織構造格子モデルの構成則の検証

－日本膜構造協会の新試験法による実験結果との比較－

加藤史郎[*1]
吉野達矢[*2]
武田文義[*3]
小野智子[*4]

梗　　　概

膜材料の２軸引張試験と剪断試験を行い，織構造格子モデルに基づく構成則の諸定数を実験に合うように推定する。この構成則を用い，実験結果をシミュレートし，一定応力比の繰り返し載荷，および，載荷ごとに応力比が変化する繰り返し載荷を受ける膜材料に対する織構造格子モデルの妥当性および適応性の確認を行う。さらに，今後の研究の基礎データの一つとして，日本膜構造協会が定める試験方法に基づき直交異方性弾性体としての諸定数を求め，直交異方性弾性体と織構造格子モデルの２つの構成則から得られる応力・ひずみ関係の比較を行う。

１．序

建築構造物に用いられる膜材料の応力・ひずみ関係は，織布という内部構造の特性から強い非線形性を示し，作用する２軸の応力比に大きく依存したことが確認されている。この材料非線形性を膜構造の応力・変形解析に反映させるためには，膜材料の特性を表現できる構成則が必要となる。最近では，材料非線形有限要素解析に供しうるような構成方程式の誘導についての南[1]，日野・石井[2]による研究があるものの，任意の応力比や応力履歴に対応しうる定式化となっていない。著者らはこの構成則に関してH.J.Schock[3]により提案されたモデルを拡張し，任意の応力比に適応しうる織構造格子モデル[4,5,6]を提案した。この構成則を用いて，単調２軸張力下の応力・ひずみ関係を表現し得たが，１軸張力下における圧縮ひずみ側の挙動については不一致が存在した。また，除荷については現状ではまだ十分に研究は進められていないといえる。

日本膜構造協会により「膜材料弾性定数試験方法」[7]（以下，新試験法という）が新たに制定された。新試験法では，製造過程において膜材料に生じる糸の緩みを取り除くため，まず，縦糸方向と横糸方向の応力比が(1:1)となる状態で載荷したのち，特定の応力比について張力を導入する方法が採用されている。一方，既報[4,8]で著者らが用いた試験方法（以下，従来の試験法）は，糸の緩みが存在する状態を基準とし，特定の応力比についてのみ張力を導入する方法である。このことについて，石井[9]は，緩みを持った膜材料を用いた従来の試験法によって得られた結果から応力・変形計算に用いる直交異方性体の弾性定数を求めることは実状と異なるという問題点を指摘し，新試験法が従来の試験法より整合性があると述べている。

そこで，本報告では，新試験法のような応力比が変化する繰り返し載荷を受けるような場合も想定し，著者の提案した織構造格子モデル[4]に基づいた膜材料の構成則がどの程度の妥当性があるかを検討する。まず，織構造格子モデルの内部の各糸の諸定数を推定するために，(1)引張最大応力50*kgf/cm*で応力比をパラメータとした２軸引張試験，(2)引張破断強度の４分の１以下

*1　豊橋技術科学大学建設工学系・教授，工博
*2　豊橋技術科学大学機械・構造システム工学専攻・大学院生，工修
*3　太陽工業・空間設計部・主任技師，工修
*4　豊橋技術科学大学建設工学専攻・大学院生

である引張最大応力25*kgf/cm*で応力比をパラメータとした２軸引張試験，(3)剪断角をパラメータとした剪断試験を実施し，次に，(4)３種類の実験結果を用いて構成則の諸定数を推定し，(5)実験結果の応力・ひずみ関係をシミュレートすることにより，一定の応力比で繰り返し載荷を受ける膜材料を織構造格子モデルによる構成則で表現できることを示す。次に，(6)先に推定した諸定数に基づく構成則を用いて，新試験法の２軸引張試験をシミュレートすることにより，応力比が変化する繰り返し載荷を受ける膜材料をも本構成則で表現可能であるかどうかを新試験法の実験結果との比較から検討する。さらに，今後の研究の基礎データの一つとして，(7)日本膜構造協会が定める試験方法[7,10]に基づき，膜材料を直交異方性弾性体とみなしたときの諸定数を求め，(8)この定数を用いた直交異方性弾性体と織構造格子モデルの２つ構成則を用いて得られる応力．ひずみ関係の比較を行う。ただし，試験片はすべて同一ロットから抽出したA種の膜材料（四フッ化エチレン樹脂コートガラス繊維織物）を用いる。

2　織構造格子モデル

2．1　単位要素（織構造格子モデル）の構成

H.J.Schock[3]により提案されているモデルを拡張した織構造格子モデル（図１）に基づいて構成則の定式化を既報[4]において行った。この単位要素は縦糸方向に長さa_0，横糸方向にb_0の長方形をしている。グラスファイバーで撚り合わされている縦糸と横糸のそれぞれを表すために，縦糸方向にはA部材，AA部材，A部材が，横糸にはB部材，BB部材，B部材がそれぞれ２組ずつ配置されている。縦糸と横糸は，交点Kで束材Vによって結合されているものとする。これらは，主に膜材料の１軸・２軸の特性とクリンプ交換を表すための要素である。一方，縦糸と横糸で構成される薄いシートの裏と表に塗布されるコーティングの特性を表す部材として，縦糸方向にC部材，横糸方向にD部材，ならびに，斜め材としてE, F部材が配置される。C, D部材は，主にコーティング材の伸び作用に，E, F部材はコーティング材の剪断並びに伸び作用に関連する。コーティング材は，縦糸と横糸に挟まれた領域にも浸潤しているため，縦糸と横糸のなす角の変化に抵抗すると想定される。したがって，H.J.Schock[3]のモデルでは採用されていないが純剪断を表す剪断抵抗面要素R_lが仮定されている。これより，膜材全体としての面内剪断作用は，先のE, F部材とこの剪断抵抗面要素R_lの和で表される。

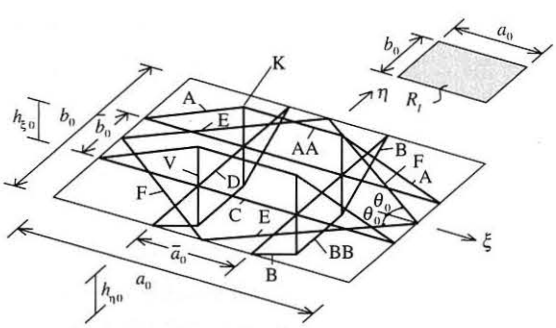


図１　織格子モデル

注）膜材料では応力を *kgf/cm* で表わすことが慣用となっているのでここではそれに従った。

2．2　仮想変位の原理による増分型構成式の誘導の概略

構成式の誘導は既報[4]が詳しいので，本報ではその概略を再記するに留める。

縦糸と横糸の仮想増分ひずみを$\delta(\Delta\varepsilon_\xi), \delta(\Delta\varepsilon_\eta)$，また，仮想剪断ひずみを$\delta(\Delta\gamma)$とする。この増分ひずみに対応する応力（断面力）を$N_\xi$, N_η, $N_{\xi\eta}$とする。ただし，ひずみエネルギー密度は変形後の面積を用いて計算する。

膜材を構成する各部材の仮想増分エネルギーの総和と単位要素の仮想増分エネルギーのとは等しいことから，次式が得られる。

$$
\begin{aligned}
&a\cdot b\{\delta(\Delta\varepsilon_\xi), \delta(\Delta\varepsilon_\eta), \delta(\Delta\gamma)\}\begin{Bmatrix} N_\xi \\ N_\eta \\ N_{\xi\eta} \end{Bmatrix} \\
&= 4\delta(\Delta\varepsilon_A{}^L\cdot\ell_{0A})N_A + 4\delta(\Delta\varepsilon_A{}^N\cdot\ell_{0A})\sigma_{0A}A_{0A} \\
&+ 4\delta(\Delta\varepsilon_B{}^L\cdot\ell_{0B})N_B + 4\delta(\Delta\varepsilon_B{}^N\cdot\ell_{0B})\sigma_{0B}A_{0B} \\
&+ 2\delta(\Delta\varepsilon_{AA}\cdot\ell_{0AA})N_{AA} + 2\delta(\Delta\varepsilon_{BB}\cdot\ell_{0BB})N_{BB} \\
&+ 2\delta(\Delta\varepsilon_C\cdot\ell_{0C})N_C + 2\delta(\Delta\varepsilon_D\cdot\ell_{0D})N_D \\
&+ 2\delta(\Delta\varepsilon_E\cdot\ell_{0E})N_E + 2\delta(\Delta\varepsilon_F\cdot\ell_{0F})N_F \\
&+ 4\delta(\Delta\varepsilon_V\cdot\ell_{0V})N_V + \delta(\Delta\gamma)S\cdot a\cdot b
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここで，

式(1)において，$\delta(\Delta\bar{\varepsilon}_\xi)$, $\delta(\Delta\bar{\varepsilon}_\eta)$などは任意であることと，$\Delta\bar{\varepsilon}_\xi$, $\Delta\bar{\varepsilon}_\eta$, Δh_ξ, Δh_ηに関する項を消去することによ

り，$\Delta\varepsilon_\xi$, $\Delta\varepsilon_\eta$, $\Delta\gamma$ を用いる増分型の構成式が次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} N_\xi \\ N_\eta \\ N_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_\xi \\ \Delta\varepsilon_\eta \\ \Delta\gamma \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_{\xi 0} \\ N_{\eta 0} \\ N_{\xi\eta 0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \overline{N}_{\xi 0} \\ \overline{N}_{\eta 0} \\ \overline{N}_{\xi\eta 0} \end{Bmatrix} \tag{3}$$

