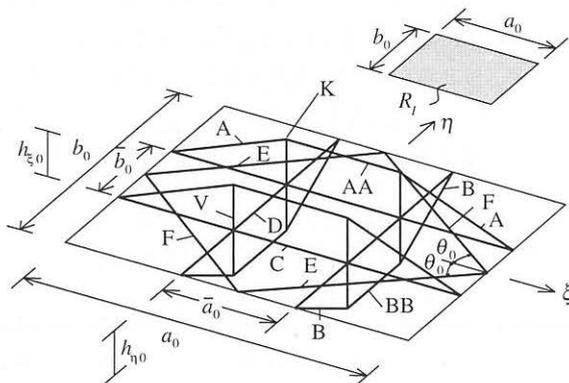


図1 織構造格子モデル

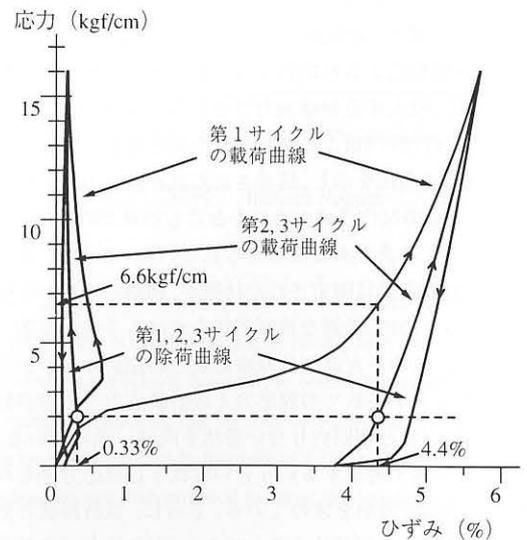


図2 引張応力(16:16kgf/cm)の応力・ひずみ曲線

注) 膜材料では応力を kgf/cm で表わすことが慣用となっているのでここではそれに従った。

3. 施工シミュレーション

施工シミュレーションを行うにあたり、構成則として、織構造格子モデルを用い、諸定数は表1、2に示す値を用いる。また、8節点アインパラメトリック曲面要素を用いた増分型剛性方程式を用いる。ただし、増分型剛性方程式の誘導は既報¹⁰⁾が詳しいので、本報では省略する。

応力・変形解析において圧縮応力が生じた場合、一般に膜材料が圧縮に抵抗し得ない材料と考えられていることから、要素の剛性の低下を考える必要がある。著者らの提案する織構造格子モデルは、格子を構成する部材の履歴特性として剛性の低下を考慮している。

3.1 第1近似縮小率を用いた場合

解析モデル：

1辺10mの正方形の境界に膜材料を取り付けることを想定する。施工手順として、X軸に対称に張力を導入する方法を採用する。この方法は前報¹²⁾において、張力導入後から1週間後において横糸方向の応力分布がほぼ均一に導入できることがわかっている。よって、図3に示すように $Y \geq 0$ cmの範囲を解析対象とする。また、膜材料の自重を考慮し、膜面は面外にも変形可能とする。

ここでは、膜材料の縮小率に第2章で定めた第1近似縮小率であるたて糸方向に0.3%、よこ糸方向4.4%を用いる。よって、X方向をたて糸方向とし、Y方向をよこ糸方向とすると、裁断形状は997×956cmとなる。ただし、この裁断形状を8節点アインパラメトリック要素で10×5の50要素に分割する(図4)。よって、節点は1辺当りX軸方向に21点、Y軸方向に11点となる。座標軸は右手系を採用するものとし、自重は-Z方向に作用するものとする。

境界条件：

X軸上の節点はY方向を固定し、辺AB、辺BCD、辺DE上の節点はXY平面上を自由に移動可能とであると仮定し、Z軸方向のみ拘束する。A点は全(X, Y, Z)方向を固定する。その他はすべて自由とする。

荷重と張力導入手順：

膜材料の自重(1.2kgf/m²)を考慮するものとし、まず、平面に配置された膜面に自重を徐々に作用させ、釣り合い形状を求める。この時、鉛直下向き(-Z方向)に自重を作用させる。この形状を出発点とし、実際の施工を模擬する張力導入が行われる。A点を始点、E点を終点とし、辺ABCDE上の節点を10m×10mの境界上の目標とする位置まで順に引張る。1つの節点を引張ることを1工程とし、この1工程を行うのに必要となる時間経過を、独断的に10分と仮定する。

