

面内振りを受ける直交異方性円形張力膜のしわ発生時の応力測定

宮村 倫司*1
半谷 裕彦*2

梗概

直交異方性の膜にしわが発生している時の応力状態を実験により調査することが、本論文の目的である。対象とするのは面内振りを受ける円形張力膜である。最初に、両面にゲージの貼られた膜の引張試験を行い、ゲージ、接着剤および膜材の総合的な応力-歪曲線を求める。薄い膜ではゲージを貼った部分はほぼ線形的な挙動を示すので、これに対する材料定数が求められる。直交異方性の場合には三方向の引張試験を行う。次に、円形膜にゲージを貼り、しわ発生前から発生後まで歪を測定する。先の引張試験で得られた定数を用いて歪から応力を求めて主応力図を描くと、しわ発生時にはほとんど圧縮応力は存在せず、また、直交異方性の膜では主応力の向きは繊維方向に近いことが示される。

1 はじめに

著者等はこれまでに面内振りを受ける円形張力膜のしわについて、有限要素法による解析および実験により調査を行ってきた^[3]。有限要素法による解析では、等方性および直交異方性の弾性膜についてかなり良好な結果が得られている。一方、実験についてはまだ不十分な点が多かった。

面内振りを受ける等方性の円形張力膜のしわに関しては、Mikulasが精密な実験を行っている^[1]。Mikulasは同時に行っている解析の境界条件を精度良く満たすように初期張力を導入しており、各種の初期張力に対する振りモーメント回転角曲線の解析結果と実験結果は、非常に良く一致している。これに対して、本実験では、直交異方性の張力膜に発生するしわの調査することを主な目的とする。特に、しわ発生時の応力測定に重点をおく。

本論文の前半では、薄い膜の場合には歪ゲージや接着剤の剛性も含めた応力-歪曲線が線形的になることから、これに対する材料定数を用いて膜構造の応力が測定できることを示す。更に、この方法を直交異方性の膜に適用する方法について述べる。後半では、この方法によるしわ発生時の円形張力膜の応力測定を行

い、直交異方性膜と等方性膜のしわ発生時の応力状態の違いについて述べる。

2 実験に用いる膜

本実験で使用する膜材は、ほぼ理想的な等方性弾性体であるポリエステルフィルム（商品名：東レのルミラー）と直交異方性のC種膜である。C種膜は弾性体ではない。表1にこれらの諸元を示す。材料定数は太陽工業空間技術研究所において測定した。ヤング率とポアソン比は二軸引張試験機、C種膜のせん断剛性は膜構造協会試験法標準による。ポリエステルフィルムのせん断剛性は等方性弾性体の公式による。文献^[2]によれば、C種膜の材料定数は荷重レベルや応力比により異なるが、ここでは応力比1:1で応力が3.5kgf/cm程度の時のクリープを除いて得られる値を引用した。なお、これらの材料定数は解析を行なう場合に必要となる。

表1. 実験に用いた膜材料

(厚さの単位: cm、ヤング率 $\times t$ と Gt の単位: kgf/cm)

材料名	厚さ t	E_1t	ν_{12}	E_2t	ν_{21}	Gt
ポリエステルフィルム	0.018	1022	0.267	-	-	403
C種膜	0.050	391	0.0	194	0.36	11

*1 東京大学大学院 *2 東京大学生産技術研究所 5 部

3 薄い膜の応力測定法^[4]

3.1 本応力測定法の概要

膜材は一般的に非線形材料特性を持つが、薄い膜の場合には歪ゲージの貼られた部分では線形的な材料特性を示す。このため、引張試験により歪ゲージと膜および接着剤からなる複合材料の材料定数を評価しておけば、膜構造上に貼られた歪ゲージの測定値からこの点の応力を計算することができる。歪ゲージが貼ってある点の応力とその周辺の応力とは釣り合っているため、ゲージにかかる応力はこの点の本来の応力をそれなりに評価している。ただし、ゲージを貼ることによって応力場が多少は乱され、これが誤差となる。