ただし，係数の詳細は紙面の都合上省略する。

3．　従来の試験法に基づいた２軸引張試験

3．1　実験方法

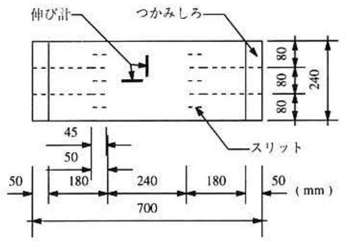
実験には，同一のロットから抽出した膜材料A種（四フッ化エチレン樹脂コートガラス繊維織物）を用いた。本実験はすべて室温20℃±２℃の環境下で行った。

図２に１軸と２軸の引張試験用の試験体の形状を示す。図３に示すように縦と横の方向をξ, ηとし，各方向の応力をN_ξ, N_ηとする。この応力比($N_\xi : N_\eta$)は(1:1), (1:0), (0:1), (2:1), (1:2), (1.5:1), (1:1.5) の計７種類として実験した。試験体は，両方向の張力がゼロとなるように，かつ，できるだけ弛みがないように治具に固定する。載荷は，荷重制御とし，引張スピードは応力の値の大きい方の治具の両端で各 *2mm/min.* とする。まず，応力の値の大きい方をゼロからN_{max}まで載荷し，次にN_{max}からゼロまで除荷した。これを１サイクルとし，連続して計３サイクル載荷を実施した。ただし，他方の応力は，応力比が成立するように変化させるものとした。ひずみ計測のため，図２に示すように，試験体中央に針のついた伸び計を取付ける。この伸び量を初期の針間隔(*7cm*)で除してひずみを求めた。引張最大応力がN_{max}=*50kgf/cm*, N_{max}=*25kgf/cm* ともに試験体数はそれぞれ３体である。

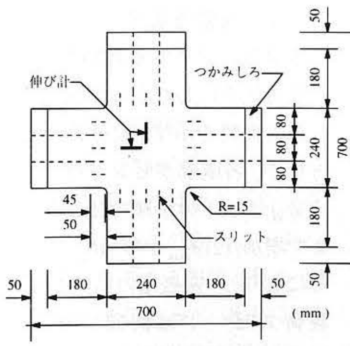
3．2　実験結果

図４～10に引張最大応力N_{max}=*50kgf/cm*の応力・ひずみ曲線を示す。ただし，ひずみは各サイクルの各応力に対する平均値を示す。この実験から，既報[6]で指摘した次の現象が再確認できる。(1)いずれの引張試験においても，低応力付近で剛性が低く，高応力に変化するにつれ剛性が高くなる。しかし，(2)応力が発生し始める低応力の範囲においてもある程度剛性が確保されている。(3)応力比により応力・ひずみ関係のパターンが変化する。(4)繰り返し載荷により残留ひずみが生ずるが，(5)応力・ひずみ曲線は７種類の応力比のすべてにおいて数サイクルで履歴が収斂する。ただし，(6)履歴の収斂に至るサイクル数は，応力比および糸の方向に依存する。(7)応力比により応力・ひずみ曲線のループ面積が変化し，縦糸方向に荷重を載荷した応力比(1:1), (1:0), (2:1), (1:2), (1.5:1), (1:1.5)の縦糸方向では，第２，３サイクル目に関して縦糸の応力・ひずみ曲線のループ面積が他の曲線のループ面積に比べ小さくなっている（図４，５，７，８，９，10)。(8)高応力を受けた後，再び低応力に戻り荷重がゼロに漸近するとひずみが急激に減少する。

図11～17に引張最大応力N_{max}=*25kgf/cm*の応力・ひずみ曲線を示す。引張最大応力をN_{max}=*50kgf/cm*からN_{max}=*25kgf/cm*に減少させると，残留ひずみの大きさも減少するが，全般的な現象は引張最大応力N_{max}=*50kgf/cm*の場合と同様であることが確認できた。



（１軸用）



（２軸用）

図２　１軸・２軸引張試験用の試験体

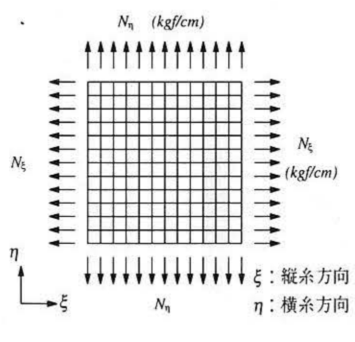


図３　応力比（$N_\xi : N_\eta$）を受ける試験片

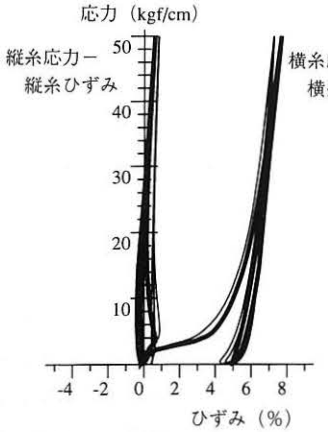


図4　応力・ひずみ関係(1:1)

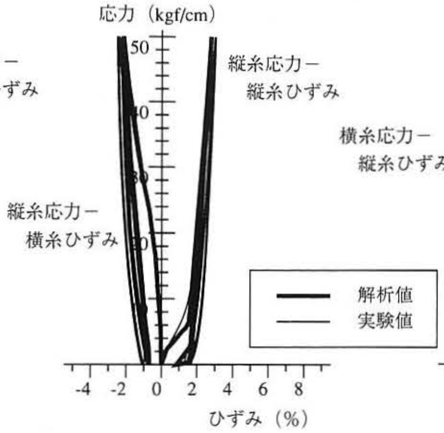


図5　応力・ひずみ関係(1:0)

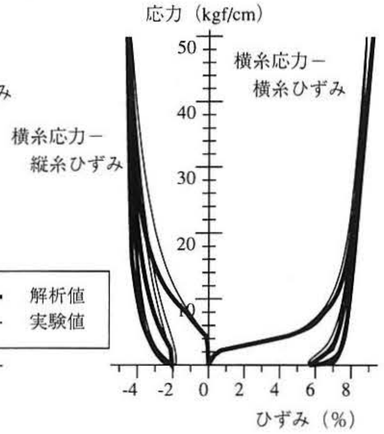


図6　応力・ひずみ関係(0:1)

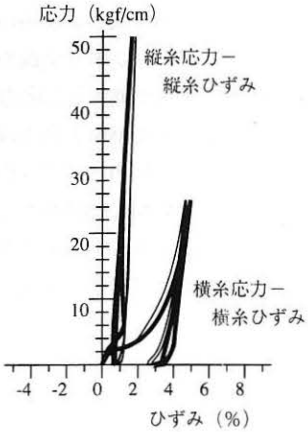


図7　応力・ひずみ関係(2:1)

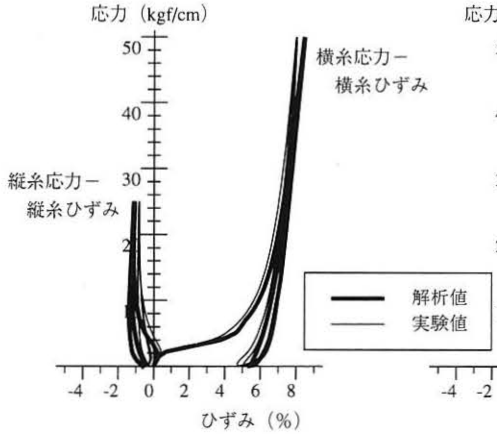


図8　応力・ひずみ関係(1:2)

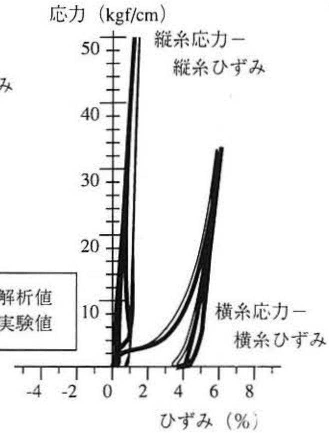


図9　応力・ひずみ関係((1.5:1)

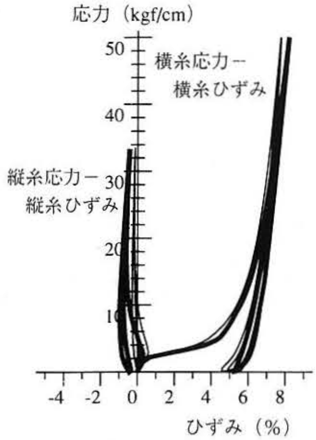


図10　応力・ひずみ関係(1:1.5)

4．　剪断試験

4．1　実験方法[10)]

本実験はすべて室温20℃±2℃の環境下で，日本膜構造協会の定める試験方法[10)]にしたがって実施した。図18に試験片形状を，図19に剪断載荷の概略を示す。膜材料を固定する治具は，一片の長さをℓ_0とする正方形で，各隅部がピンとなっている。載荷は変位制御とし，載荷点の変位量dは以下の手順で変化させる。載荷点の変位量dを(1)ゼロからd_{max}まで増加，(2)d_{max}から$-d_{max}$まで減少，(3)$-d_{max}$からゼロまで増加させることにより，一定振幅の剪断ひずみγを与える。これを1サイクルとする。載荷スピードは両端でそれぞれ$2mm/min$.とする。初期張力$N_{\xi 0} = N_{\eta 0} = 3kgf/cm$で30分間放置し，張力を導入したままで治具に固定する。載荷点での最大変位量d_{max}を2, 4, 6, 10mmの計4種類とし，載荷は3サイクルとした。試験体数はそれぞれ3体である。剪断応力$N_{\xi\eta}$

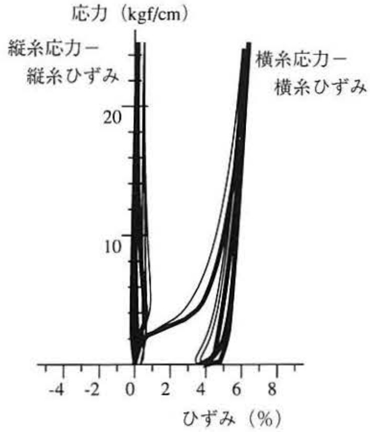


図11　応力・ひずみ関係(1:1)