3.2 第1近似縮小率を用いた場合の解析結果

自重によって変形した時の変形形状を図5に示す。F点は鉛直下向きに70.9cm撓んでいる。また、E点はX軸方向変位は-22.8cmであり、点Aと点Eの直線距離は974.2cmとなった。この状態での応力はたて糸方向で-200~1.87kgf/cm、よこ糸方向で-2.02~2.03kgf/cm、せん断で-0.88~0.88kgf/cm生じている。このように膜面は引張力だけでなく、圧縮力が生じる部分もあり、XY平面の面内力は自己釣り合い状態にあり、図に示すような安定な自己釣り合い形状が存在する。

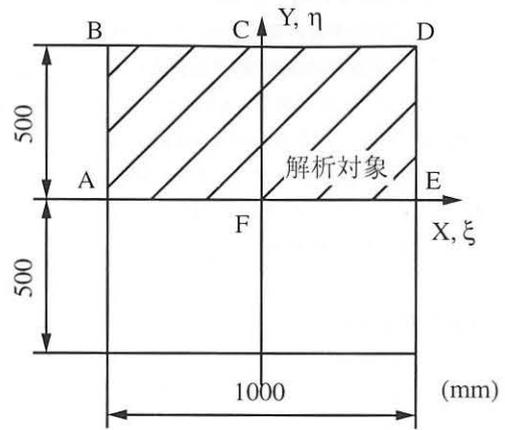


図3 解析対象

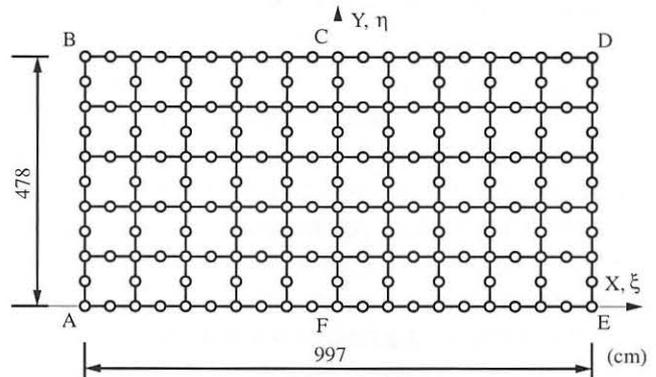
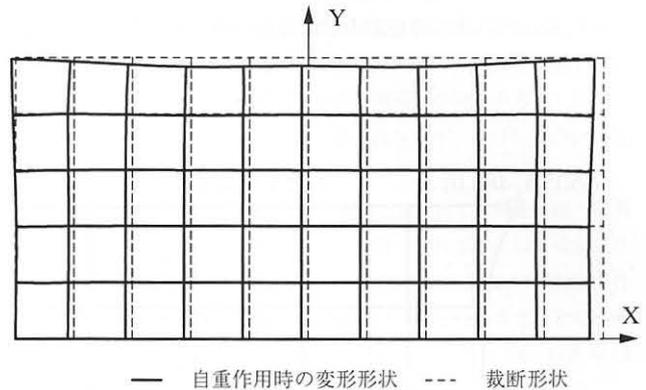


図4 要素分割



(a) XY平面



(b) XZ断面

図5 自重作用時の変形形状

この状態の膜に上記の手順にしたがって張力を導入し、外周すべてを固定した状態(開始から400分後)を図6に示す。この状態では、F点は鉛直下向きに2.4cm撓んでいる。また、応力はたて糸方向で2.49~9.85kgf/cm、よこ糸方向で2.63~5.33kgf/cm、せん断で-

0.99～0.43kgf/cm生じている。さらに、1週間放置した後の状態の応力分布を図7に示す。この時、F点は鉛直下向きに3.2cm撓んでいる。また、第1近似縮小率を決定するにあたって用いた応力2kgf/cmに対して応力はたて糸方向で1.53～7.77kgf/cm、よこ糸方向で2.03～4.26kgf/cm、せん断で-0.88～0.35kgf/cm生じており、たて糸方向の応力差は約6.2kgf/cm、よこ糸方向では約2.2kgとなっている。本解析で用いた手順で張力を導入する場合においても、応力分布が不均一になることが予測された。

3.3 裁断形状の変更

ここでは、第1近似縮小率をもとに行った解析結果から判断し、次に示す手順で裁断形状を変更する。まず、たて糸方向の応力がよこ糸方向に比べ応力変化の激しいので、たて糸方向の応力に注目する。Y=+400cmあたりで応力が最大となることから、(1)Y=+400cm辺りの応力が4.0kgf/cm以下になることを目標として辺BCDの縮小率を仮定する。この縮小率をもとにX軸方向の節点座標が決定される。つぎに、Y=0cm付近で応力が最小となることから、Y=0cm辺りの応力が2kgf/cm以上になるように辺AFおよび辺FEの辺BCおよび辺CDの長さに対する縮小割合を仮定する。ただし、辺AB側に比べ、辺DE側は応力が大きくなっているため、辺AFより辺FE側の縮小割合を小さくする。さらに、よこ糸方向の応力に合わせて縮小割合を変更する。なお、裁断形状を変更するにあたり、B-スプライン表現によるスプライン関数を用いて節点位置を決定している。