本論文では直交異方性の膜を扱うので、ゲージの貼られた部分を直交異方性の弾性体と考えて三方向の引張試験を行うことにより五個（独立なのは四個）の弾性係数を求める。

3.2 試験体形状と用いる歪ゲージ

図1は試験体の形状である。円形の二方向歪ゲージを使う。なお、しわの実験ではこれと同寸法の三方向歪ゲージを用いる。歪ゲージの貼ってある部分に全ての荷重をかけるために、試験体幅はゲージのベースの直径の1.1cmと一致させる。ゲージは各試験体とも両面に貼り、ふたつの面の値の平均を用いる。

3.3 直交異方性弾性体の材料定数評価法

ここでは、直交異方性弾性体の材料定数の評価法を簡単にまとめておく。まず、直交異方性の材料の繊維に沿った直交座標系における弾性体の構成方程式は次式となる。

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_1 t} N_x - \frac{\nu_{21}}{E_2 t} N_y \quad (3-1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E_2 t} N_y - \frac{\nu_{12}}{E_1 t} N_x \quad (3-2)$$

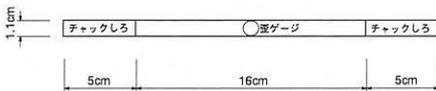


図1 材料試験用試験体

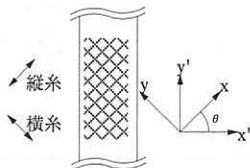


図2 斜めに引張る時の座標系

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{Gt} N_{xy} \quad (3-3)$$

十分に細長い試験体を x 軸方向に引張ると、 N_y 、 N_{xy} 、 γ_{xy} は零とおけるので、ヤング率とポアソン比は、

$$E_1 t = \frac{N_x}{\varepsilon_x} \quad (3-4)$$

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (3-5)$$

となる。 y 方向に引張れば $E_2 t$ と ν_{21} が得られる。

次に、せん断剛性を求めるために図2のように繊維と異なる方向に試験体を引張る。繊維に沿った直交座標系とそれから θ 回転した载荷方向の座標系 (x' 、 y' で表す) との間の応力と歪の座標変換はそれぞれ次式のようなになる。 $(N_{xy}$ 、 γ_{xy} についてののみ示す。)

$$N_{xy} = -N_{x'} \cos \theta \sin \theta + N_{x'y'} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + N_{y'} \sin \theta \cos \theta \quad (3-6)$$

$$\frac{1}{2} \gamma_{xy} = -\varepsilon_{x'} \cos \theta \sin \theta + \frac{1}{2} \gamma_{x'y'} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + \varepsilon_{y'} \sin \theta \cos \theta \quad (3-7)$$

y' 軸方向に引張れば、試験体が細長い場合は力の釣り合いから、 $N_{x'} = N_{x'y'} = 0$ となるので、 $\theta = 45^\circ$ の時、式(3-7)および(3-8)は、

$$N_{xy} = \frac{1}{2} N_{y'} \quad (3-8)$$

$$\gamma_{xy} = -\varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'} \quad (3-9)$$

となる。 $\theta = 45^\circ$ では、 $\gamma_{x'y'}$ を測定する必要はない。式(3-3)および式(3-8)、(3-9)より Gt が得られる。

3.4 载荷方法および試験の結果

各膜について二組の試験体を用意し、载荷速度を変えて二回試験を行なった。载荷速度は5mm/分と3mm/分である。载荷と除荷を三回繰り返した。荷重の最大値は、後述するしわの実験で起こり得る程度の値とした。

試験の結果から、歪ゲージを貼った部分では、C種膜であっても線形的な挙動を示し、繰り返し载荷による歪-応力曲線はひとつの直線にほぼ重なることがわかった。また、载荷速度への依存性もないことがわかった。これによりこの応力測定法を実際に適用しても良いと判断した。

次に得られた応力歪曲線を示す。ここでは、一回目の载荷の曲線のみを描いている。応力は荷重を試験体幅で割ったもの、歪は表裏二枚の歪ゲージの値の平均である。引張方向の歪とそれに直交する方向の歪を各図に示している。また、最小二乗法により求めた近似