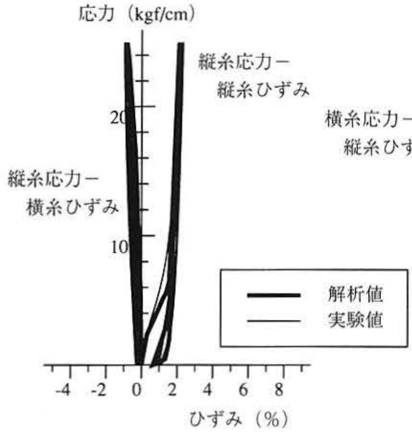


図12　応力・ひずみ関係(1:0)

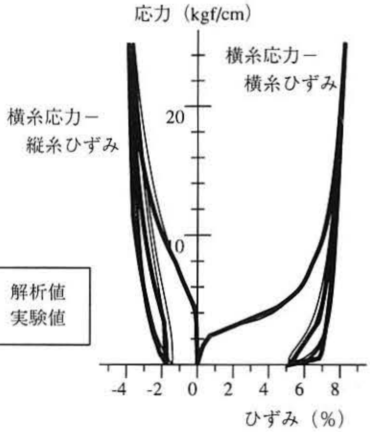


図13　応力・ひずみ関係(0:1)

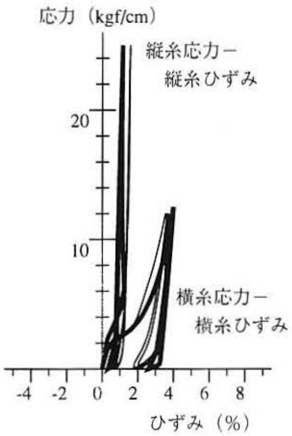


図14　応力・ひずみ関係(2:1)

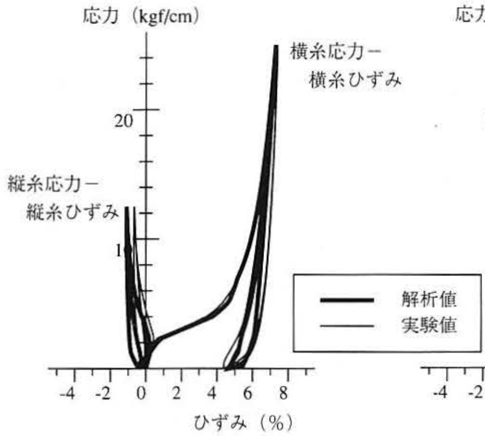


図15　応力・ひずみ関係(1:2)

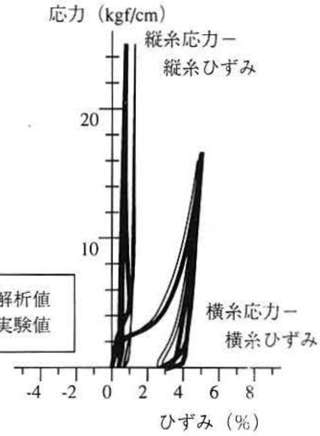


図16　応力・ひずみ関係((1.5:1)

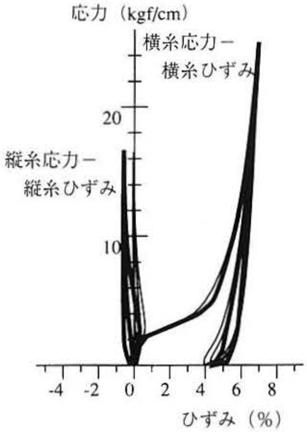


図17　応力・ひずみ関係(1:1.5)

と剪断ひずみγは，荷重Pと変位dより次式で求める。

$$N_{\xi\eta}=\frac{P}{\sqrt{2}\ell_0},\qquad \gamma=\frac{\sqrt{2}d}{\ell_0} \tag{4}$$

4．2　実験結果

図20～23に剪断応力・剪断ひずみ曲線を示す。ただし，剪断応力は剪断ひずみに対する平均値を示す。この実験から，既報[6]と同様な次のことが再確認できた。(1)剪断応力・剪断ひずみ関係はほぼTri-linear型にモデル化できる曲線と見なせるが，(2)除荷では剛性の劣化を多少伴い，(3)さらに除荷すると，過去に経験した最大ひずみを指向するような原点対称となる履歴特性が得られ，(4)第3サイクル目で剪断応力・剪断ひずみ曲線はほぼ収斂し，かつ，(5)載荷点変位量dの正負による違いが比較的少ない安定した履歴曲線となっている。

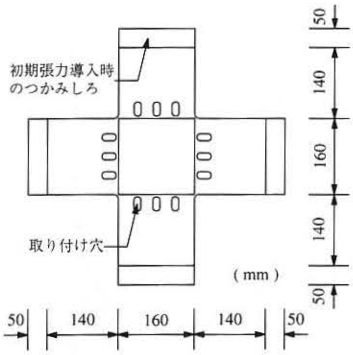


図18　剪断試験用の試験体

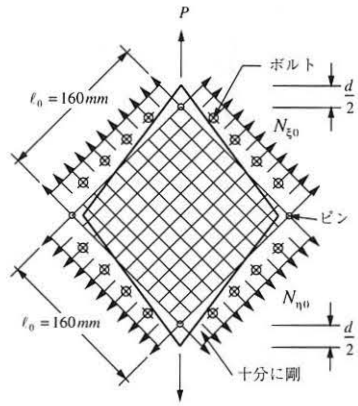


図19　剪断試験の概略

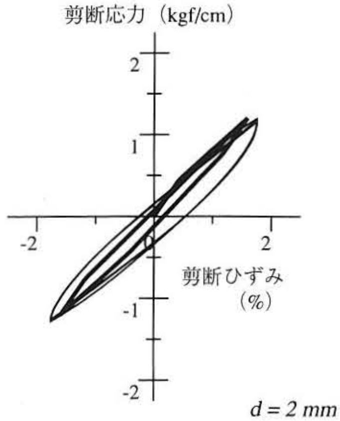
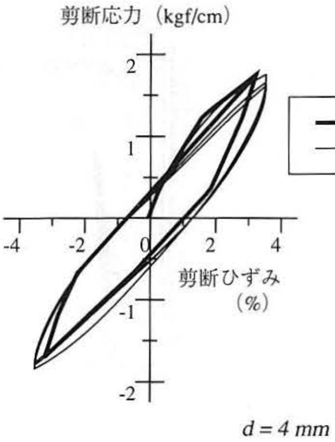
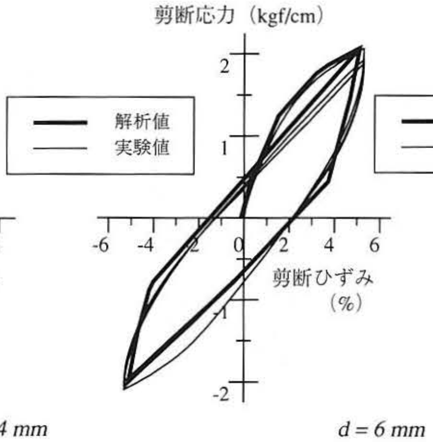


図20　剪断応力・剪断ひずみ関係





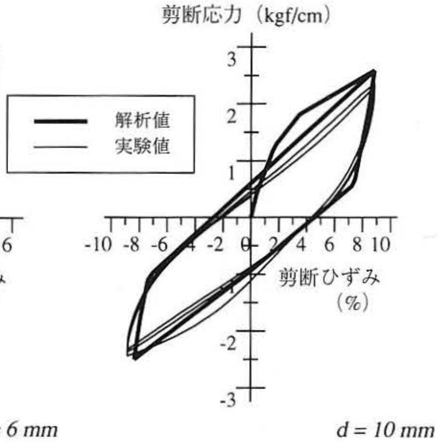


図21　剪断応力・剪断ひずみ関係　図22　剪断応力・剪断ひずみ関係　図23　剪断応力・剪断ひずみ関係

5．　新試験法に基づいた２軸引張試験

5．1　実験方法[7)]

実験には，従来の試験法で用いた膜材料と同一のロットから抽出した膜材料が使用された。本実験はすべて室温20℃±２℃の環境下で，日本膜構造協会の定める試験方法[7)]にしたがって実施した。

図24に新試験法に用いる２軸の引張試験用の試験体の形状を示す。従来の試験法に用いた試験片（図２）からの変更点は，腕部のスリットが45*mm*から175*mm*に伸び，腕部全体にスリットが入ったことである。引張最大応力は25*kgf/cm*とする。応力比は次の手順で変化させる。(1)応力比(1:1)で３サイクル載荷を繰り返し，(2)目的の応力比で１サイクル載荷を行う。この手順(1),(2)を目的の応力比(1:1), (2:1), (1:2), (1:0), (0:1)に対して繰り返し載荷を行う。応力比(1:0), (0:1)は腕部を切断せず，非載荷方向に応力が発生しないように治具を試験片中央部よりに移動させる。試験体数は３体である。その他については，従来の試験法と同様とする。

5．2　実験結果

図25～29に目的の応力比のときの応力・ひずみ曲線を示す。図から，応力比(1:1), (2:1)の応力・ひずみ関係は線形性が強く，その他の応力比では非線形性が強く現れている。これらは，糸の緩みが解消した状態からの応力載荷であることから，応力比(1:1), (2:1)以外はクリンプ交換による応力・ひずみ関係の非線形性が表れていると思われる。