裁断形状を変更後、先と同様に自重を作用させ、外周に固定する。ここでは、張力導入後から1週間後の状態でたて糸方向・よこ糸方向ともに、応力が2kgf/cmなるように裁断形状の変更と数値解析シミュレーションを繰り返し行う。ただし、試行を繰り返すことにより、膜面内に生じる応力の最大と最小の差をより小さくすることが可能と予測されるので、ここでは、数十回の試行の中から、応

力の差がもっとも小さい結果を採用する。また、B点、D点付近で過大な応力と過小な応力が発生するので、その緩和策として、全節点固定後に、B点およびD点の隣にある境界上の節点の境界方向変位を自由とした。

3.4 変更後の裁断形状の場合の解析結果

試行の繰り返しにより得られた裁断形状を図8に示す。ただし、変更後の裁断形状はその形状を分かりやすくするために、第1近似裁断形状からの節点移動量を8倍して表示しており、数字の値は丸で示す点の座標値である。この形状に裁断された膜に張力を導入した結果を以下に示す。まず、自重を作用させた時の変形形状を図9

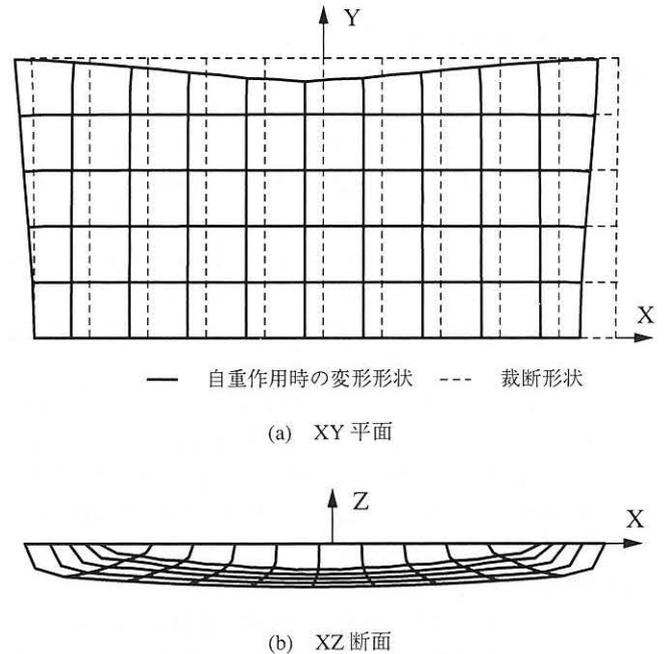


図9 自重作用時の変形形状

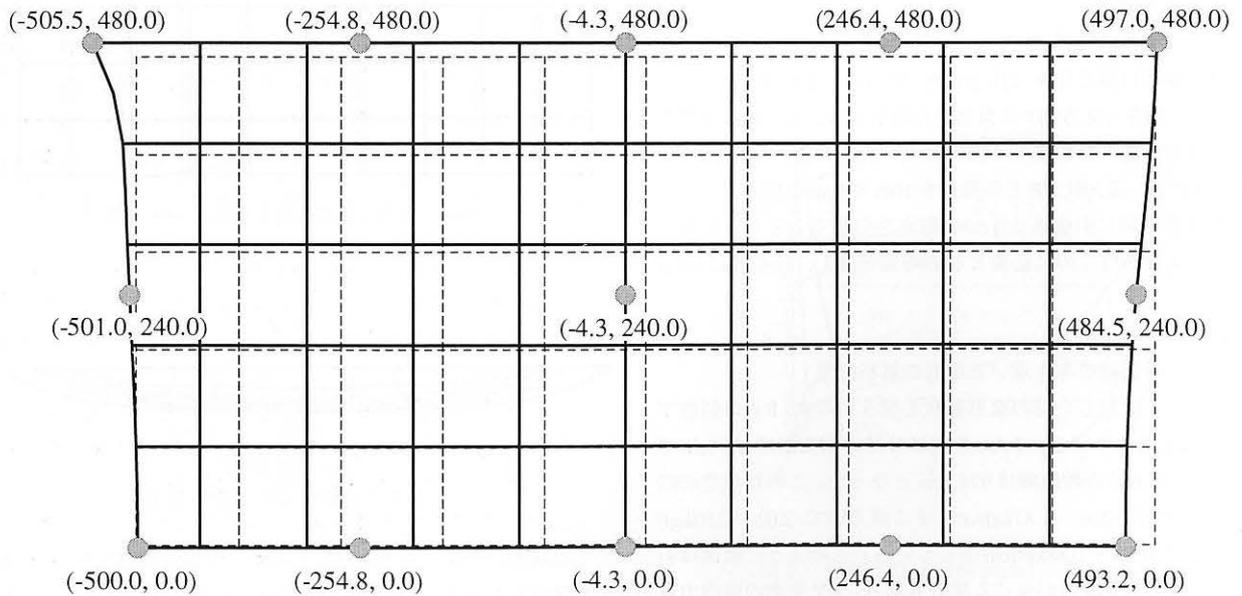


図8 第1近似裁断形状と変更後の裁断形状

に示す。この結果から自重載荷時にF点は鉛直下向きに77.6cm撓む結果が得られ、第1近似裁断形状の場合より撓みが大きくなった。この状態での応力はたて糸方向で-1.88～1.05kgf/cm、よこ糸方向で-1.86～0.88kgf/cm、せん断応力で-0.69～0.68kgf/cmとなった。

この状態の膜に上記の手順にしたがって張力を導入し、外周すべてを固定した状態(開始から400分後)を図10に示す。この状態では、F点は鉛直下向きに2.6cm撓んでいる。また、応力はたて糸方向で0.45～6.93kgf/cm、よこ糸方向で0.14～5.73kgf/cm、せん断で-1.27～0.44kgf/cm生じている。さらに、1週間放置した後の状態の応力分布を図11に示す。この時、F点は鉛直下向きに3.4cm撓んでいる。また、第1近似縮小率を決定するにあたって用いた応力2kgf/cmに対して応力はたて糸方向で1.84～5.09kgf/cm、よこ糸方向で0.62～4.54kgf/cm、せん断で-1.22～0.46kgf/cm生じており、たて糸方向の応力差は約3.3kgf/cm、よこ糸方向では約3.9kgf/cmとなった。たて糸方向、よこ糸方向ともに初期に仮定した2kgf/cmを下回る結果となってしまったが、たて糸方向の応力差を小さくすることはできた。また、張力導入時に内部に発生している応力の最大値を押さえることもできた。

4. 結語

本研究では正方形平面膜を対象として、施工手順・膜の自重・面外方向変位を考慮した施工シミュレーション解析を行った。本研究で仮定した施工手順では、既報と同様に、張力導入後1週間においても、張力分布は不均一であることを示した。また、裁断形状を変更することにより、応力が初期に仮定した2kgf/cmより小さくなる部分が現れたが、たて糸方向の応力差を減少させ、かつ、張力導入時に内部に発生する応力の最大値も押さえることができた。

本研究で用いた織構造格子モデルの諸定数の内、粘性に関するものは1週間放置を行った繰り返し張力の再導入を行った応力緩和試験に基づいて得られた定数である。そのため、その定数を用いて1週間以上の粘弾塑性挙動を予測しても、その信頼性は低いので、ここでは、1週間後の応力状態で検討を試みた。数ヶ月後、さらには、数年後の膜構造の応力状態の予測を行うにはさらなる粘性特性に関する実験を行い、長期間の試験結果をシミュレート可能な定数を求める必要があると言える。

また、繰り返し試行により最適な裁断形状を決定したが、既往の最適化手法を導入することにより、より短時間により最適な裁断形状を決定することが可能であると思われるので、今後、導入を試みる予定である。