6．織構造格子モデルによる膜材料の力学挙動のシミュレーション

既報[4)]において，単位要素を構成する各糸に区分的に線形な関数を用いて材料非線形性を仮定した。その結果，2軸張力下をある程度表現し得たが，1軸張力下の圧縮ひずみ側の挙動については，高応力部分で表現し得ておらず，除荷時の低応力部分の特性が十分分析されていなかった。

ここでは，織構造格子モデルを構成する各要素の履歴特性と諸定数の第1近似値の推定法を一部変更したので，再度説明する。

6．1　各要素の履歴特性の仮定

既報[4)]と同様に膜材料のクリンプ交換による非線形性だけでなく，塑性的挙動を表現するために，図30に示すような区分的に線形な関数を用いて材料非線形性を仮定する。ここで，図30～33に示す各要素の履歴特性中のE_1, E_2, E_3, ε_{y1}, ε_{y2}などの値は，先に述べた実験結果と合わせるべく推定される量である。本報では，除荷時の特性を表現するために，高応力部分用に糸材（部材A, AA, B, BB）の除荷の勾配と，低応力部分用にコーティング材（部材C, D）の除荷時の低応力の特性を変更した。また，縦糸と横糸の交点の特性を考慮するために，束材の履歴特性を変更した。

6．1．1　縦糸，横糸（部材A, AA, B, BB）

一般に織布を構成する糸そのものの力学特性は，低応力では初期緩みのため低剛性であり，高応力ではその緩みが解消され剛性が高くなる[3,11)]。本報では既報[4)]と同様に糸は非耐圧縮性とし，その圧縮剛性を無視し

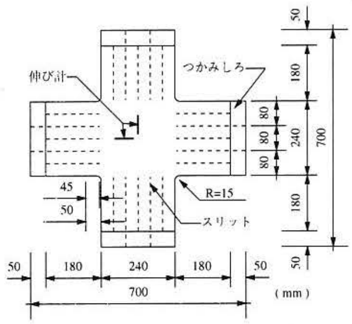


図24　新試験法に基づいた2軸引張試験用の試験体

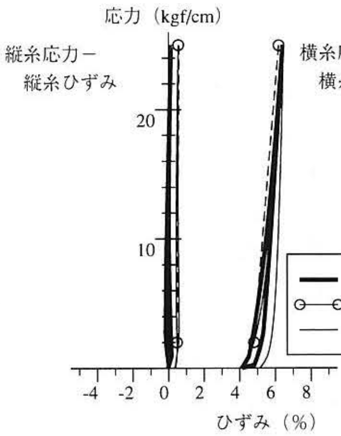


図25　応力・ひずみ関係(1:1)

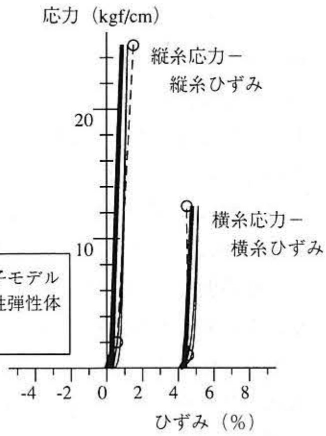


図26　応力・ひずみ関係(2:1)

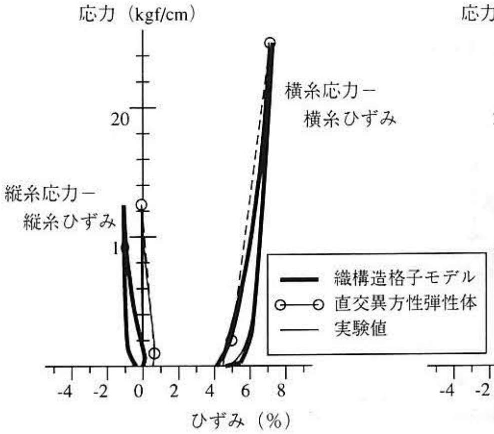


図27　応力・ひずみ関係(1:2)

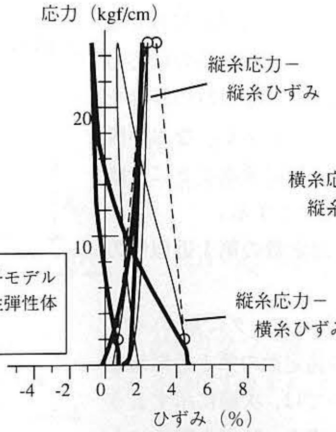


図28　応力・ひずみ関係(1:0)

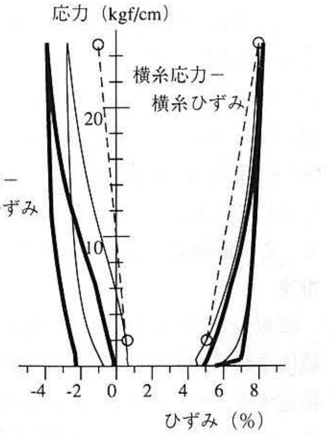


図29　応力・ひずみ関係(0:1)

うるものとし図30の履歴特性を仮定した。

6．1．2　縦糸と横糸との交点における束材（部材V）

縦糸と横糸の交点では糸の間に入り込んでいるコーティング材，縦糸･横糸と束材との相互作用などの影響により，膜材の厚さ方向の圧縮変形機構は極めて複雑となる[3,11]。既報[4]において，小松[12]，H.J.Schock[3]の報告から，他の部材に比べ束材は高剛性，高強度と考えた。ここでは，さらに，縦糸と横糸の間に浸潤しているコーティング材が束材本来の高剛性に対して，低剛性で圧縮･変形が生じるものと想定し，図31に示す履歴特性を仮定する。ただし，縦糸と横糸を分離しようとする力に対しては束材は抵抗しないものとする。

6．1．3　コーティング材（部材C, D, E, F）

既報[4]では，小松の研究[12]と既報[4]の1軸引張試験の低応力部分を参考にして，コーティング材そのものは延性を示し，膜が繰り返し高応力を受けるにつれ，糸材と膜材の一体性が損なわれる傾向にあると想定し，多少の劣化を示すTri-linear最大点指向型の履歴特性を仮定した。これにより，載荷時の特性をある程度表現できたが，除荷時の糸材の応力負担が無くなるころ，つまり，応力がゼロに漸近すると応力･ひずみ曲線の勾配が急に小さくなる部分を表現するために，本報では図32の履歴特性を仮定する。ただし，圧縮側と引張側では異なった骨格曲線とする。

6．1．4　剪断抵抗面要素（部材R_l）

縦糸と横糸の間に浸潤したコーティング材は，糸が台形形状のため隣接する単位要素ごとに分断されたかのように不連続となることと，この要素は，直接に剪断作用と関連することを踏まえ，剪断実験結果から，(1)骨格曲線はTri-linear型とし，(2)除荷は剛性の劣化を伴う2種の直線とし，過去に経験した最大ひずみを指向するような原点対称となる履歴曲線を既報[4]で仮定した。しかし，除荷時の低応力部分の特性を表現できていない。そこで，除荷時の特性を表現するために図33のような履歴特性とする。なお，既報[4]と同様に，この剪断抵抗面要素は単位要素ごとに分離していると仮定し，伸び作用とは独立とする。

6．2　織構造格子モデルの形状，諸定数の第1近似値の推定

既報[4]と同様に実験などの参照できるデータに基づいて，織構造格子モデルの形状や各部材の諸定数の第1近似値を推定する。推定が困難なものについては，次節に示すように，いくつかの試行から実験結果の応力・ひずみ関係にあうべく修正を繰り返して推定値を改善することとする。

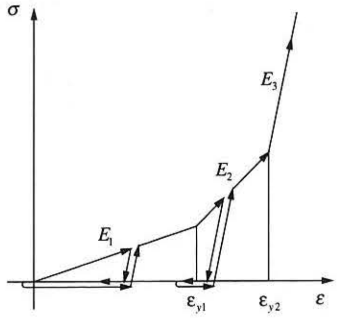


図30　糸材（A, B, AA, BB）の履歴特性

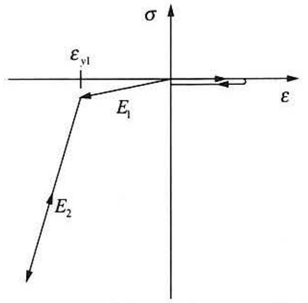


図31　束材（V）の履歴特性

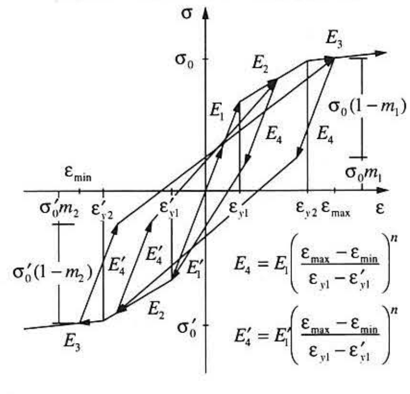


図32　コーティング材（C, D, E, F）の履歴特性

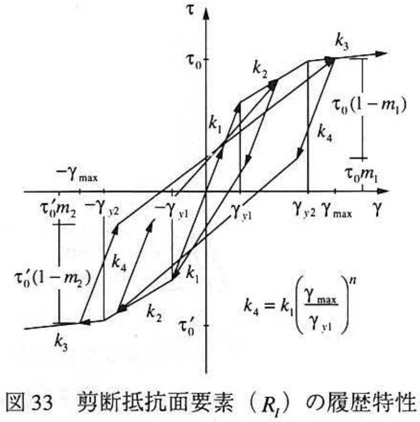


図33　剪断抵抗面要素（R_l）の履歴特性

6．2．1　形状 a_0, b_0, $\bar{a}_0$, $\bar{b}_0$

実験に使用した膜材料（同一のロット）について20個の試験片を選び出し，10cmの範囲内にある縦糸および横糸の本数から a_0, b_0 を算出し，その平均値と変動係数として次の値を得た。