謝辞

研究の遂行にあたり貴重な示唆を頂いた横浜国立大学教授石井一夫博士に感謝いたします。

本研究は、平成9年度能村膜構造技術振興財団の研究助成(代表者:加藤史郎)を受けて実施された成果であり、かつ、豊橋技術科学大学プロジェクト研究:「構造用膜材料の弾塑性・クリープ特性に関する構成則ならびに構成則の骨組膜構造への応用」として実施された成果である。ここに能村膜構造技術振興財団に深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 石井一夫:曲面の平面への近似展開—膜構造曲面のカッティング図について—,日本建築学会大会学術講演梗概集(九州),pp.783-784,昭和47年10月
- 2) 石井一夫:膜曲面上の測地線ケーブルネットについて,日本建築学会大会学術講演梗概集(東北),pp.637-638,昭和48年10月
- 3) 安宅信行,小塚裕一:膜構造における膜曲面上の測地線の決定法について,日本建築学会大会学術講演梗概集(関東),pp.2603-2604,昭和59年10月
- 4) 安宅信行,小塚裕一:離散的データで与えられた任意曲面の測地線とCUTTING PATTERNの決定法について,日本建築学会大会学術講演梗概集(東海),pp.1171-1172,昭和60年10月
- 5) 坪田張二,吉田新,黒川泰嗣:裁断図をもとにした膜構造物の実初期つり合い状態の解析,日本建築学会構造系論文報告集,第373号,pp.101-110,昭和62年3月
- 6) 坪田張二,吉田新:最適化手法を用いた膜構造物の裁断図解析,日本建築学会構造系論文報告集,第395号,pp.101-110,昭和64年1月
- 7) 八木孝憲,大森博司:膜構造物の釣合形状と裁断形状の同時解析手法に関する研究,膜構造研究論文集'97, No.11, pp.39～46,1997年12月
- 8) 八木孝憲,萩原信幸,大森博司,松井徹哉:膜構造物の釣合形状と裁断形状の同時解析手法に関する研究,日本建築学会構造系論文報告集,第508号,pp.71-78,1998年6月
- 9) 大崎純,上谷宏二,高谷真次:逆問題型手法による膜構造物の目的形状・応力トレードオフ設計法,日本建築学会構造系論文報告集,第488号,pp.107-115,1998年6月
- 10) 大崎純,藤原淳:膜材料の非線形性と異方性を考慮した膜構造物の応力・形状最適化,膜構造研究論文集'98, No.12, pp.1～9,1998年12月
- 11) 大崎純,山川誠:膜構造物の静的載荷時の剛性を考慮した初期応力・裁断膜形状最適化,膜構造研究論文集'97, No.11, pp.31～38,1997年12月
- 12) 加藤史郎,吉野達矢,南宏和,瀬川信哉:施工手順を模擬した膜構造の粘弾塑性応力・変形解析—折り構造行使も出るによる定式化と解析—,膜構造研究論文集'98, No.12, pp.11～25,1998年12月
- 13) 小竹達也,菊嶋誠,西川薫:膜材の織布特性を考慮した縮小率の設定方法,膜構造研究論文集'96, No.10, pp.71～78,1996年12月
- 14) 加藤史郎, Pongpo Petch, 武田文義, 吉野達矢, 松本恵美: Schockモデルに基づいて膜材料の構成方程式を誘導する方法について—連続体としての増分型構成式の提案—,膜構造研究論文集'94, No.8, pp.11～26,1994年12月
- 15) 加藤史郎, 吉野達矢, 武田文義, 小野智子: 織構造格子モデルの構成則の検証—日本膜構造協会の試験法による実験結果との比較—,膜構造研究論文集'96, No.10, pp.1～16,1996年12月
- 16) 加藤史郎, 吉野達矢, 松本恵美, 武田文義: アイソパラメトリック曲面要素を用いた膜構造解析,膜構造研究論文集'95, No.9, pp.9～21,1995年12月

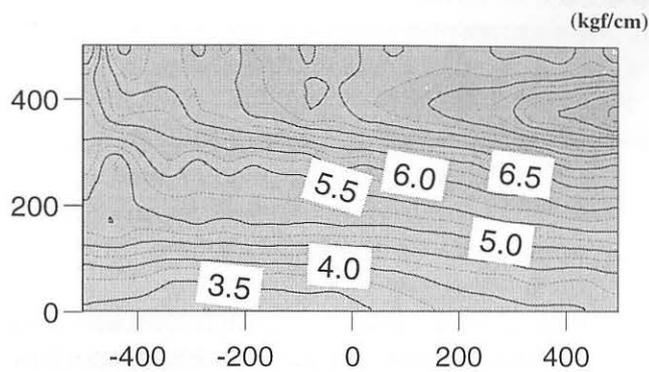


図6. 1 外周をすべて固定した状態でのたて糸方向応力分布

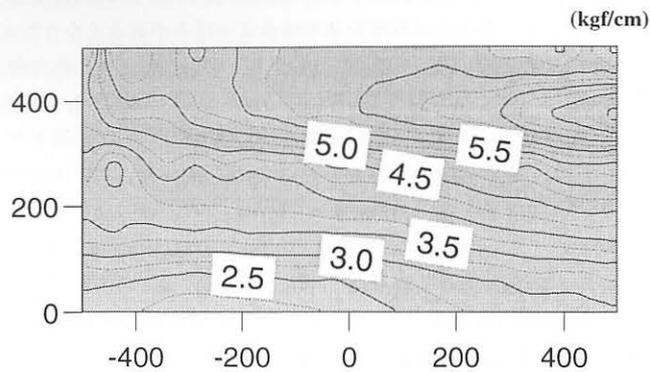


図7. 1 1週間後の状態でのたて糸方向応力分布

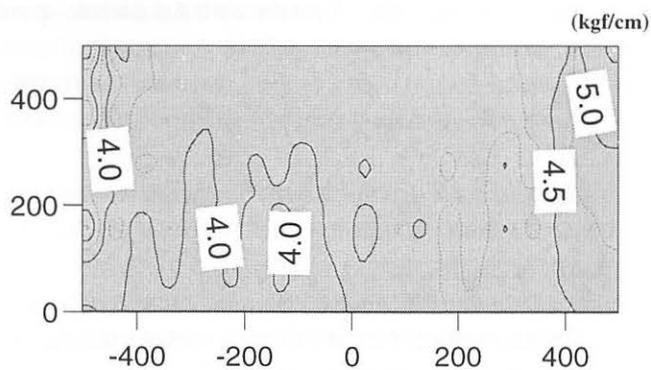


図6. 2 外周をすべて固定した状態でのよこ糸方向応力分布

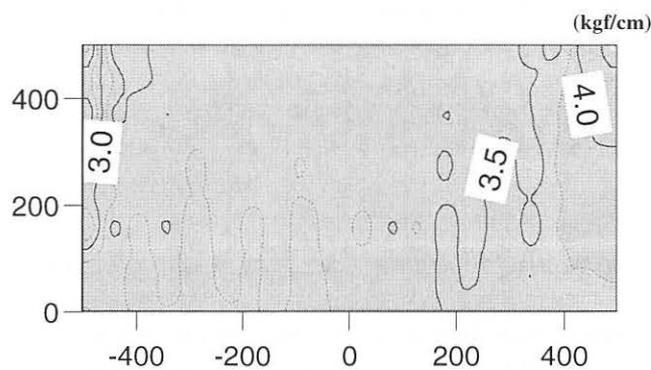


図7. 2 1週間後の状態でのよこ糸方向応力分布

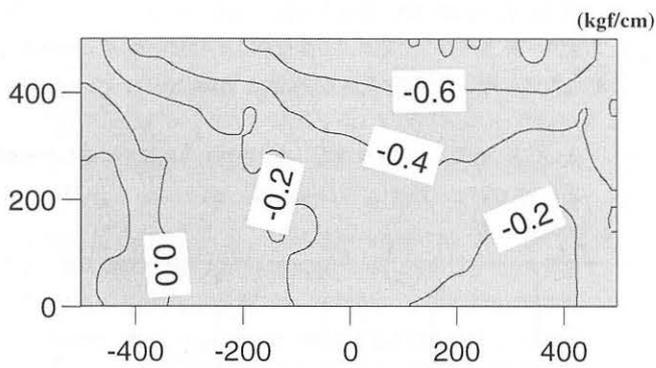


図6. 3 外周をすべて固定した状態でのせん断応力分布

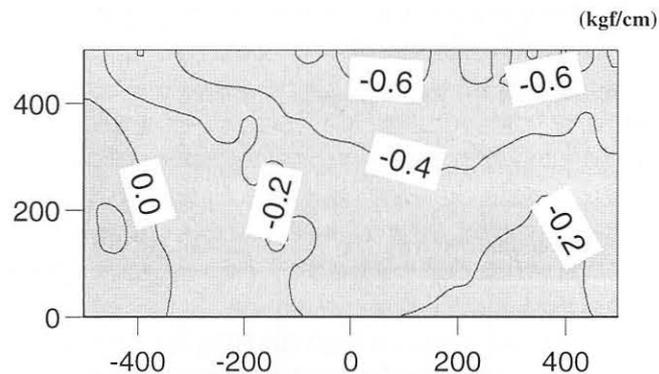


図7. 3 1週間後の状態でのたて糸方向応力分布

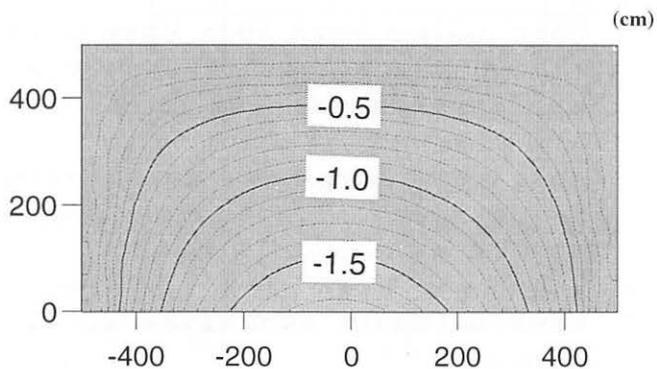


図6. 4 外周をすべて固定した状態での変形状

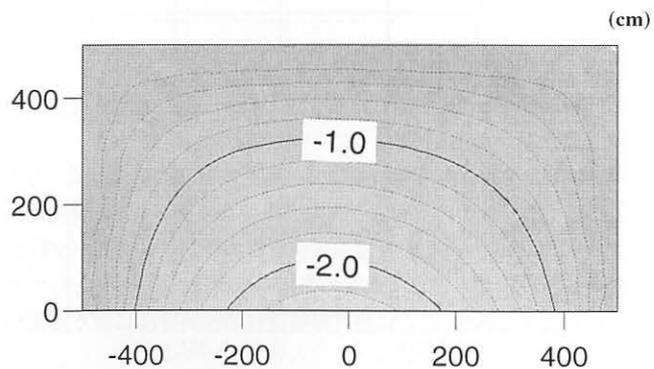


図7. 4 1週間後の状態での変形状

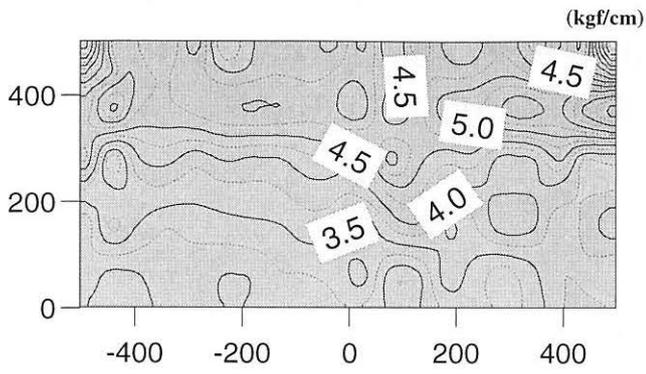


図 10. 1 外周をすべて固定した状態でのたて糸方向応力分布

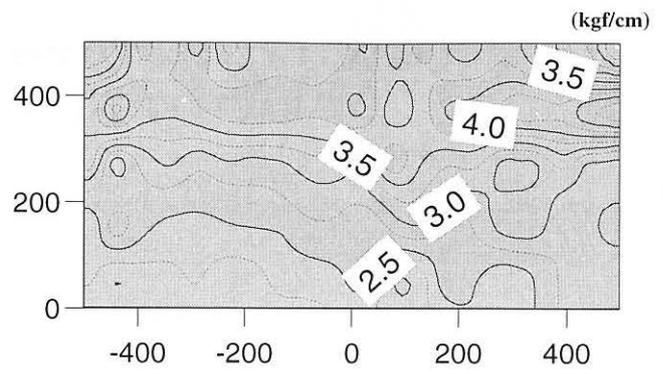


図 11. 1 1週間後の状態でのたて糸方向応力分布

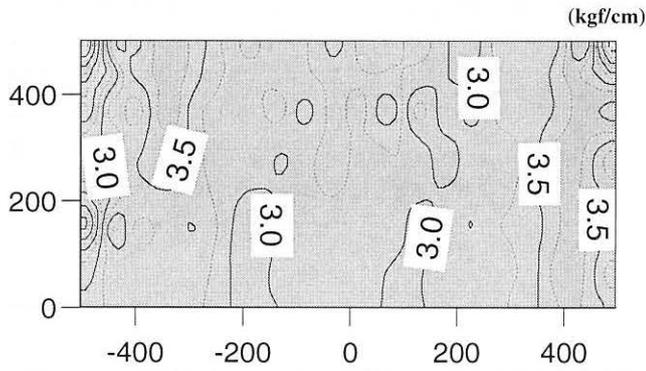