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= 0.1375cm\ \ \delta(a_0) = 0.8\% \\ b_0 &= 0.1000cm\ \ \delta(b_0) = 0.5\% \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

これらについては，変動の小さな値となっている。一方，$\bar{a}_0$, $\bar{b}_0$ については，計測して特定する方法がないと判断されたので，次のように仮定した。

$$\bar{a}_0 = \frac{a_0}{3}, \quad \bar{b}_0 = \frac{b_0}{3} \tag{6}$$

6．2．2　糸材と束材の諸定数の推定法

縦糸と横糸との交点での特性を糸材と束材の間にギャップを仮定した図１のモデルを用いて諸定数の推定を行う。

1軸挙動［応力比(1:0), (0:1)］の理想化

１軸張力時における変位の発生段階を次のように分類する（図31）。

(i)　束材のギャップ ΔV が解消する段階
(ii)　糸材が台形形状から真直に移行する段階
(iii)　糸の緩みが解消するまでの段階
(iv)　糸の緩みが解消した後の段階

(i)　束材のギャップが解消する段階

束材のギャップ ΔV が解消するときのひずみを $\varepsilon_{s\xi}$ とおくと，

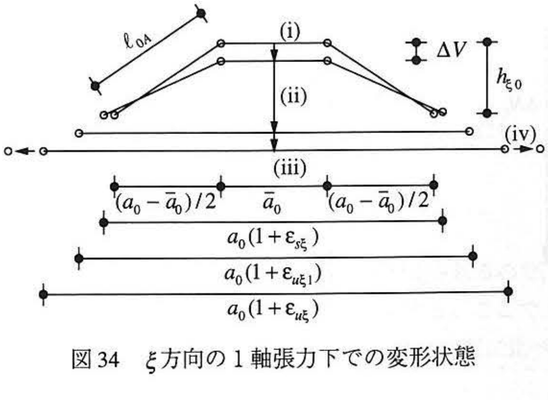


図34　ξ方向の１軸張力下での変形状態

$$a_0(1+\varepsilon_{s\xi}) = 2\sqrt{(\ell_{0A})^2 - (h_{\xi 0} - \Delta V)^2} + \bar{a}_0 \tag{7-1}$$

が成り立つ。横糸方向も同様に，ギャップ ΔV が解消するときのひずみを $\varepsilon_{s\eta}$ とおくと，

$$b_0(1+\varepsilon_{s\eta}) = 2\sqrt{(\ell_{0B})^2 - (h_{\eta 0} - \Delta V)^2} + \bar{b}_0 \tag{7-2}$$

となる。ここで，糸の初期長さ ℓ_{0A}, ℓ_{0B} は，

$$\ell_{0A} = \sqrt{\left(\frac{a_0 - \bar{a}_0}{2}\right)^2 + (h_{\xi 0})^2} \tag{8-1}$$

$$\ell_{0B} = \sqrt{\left(\frac{b_0 - \bar{b}_0}{2}\right)^2 + (h_{\eta 0})^2} \tag{8-2}$$

(ii)　糸材が台形形状から真直に移行する段階

糸は剛体変形するものとするとし，糸が真直になるときのひずみを $\varepsilon_{u\xi 1}$ とおくと，

$$a_0(1+\varepsilon_{u\xi 1}) = 2\ell_{0A} + \bar{a}_0 \tag{9-1}$$

が成り立つ。同様に，横糸方向においても，糸が真直になるときのひずみを $\varepsilon_{u\eta 1}$ とおくと，

$$b_0(1+\varepsilon_{u\eta 1}) = 2\ell_{0B} + \bar{b}_0 \tag{9-2}$$

となる。ここで，式(11)に式(9)を，式(12)に式(10)を代入することにより，初期のクリンプ高さ $h_{\xi 0}$, $h_{\eta 0}$ は，

$$h_{\xi 0} = \frac{1}{2}\sqrt{a_0\varepsilon_{u\xi 1}\left\{2(a_0 - \bar{a}_0) + a_0\varepsilon_{u\xi 1}\right\}} \tag{10-1}$$

$$h_{\eta 0} = \frac{1}{2}\sqrt{b_0\varepsilon_{u\eta 1}\left\{2(b_0 - \bar{b}_0) + b_0\varepsilon_{u\eta 1}\right\}} \tag{10-2}$$

(iii)　糸の緩みが解消するまでの段階

糸の緩みが解消するときのひずみを $\varepsilon_{u\xi}$ とおくと，

$$a_0(1+\varepsilon_{u\xi}) = (2\ell_{0A} + \bar{a}_0)(1+\varepsilon_{y2A}) \tag{11-1}$$

が成り立つ。横糸方向も同様に糸の緩みが解消するときのひずみを $\varepsilon_{u\eta}$ とおくと，

$$b_0(1+\varepsilon_{u\eta}) = (2\ell_{0B} + \bar{b}_0)(1+\varepsilon_{y2B}) \tag{11-2}$$

ここで，式(9)を式(11)に代入すると部材Aの降伏ひずみε_{y2A}が得られる。

$$\varepsilon_{y2A}=\frac{(1+\varepsilon_{u\xi})}{(1+\varepsilon_{u\xi 1})}-1 \tag{12-1}$$

$$\varepsilon_{y2B}=\frac{(1+\varepsilon_{u\eta})}{(1+\varepsilon_{u\eta 1})}-1 \tag{12-2}$$

となる。

(iv) 糸の緩みが解消した後の段階

十分大きな応力を受ける1軸引張試験では，糸材の応力が卓越し，糸のE_{1A}，E_{2A}は，E_{3A}に比べかなり小さい値と仮定し，コーティング材を無視した場合の膜の応力・ひずみ関係は図35のように理想化できる。さらに，膜材として応力が急激に増大するひずみ$\varepsilon_{u\xi}$を図35に示すように高応力の点から接線を引き読み取る。

また，図35における$\varepsilon_{u\xi}$からの増分ひずみ$\Delta\varepsilon_{u\xi}$および増分応力ΔN_ξと$(2E_{3A}\cdot A_{0A})$との間に次式を仮定する。

$$\frac{(2E_{3A}\cdot A_{0A})a_0\Delta\varepsilon_{u\xi}}{(2\ell_{0A}+\bar{a}_0)}=b_0\Delta N_\xi \tag{13-1}$$

同様に，横糸についても

$$\frac{(2E_{3B}\cdot A_{0B})b_0\Delta\varepsilon_{u\eta}}{(2\ell_{0B}+\bar{b}_0)}=a_0\Delta N_\eta \tag{13-2}$$

ここで，A_{0A}，A_{0B}はそれぞれ部材A, Bの断面積を表す。ただし，$\Delta\varepsilon_{u\xi}$，$\Delta\varepsilon_{u\eta}$は，読み取り値であるので当然読み取り誤差を含んだ値に過ぎない。

2軸挙動［応力比(1:1)］の理想化

応力比(1:1)の2軸引張試験において，糸のひずみが初期緩み解消のひずみε_{y2A}，ε_{y2B}となり，膜としての応力が発生する時点を想定する。このときのクリンプ高さをh'_ξ，h'_ηとする。図36に示す応力比(1:1)の2軸引張試験による応力・ひずみ曲線上の高応力の点P_1，P_2での接線と応力ゼロとの交点として得られるひずみの読み取り値をそれぞれ$\varepsilon_{b\xi}$，$\varepsilon_{b\eta}$とする。したがって，$N_\xi=N_\eta=0$に対して，変形の適合条件として次式を得る。

$$2\sqrt{\{\ell_{0A}(1+\varepsilon_{y2A})\}^2-(h'_\xi)^2}+\bar{a}_0(1+\varepsilon_{y2A})=a_0(1+\varepsilon_{b\xi}) \tag{14-1}$$

$$2\sqrt{\{\ell_{0B}(1+\varepsilon_{y2B})\}^2-(h'_\eta)^2}+\bar{b}_0(1+\varepsilon_{y2B})=b_0(1+\varepsilon_{b\eta}) \tag{14-2}$$

式(11)を式(14)に代入すると，

$$h'_\xi=\sqrt{a_0\ell_{0A}(\varepsilon_{u\xi}-\varepsilon_{b\xi})(1+\varepsilon_{y2A})\left\{1-\frac{a_0(\varepsilon_{u\xi}-\varepsilon_{b\xi})}{4\ell_{0A}(1+\varepsilon_{y2A})}\right\}} \tag{15-1}$$

$$h'_\eta=\sqrt{b_0\ell_{0B}(\varepsilon_{u\eta}-\varepsilon_{b\eta})(1+\varepsilon_{y2B})\left\{1-\frac{b_0(\varepsilon_{u\eta}-\varepsilon_{b\eta})}{4\ell_{0B}(1+\varepsilon_{y2B})}\right\}} \tag{15-2}$$

を得る。

束材の剛性は十分に高い[3,11,13]と考えられるので，ギャップが解消した後の束材の長さはほぼ一定であると仮定すると，束材の長さℓ_{0V}は束材のギャップΔVを用いて，

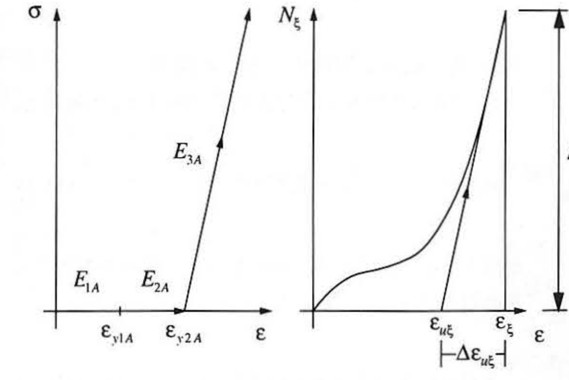


図35　1軸挙動の理想化

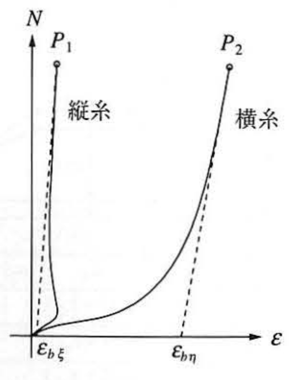


図36　2軸挙動の理想化

$$\ell_{0V} = h_{\xi 0} + h_{\eta 0} \approx h'_{\xi} + h'_{\eta} + \Delta V \tag{16}$$

となる。よって，束材のギャップΔVおよび束の降伏ひずみε_{y1V}は，

$$\Delta V = (h_{\xi 0} + h_{\eta 0}) - (h'_{\xi} + h'_{\eta}) \tag{17}$$
$$\varepsilon_{y1V} = -\Delta V / (h_{\xi 0} + h_{\eta 0}) \tag{18}$$

で得られる。

初期値を推定するに当たり，図５，６から$\varepsilon_{s\xi}$，$\varepsilon_{s\eta}$，$\varepsilon_{u\xi 1}$, $\varepsilon_{u\eta 1}$を読み取る必要があるが，実験結果から読み取ることは困難である。そこで，縦糸と横糸は同じ糸材を使用しているので，糸の緩みε_{y2A}, ε_{y2B}が等しいものと仮定し，先に0.0～1.0%の範囲で以下と同じ手順で諸定数を推定した。その結果から，$\varepsilon_{y2A} = \varepsilon_{y2B}$=0.3%を採用する。以下，$\varepsilon_{y2A} = \varepsilon_{y2B}$=0.3%を用いた諸定数の推定を行う。図５，６の引張最大応力50*kgf/cm*の１軸引張試験結果から読み取った値$\varepsilon_{u\xi} = 1.64\%$，$\varepsilon_{u\eta} = 7.42\%$，$\Delta\varepsilon_{u\xi} = 1.355\%$, $\Delta\varepsilon_{u\eta} = 1.365\%$と式(8), (10), (13)より，

$$\begin{aligned} &h_{\xi 0} = 0.0102cm, \quad h_{\eta 0} = 0.0162cm \\ &\ell_{0A} = 0.0470cm, \quad \ell_{0B} = 0.0371cm \\ &E_{3A}A_{0A} = 186.9kgf, \quad E_{3B}A_{0B} = 269.7kgf \end{aligned} \tag{19}$$

の第１近似を得る。ここで，縦糸と横糸のヤング係数は同一材料から作られているので同じ値であると考え，縦糸と横糸の断面積が等しいものとして，２つの値の平均値を採用する。

$$E_{3A}A_{0A} = E_{3B}A_{0B} = (186.9 + 269.7)/2 = 228.3kgf \tag{20}$$

図４の２軸引張試験結果から読み取った値$\varepsilon_{b\xi} = 0.217\%$, $\varepsilon_{b\eta} = 5.22\%$と，式(17), (18)より，

$$\begin{aligned} &h'_{\xi} = 0.00951cm,\ h'_{\eta} = 0.00894cm \\ &\Delta V = 0.00654cm,\ \varepsilon_{y1V} = 0.262(26.2\%) \end{aligned} \tag{21}$$

の第１近似を得る。

束材のそのものの剛性は十分高いと想定されるので，既報[4]と同様に$(4E_{2V}A_{0V}) = 80kgf$を仮定する。ここで，A_{0V}は束材の断面積を表す。第１勾配は第２勾配に比べ十分小さいと仮定し，$E_{1V} = E_{2V}/1000$を第１近似として採用する。

６．２．３　コーティング材の諸定数の推定法

コーティング材の諸定数の推定には既報[4]と同様な方法を用いる。

コーティング材を形成する部材C, D, E, Fの長さは，a_0, b_0, $\bar{a}_0$, $\bar{b}_0$から容易に求められる。図１に示す部材の角度θ_0は，約36.0°である。一方，膜の低ひずみ．低応力状態で縦糸・横糸はほとんど応力を負担することなくコーティング材が支配的である[3,11,13]と仮定して，ヤング係数E_{1C}, E_{1D}などを推定する。図４～10の２軸引張試験の低ひずみ部分について線形性を仮定すると，部材C, D, E, Fによる応力・ひずみ関係として次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} N^{\ell}_{\xi} &= \alpha \cdot \varepsilon^{\ell}_{\xi} + S_{EF} \cdot \varepsilon^{\ell}_{\eta} \\ N^{\ell}_{\eta} &= \beta \cdot \varepsilon^{\ell}_{\eta} + S_{EF} \cdot \varepsilon^{\ell}_{\xi} \\ N^{\ell}_{\xi\eta} &= S_{EF} \cdot \gamma^{\ell} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

ここで，添え字ℓは線形を表し，

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{E_{1C}A_{0C}}{b_0} + S_{EF} \cdot \cot^2\theta_0 \\ \beta &= \frac{E_{1D}A_{0D}}{a_0} + S_{EF} \cdot \tan^2\theta_0 \\ S_{EF} &= \frac{(2E_{1E}A_{0E})\cos^2\theta_0 \sin^2\theta_0}{l_{0E} \cdot \cos\theta_0 \sin\theta_0} \end{aligned} \tag{23}$$

である。ここで，A_{0C}, A_{0D}はそれぞれ部材C, Dの断面積を表す。ただし，部材Fはすべて部材Eと同じ特性を有するものとする。

以下の手順でα, β, S_{EF}を決定する。低ひずみ領域の応力・ひずみ関係では，図11などに示されるように，ひずみの比の大小をできるだけ表現できるようにα, β, S_{EF}を推定する必要がある。ひずみの大小関係が評価できないα, β, S_{EF}を用いれば，結果として，低ひずみ領域のひずみの定性的性状は表現できなくなる。したがって，図４～10の引張最大応力50*kgf/cm*の結果の低ひずみ部分から拡大図37を作成し，線形性の仮定のもとに，応力・ひずみ関係を読み取る。N_{ξ}とN_{η}のうち，大きいほうの値が6*kgf/cm*となる場合のひずみを表１に示す。ここで，図37に示すように，ひずみが0.20%に対

する実験値との交点と原点を結び，線形剛性を評価する。このひずみの値の取り方により，剛性の評価は異なることとなるが，本研究では，１軸および２軸の実験結果ではほぼこのひずみの範囲までは線形性が成立し，これを越えると非弾性的な特性が表れると判断した。表１の７つのデータから次の誤差関数E_r

$$E_r = \frac{1}{2}\sum_{J=1}^{7}\Big[\{N_\xi^{\ell} - \alpha\cdot\varepsilon_\xi^{\ell} - S_{EF}\cdot\varepsilon_\eta^{\ell}\}_J^{2} + \{N_\eta^{\ell} - \beta\cdot\varepsilon_\eta^{\ell} - S_{EF}\cdot\varepsilon_\xi^{\ell}\}_J^{2}\Big]$$
$$a \geq 0,\quad \beta \geq 0,\quad S_{EF} \geq 0 \tag{24}$$

を用いて，最小２乗法を適用し，$\alpha = 750 kgf/cm$，$\beta = 478 kgf/cm$，$S_{EF} = 40 kgf/cm$を求めた。なお，誤差は，$E_r = 1.82(kgf/cm)^2$である。式(29)より，

$$\begin{aligned} E_{1C} &= 33687 \text{ kgf/cm} \\ E_{1D} &= 31381 \text{ kgf/cm} \\ E_{1E} &= E_{1F} = 5108 \text{ kgf/cm} \end{aligned} \tag{25}$$

を得る。この結果は，低ひずみの状況を伸びひずみが0.20%の付近で評価したことも関連する。さらに小さなひずみ付近で評価すれば，値は多少変化するが，いずれにしてもS_{EF}の値は小さく，この性状は部材E, Fの剛性が部材C, Dに比べかなり低いであろうことを示唆する。

部材C, Dの降伏ひずみの第１近似については，図４～10を参照し，$\varepsilon_{y1C} = \varepsilon_{y1D} = 0.25\%$と仮定する。降伏後の剛性については，確定的な推定法はないので図４～10を参照し，第１勾配より小さな値として第１勾配の20%を採用する。なお，第３勾配と第３勾配の開始する点のひずみを推定するデータは現在のところ全くないといってもよいので，第３勾配は第２勾配に等しく，降伏ひずみについても，$\varepsilon_{y2C} = \varepsilon_{y2D} = 2.5\%$を第１近似値として仮定する。

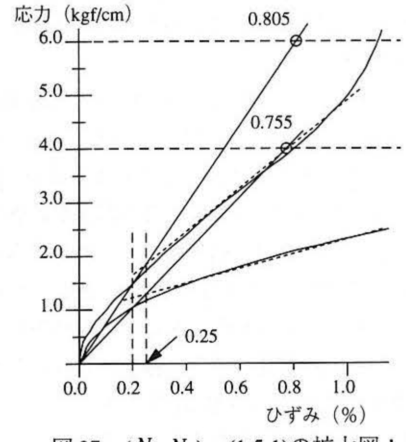


図37　$(N_\xi : N_\eta) = (1.5:1)$の拡大図；初期剛性の評価

部材E, Fは剪断抵抗に寄与するので降伏ひずみおよび第２勾配は次節で求める。

６．２．４　剪断抵抗面要素R_lの特性

６．１．４節で述べたように，剪断抵抗は部材E, Fと面要素R_lの和となる（図38）。そこで，前節で求めた部材E, F材の寄与分を考慮して面要素の諸定数の第１近似は$k_1 = 65.0 kgf/cm$，$k_2 = 31.0 kgf/cm$，$k_3 = 14.5 kgf/cm$，$\gamma_1 = 1.66\%$，$\gamma_2 = 3.50\%$とし，部材E，F材の第２勾配とその開始する点のひずみは$S'_{EF} = 0.0 kgf/cm$，$\gamma_0 = 0.42\%$を仮定する。したがって，$E_{2E}A_{0E} = E_{2F}A_{0F} = 0.0 kgf$となる。ここで，部材E, Fが降伏ひずみ$\varepsilon_{y1E}$, ε_{y1F}となるときの剪断角γ_0は幾何学的関係から次式の関係にある。

$$\gamma_0 = \frac{(a_0)^2 + (b_0)^2}{a_0 b_0}\cdot\varepsilon_{y1E} \tag{26}$$

よって，$\varepsilon_{y1E} = \varepsilon_{y1F} = 0.2\%$となる。部材E, Fの第３勾配と第３勾配開始する点のひずみを推定するデータは現在のところ全くないといってもよいので，第３勾配は第２勾配に等しく，降伏ひずみについても$\varepsilon_{y2E} = \varepsilon_{y2F} = 1.0\%$を第１近似値として仮定する。