図 10. 2 外周をすべて固定した状態でのよこ糸方向応力分布

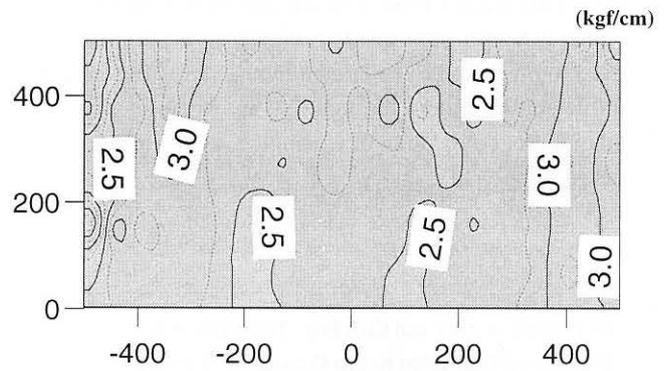


図 11. 2 1週間後の状態でのよこ糸方向応力分布

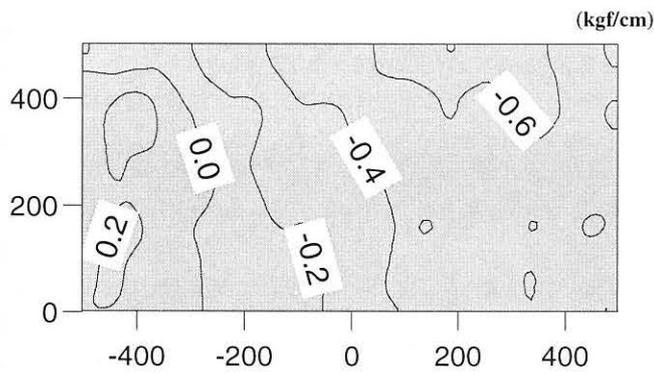


図 10. 3 外周をすべて固定した状態でのせん断応力分布

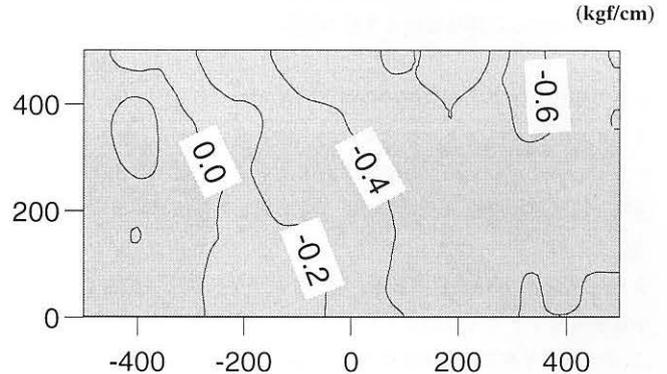


図 11. 3 1週間後の状態でのたて糸方向応力分布

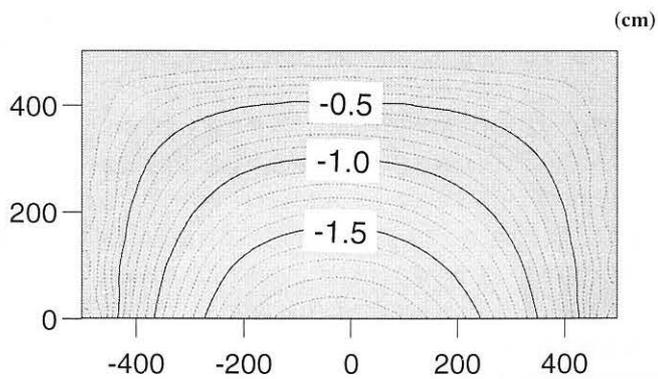


図 10. 4 外周をすべて固定した状態での変形形状

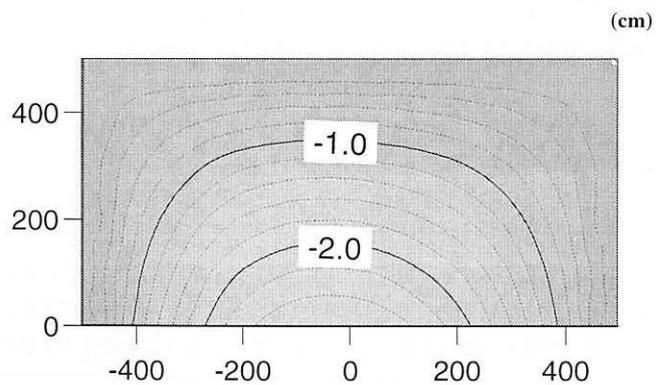


図 11. 4 1週間後の状態での変形形状

CUTTING PATTERN CONSIDERING VISCO-ELASTO-PLASTIC CHARACTERISTICS OF MEMBRANE MATERIALS

Shiro Kato*¹

Tatsuya Yoshino*²

Hirokazu Minami*³

SYNOPSIS

The present study aims to propose a cutting patterning method considering visco-elasto-plastic characteristics and construction process. This study focusses on a plane membrane under a loading process simulating in-situ construction process. The plane membrane sheet is assumed to be fixed on the boundary of 10m by 10m sheet. The method proposed by Nishikawa et al. is adopted to prepare the fundamental basic reduction rates based on which several simulations are performed to find the most desirable cutting pattern through trial and error. In the FEM analysis, the tensioning time required for each process is assumed 400 min. After completion of tensioning, all the locations for tensioned nodes are kept constant without any movements during a week.

*1 Prof., Dept. of Arch. and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Tech., Dr. Eng.

*2 Engineering Div., Taiyo Kogyo Corporation, Dr. Eng.

*3 Center for Space Structures Research, Taiyo Kogyo Corporation, Dr. Eng.