表１　２軸引張試験のひずみの読み取り値（コーティング材の諸定数の評価用）

番号J	1	2	3	4	5	6	7
N_ξ^{ℓ} (kgf/cm)	6.000	6.000	6.000	6.000	4.000	3.000	0.000
N_η^{ℓ} (kgf/cm)	0.000	3.000	4.000	6.000	6.000	6.000	6.000
$N_\eta^{\ell}/N_\xi^{\ell}$	0.000	0.500	0.667	1.000	1.500	2.000	∞
ε_ξ^{ℓ}	0.706	0.729	0.805	0.753	0.494	0.407	-0.146
ε_η^{ℓ}	-0.064	0.595	0.755	1.200	1.129	1.177	1.369

6．3　応力比が変化しない繰り返し載荷（従来の試験法）に対する応力・ひずみ関係のシミュレーション

前節のような仮定のもとに推定した近似値を用いて単調載荷の応力・ひずみ関係を求めたところ，実験値との差異が認められた（ただし，紙面の都合で結果を省略する)。そこで，第１近似で求めた諸定数を改善する必要がある。改善のための適切なシステム同定理論が必要であることは既報[4]においても述べたが，まだ完成されていない。そこで，第１近似値を用いて得られた応力・ひずみ関係の差異をなくなるように，さらに，除荷時の関係も表せるように繰り返し試行により改善を行う。

改善の結果得られた諸定数を表２に示す。なお，解析に当たり断面積については絶対値ではなく断面積とヤング係数の積が重要な意味を持っている。

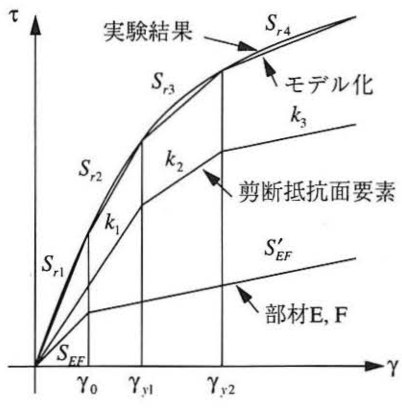


図38　剪断挙動の理想化

表２を用いた応力比が変化しない繰り返し載荷（従来の試験法）に対する最大引張応力 50, 25*kgf/cm* の解析結果を図４～17 に，剪断載荷の解析結果を図 20～23 に示す。既報[4]に比べ応力比(1:0), (0:1)の圧縮側の挙動をかなり正確に表現できるようになった。さらに，除荷時を含め，２軸引張と剪断の繰り返し載荷に対しても，織構造格子モデルを用いることにより，応力・ひずみ関係をある程度表現し得ることが判明した。

6．4　応力比が変化する繰り返し載荷（新試験法）を受ける応力・ひずみ関係のシミュレーション

表２に示した諸定数を用いて，§５で行った新試験法[5]をどの程度シミュレートできるか確認する。実験と同様にサイクルごとに応力比を変化させて解析を行った結果を図 25～29 に示す。各応力比の載荷開始時の縦糸方向のひずみが0.5%程度の差異が見られる。この原因は，図25からわかるように応力比(1:1)の除荷後の残留ひずみが実験結果に比べ0.5%程度差異が見られる。この差異がその後の載荷に対して影響していると思われる。つまり，後に実施される応力比については，誤差が累積されるため，その差異が大きくなると考えられる。しかしながら，応力比(1:0), (0:1)は現実の設計で用いられることは少ないことを勘案すると，本モデルでサイクルごとに応力比が変化するような載荷に対しても応力・ひずみ関係をある程度表現し得ると判明できよう。さらには，試行を行い，応力比(1:1)での縦糸方向の残留ひずみを合わせることによってこの差異を改善することができる。

表２　織構造格子モデルで用いる諸定数

$a_0 = 0.1375cm$, $b_0 = 0.1000cm$, $\bar{a}_0 = a_0/3$, $\bar{b}_0 = b_0/3$, $\theta_0 = 36.0°$, $h_{\xi 0} = 0.0102cm$, $h_{\eta 0} = 0.0162cm$

要素	A_0 (cm^2)	ℓ_0 (cm)	E_1, E_1' (kgf/cm)	E_2, E_2' (kgf/cm)	E_3, E_3' (kgf/cm)	$\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y1}'$ (%)	$\varepsilon_{y2}, \varepsilon_{y2}'$ (%)	n	m_1	m_2
A	0.0016/2	0.0470	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
AA	0.0016/2	0.0458	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
B	0.0016/2	0.0371	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
BB	0.0016/2	0.0333	28550	28550	285500	0.00	0.30	-	-	-
C	0.0020/2	0.1375	34000, 34000	13500, 9000	6800, 2000	0.30, -0.06	1.20, -1.20	0.00	0.07	0.50
D	0.0020/2	0.1000	31500, 31500	12500, 12500	4000, 4000	0.30, -0.35	0.70, -0.70	0.00	0.08	0.50
E, F	0.0014	0.1700	5100, 5100	0, 0	0, 0	0.20, -0.20	1.00, -1.00	0.00	0.00	0.00
V	0.0025/4	0.0175	32	32000	-	-19.00	-	-	-	-

要素	a_0 (cm)	b_0 (cm)	k_1 (kgf/cm)	k_2 (kgf/cm)	k_3 (kgf/cm)	γ_{y1} (%)	γ_{y2} (%)	n	m_1	m_2
R_I	0.1375	0.1000	65.0	31.0	14.5	1.66	3.50	-0.40	0.25	0.45

7．織構造格子モデルと直交異方性弾性体との構成則の比較

7．1　直交異方性弾性体と仮定したときの２軸軸引張特性に関する諸定数の決定

日本膜構造協会が定める膜構造弾性定数試験方法[7)]に基づいてヤング係数とポアソン係数を決定する。本報では，１軸引張試験の載荷側の応力・ひずみ関係をも考慮する応力の値の差を最小化する最小二乗法を採用する。

膜材料の任意の応力レベルにおいて，応力・ひずみ関係が直交異方性弾性体の特性を示すものと仮定すると，その応力レベルで増分応力ΔN_ξ, ΔN_ηと増分ひずみ$\Delta\varepsilon_\xi$, $\Delta\varepsilon_\eta$が次式の関係にある。

$$\Delta N_\xi = E_{11}\Delta\varepsilon_\xi + E_{12}\Delta\varepsilon_\eta \qquad (27\text{-}1)$$

$$\Delta N_\eta = E_{21}\Delta\varepsilon_\xi + E_{22}\Delta\varepsilon_\eta \qquad (27\text{-}2)$$

ここに，

$$E_{11} = \frac{E_\xi \cdot t}{\upsilon}, \quad E_{22} = \frac{E_\eta \cdot t}{\upsilon}$$
$$E_{12} = \frac{\upsilon_\eta \cdot E_\xi \cdot t}{\upsilon}, \quad E_{21} = \frac{\upsilon_\xi \cdot E_\eta \cdot t}{\upsilon} \qquad (28)$$
$$\upsilon = 1 - \upsilon_\xi \cdot \upsilon_\eta$$

ただし，$E_{21} = E_{12}$となるので，$\upsilon_\eta \cdot E_\xi = \upsilon_\xi \cdot E_\eta$の条件が必要である。$E_\xi \cdot t$と$E_\eta \cdot t$は，縦糸と横糸方向の単位長さあたりの引張剛性，$\upsilon_\xi$, υ_ηは，縦糸と横糸方向のポアソン係数を表している。

ここで，２軸の応力の比（以後応力比）が(1:0)のとき$\Delta N_\eta = 0$であることから，式(32-2)に代入すると，

$$\Delta\varepsilon_\eta = -\frac{E_{21}}{E_{22}}\Delta\varepsilon_\xi \qquad (29)$$

となる。これを式(26-1)に代入すると，

$$\Delta N_\xi = (E_{11} + \frac{{E_{21}}^2}{E_{22}})\Delta\varepsilon_\xi \qquad (30\text{-}1)$$

となる。応力比が(0:1)の場合も同様に

$$\Delta N_\eta = (E_{22} + \frac{{E_{12}}^2}{E_{11}})\Delta\varepsilon_\eta \qquad (30\text{-}2)$$

となる。式(27), (30)より，誤差関数Sを次式として定義する。

$$S = \sum_{i=1}^{3}\left\{\left(\Delta N_{\xi i} - E_{11}\Delta\varepsilon_{\xi i} + E_{12}\Delta\varepsilon_{\eta i}\right)^2 + \left(\Delta N_{\eta i} - E_{21}\Delta\varepsilon_{\xi i} + E_{22}\Delta\varepsilon_{\eta i}\right)^2\right\} + \left(\Delta N_\xi - (E_{11} + \frac{{E_{21}}^2}{E_{22}})\Delta\varepsilon_\xi\right)^2 + \left(\Delta N_\eta - (E_{22} + \frac{{E_{12}}^2}{E_{11}})\Delta\varepsilon_\eta\right)^2 \qquad (31)$$

ただし，第３項，第４項は，それぞれ，応力比(1:0), (0:1)に対する値を代入する。最小二乗法を適用し，

$$\frac{\partial S}{\partial E_{11}} = \frac{\partial S}{\partial E_{22}} = \frac{\partial S}{\partial E_{12}} = 0 \qquad (32)$$

から，E_{11}, E_{22}, E_{12}を求め，$E_\xi \cdot t$, $E_\eta \cdot t$, υ_ξ, υ_ηを求める。

ただし，式(31)は，非線形連立方程式となるので，ニュートン法を用いて定数を求める。

図25～29から応力比の大きいほうの応力が*2kgf/cm*と*25kgf/cm*となるときの縦糸と横糸方向のそれぞれのひずみを読み取った結果を表３に示す。

表３の増分応力量と増分ひずみ量を式(30)に適用し，$E_{11} = 2611.5 kgf/cm$, $E_{22} = 1493.6 kgf/cm$, $E_{12} = 1372.7 kgf/cm$を得る。このとき，誤差関数は，$S = 20.9 (kgf/cm)^2$であった。この値を式(28)に代入すると，

$$E_\xi \cdot t = 1349.9 \quad (kgf/cm)$$
$$E_\eta \cdot t = 772.1 \quad (kgf/cm) \qquad (33)$$
$$\upsilon_\xi = 0.919,\ \upsilon_\eta = 0.526$$

を得る。

7．2　直交異方性弾性体と仮定したときの剪断特性に関する諸定数の決定

今後の研究の基礎データの一つとして，日本膜構造協会が定める膜構造面内剪断剛性試験方法[10)]に基づいて剪断剛性を決定する。図20より，３サイクル時の最大剪断応力と最小剪断応力の差$\Delta N_{\xi\eta}$は，*2.45kgf/cm*で

あり，この間での剪断角の変化量$\Delta\gamma$は，0.035*rad*であることから，単位幅あたりの剪断剛性$G\cdot t$は，

$$G\cdot t=\frac{\Delta N_{\xi\eta}}{\Delta\gamma}=\frac{2.45}{0.035}=70.0\ (kgf/cm) \tag{34}$$

となる。

7．3　直交異方性弾性体と織構造格子モデルの比較

膜材料の応力・ひずみ関係を直交異方性弾性体として仮定し，式(27), (30)より，増分応力量に対する増分ひずみ量を求め，応力比の大きいほうの応力が2*kgf/cm*となる点を基準に増分後の値をプロットし，直線で結んだ結果を図25～29に示す。実験結果との比較の結果，応力比(2:1)の横糸方向の勾配が反転していること，除荷時の結果の曲線と傾向が異なることと，誤差関数に取り入れなかった応力比(1:0), (0:1)の非載荷側の勾配に差異が見られることがわかる。これらは，織布の特性であるクリンプ交換を構成則に考慮できないためである。したがって，直交異方性弾性体と仮定して応力・変形解析を行った場合，実際の挙動とは異なる可能性が大きいと思われる。しかし，織構造格子モデルは，クリンプ交換の効果も考慮されており，§6の結果から載荷のサイクル毎に応力比が変化する繰り返し荷重に対して，除荷時も含めて，膜材料の応力・ひずみ関係をある程度表現できることがわかっている。したがって，織構造格子モデルを応力・変形解析へ適応することは，より実際の挙動に近い結果を得るものと思われ，解析対象の適応範囲が広げることになると言える。

8、　結語と今後の課題

提案した構成則の妥当性の検討を行うために，2種の2軸引張試験と剪断試験を行った。実験と解析の比較の結果，応力比が変化しない繰り返し載荷に対して，既報[4)]で不一致が見られた1軸引張試験や，除荷時もある程度表現し得ることがわかった。さらに，サイクルごとに応力比が変化する載荷を受ける膜材料の応力･ひずみ関係もある程度表現できることがわかった。応力比(1:1)の残留ひずみの不一致がその後のひずみ量に影響を与えているので更なる改善が望まれる。また，膜材料を直交異方性弾性体と仮定した場合の諸定数を求め，実験結果，および，織構造格子モデルと比較し，今後の研究の基礎データを示した。

9．　謝辞

本研究は，平成4年度能村膜構造技術振興財団の研究助成（研究代表者：加藤史郎）を受けて実施された成果であり，ここに能村膜構造技術振興財団に深く感謝の意を表します。また，膜の2軸引張と剪断試験にあたり，全面的にご支援をいただいた太陽工業空間技術研究所戸田郁也氏，南宏和博士，小田憲史博士，瀬川信哉博士，豊田宏氏，豊橋技術科学大学大学院生並田忠政氏に感謝いたします。

表3　応力とひずみの読み取り値（直交異方性弾性体の評価用）

応力比	σ_ξ (*kgf/cm*)	σ_η (*kgf/cm*)	ε_ξ (%)	ε_η (%)	$\Delta\sigma_\xi$ (*kgf/cm*)	$\Delta\sigma_\eta$ (*kgf/cm*)	$\Delta\varepsilon_\xi$ (%)	$\Delta\varepsilon_\eta$ (%)
1:1	2.0 25.0	2.0 25.0	0.72 0.74	4.71 6.34	23.0	23.0	0.02	1.63
2:1	2.0 25.0	1.0 12.5	0.74 1.33	4.95 5.02	23.0	11.5	0.59	0.45
1:2	1.0 12.5	2.0 25.0	0.62 -0.11	4.57 7.06	11.5	23.0	-0.73	2.11
1:0注)	2.0 25.0	0.0 0.0	0.71 2.41	4.45 0.71	23.0	(0.0)	1.70	(-3.74)
0:1注)	0.0 0.0	2.0 25.0	0.53 -2.74	5.08 8.02	(0.0)	23.0	(-3.27)	2.94

注）応力比(1:0), (0:1)の非載荷側のひずみは，載荷側の応力が2, 25*kgf/cm*となったときのひずみを読み取っている。

[参 考 文 献]

1) 南　宏和：PTFEコーティング・ガラス繊維布（膜材料A種）の非線形伸張曲線への多段階線形近似とその応用，日本建築学会構造系論文報告集，第436号，pp.13～19，1992年6月
2) 日野吉彦，石井一夫：膜構造解析における材料非線形性の評価，膜構造研究論文集'94，pp.35-49，1994年12月
3) H.J.Schock: Some general Remarks on the Struc-tural Behavior and Load-Extension Characteris-tics of Coated Fabrics with Special Reference to PTFE Coated Glass Fiber Fabric, Proc. of theStructural Congress'89, Applications of TensionStructures ASCE, San Francisco, pp. 21 ～ 30, 1988.5
4) 加藤史郎，Pongpo Petch，武田文義，吉野達矢，松本恵美：Schockモデルに基づいて膜材料の構成方程式を誘導する方法について－連続体としての増分型構成式の提案－，膜構造研究論文集'94，pp.11-26，1994年12月
5) 加藤史郎，武田文義，吉野達矢，松本恵美，並田忠政：Schockモデルに基づいた膜材料の構成方程式の定式化（その1～3），日本建築学会大会学術講演梗概集（北海道），pp.731-736，1995年8月
6) 加藤史郎，武田文義，吉野達矢，並田忠政，小野智子：Schockモデルに基づいた膜材料の構成方程式の定式化（その4），日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），pp.887～888，1996年9月
7) （社）日本膜構造協会：膜材料弾性定数試験方法(MSAJ/M-02-1995)
8) 加藤史郎，武田文義，吉野達矢：繰り返し荷重を受ける四フッ化エチレン樹脂コートガラス繊維織物の履歴特性に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol. 42B，pp.369～378，1996年3月
9) 石井一夫：膜材料弾性定数試験法及び設計用弾性定数の決定法について－膜構造協会試験法標準の考察－，膜構造研究論文集'95，pp.87-1186，1995年12月
10) (社)日本膜構造協会：膜材料面内剪断剛性試験方法(MSAJ/M-01-1993)
11) 石井一夫：膜構造用膜材料概説，膜構造研究論文集'92，pp.91-119，1992年12月
12) 小松　清：局部破断を有する膜材料の織構造モデルによる応力シミュレーション，膜構造研究論文集'92，PP.45～78，1992年12月
13) 西川薫，石井一夫，達富浩：構造用膜材料の荷重－歪特性と構造モデル，膜構造研究論文集'88，PP.39～50，1988年12月

Examination of the validity of the constitutive equations based on a fabric lattice model

- The comparisons with experiments for fabric membranes under cyclic loadings -

Shiro Kato[*1]
Tatsuya Yoshino[*2]
Fumiyoshi Takeda[*3]
Tomoko Ono[*4]

SYNOPSIS

The present study aims at confirming the validity of the formerly proposed constitutive equations for fabric membranes under cyclic loadings. The crimp interchange, material nonlinearities of the yarns and coatings, and the interaction between the yarns and coatings are considered in the equations as a nonlinear continuum. Therefore, the equations have a form that can be directly applied to FEM analysis. In the experiments the authors performed three loading tests. First, in the bi-axial loading tests the tensile stress ratio was kept constant during all the process of this experiment. Second, the ratio was changed during the cyclic loading depending on the change of stress ratio. Finally, shear loading test was executed by controlling shear strain with initially introduced tension stresses. The validity of the proposed constitutive equations was confirmed by comparing the stress-strain relationships of analytical results with those from experiments under cyclic loadings.

*1 Prof., Dept. of Arch. and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Tech., Dr. Eng.
*2 Graduate Student, Dept. of Mechanical & Structual Eng. Systems, Toyohashi Univ. of Tech., M. Eng.
*3 Chief Engineer, Taiyo-Kougyo Corporation, M. Eng.
*4 Graduate Student, Dept. of Arch. and Civil Eng., Toyohashi Univ. of Tech.