直線を点線で示す。図4はポリエステルフィルム、図5~7はC種膜の縦糸方向、横糸方向、45°方向の結果である。これらの図より得られた材料定数を表2に示す。C種膜の定数は弾性体の条件

$$\nu_{21}/E_2 = \nu_{12}/E_1$$

を満たしていないが、このまま用いることにした。

表2. 応力測定用の材料定数 (E_{1t}, G_t の単位: Kgf/cm)

材料名	E_{1t}	ν_{12}	E_{2t}	ν_{21}	G_t
ポリエステルフィルム	2668	0.315	-	-	1015
C種膜	3690	0.298	1908	0.337	588

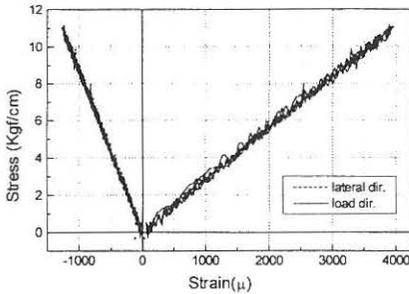


図4. 応力-歪曲線 (ポリエステルフィルム)

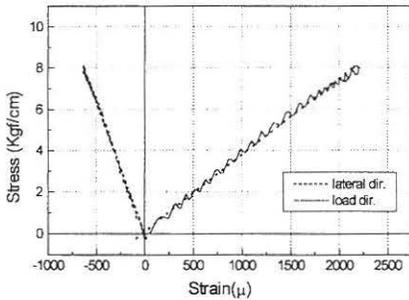


図5. 応力-歪曲線 (C種膜、縦糸方向)

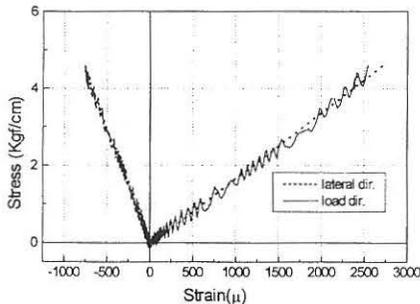


図6. 応力-歪曲線 (C種膜、横糸方向)

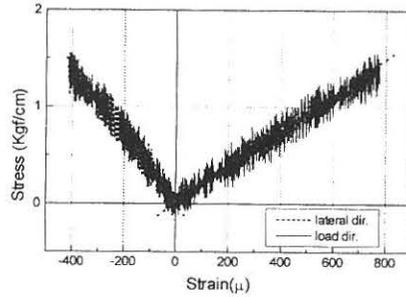


図7. 応力-歪曲線 (C種膜、45度方向)

4. 円形張力膜のしわとその試験装置

最初に本実験で対象とする面内振りを受ける円形張力膜について説明する。図8のように円形膜の中央部に剛体の円盤を取り付け、次に半径方向に一樣に引張ることにより初期張力を導入する。その後、円盤を回転させて膜に面内振りを与える。なお、中央円盤の半径は5cm、円形膜の半径は30cmとする。

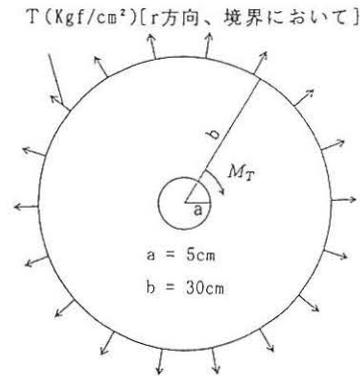


図8. 面内振りを受ける円形張力膜

図9は試験装置の平面図、写真1は試験風景である。半径方向への一樣な引張による初期張力は、八個のチャックで膜の周辺部をはさんで固定し、これらのチャックを錘で引張ることにより近似的に表現する。Mikulasは文献[1]に示される実験において16方向から円形膜を引張った後で試験体の中心から60%の部分にリングを接着することにより外側の境界とした。この60%という値も理論的に決定している。これと比較すると本実験の張力導入法は正確とはいえない。

振りは中心の軸に取り付けたアームの先端を錘で引張ることにより導入する。錘とアームの間にはロードセルを取り付けて載せた錘の重さを測定し、これに

アームの長さを掛けることで振りモーメントを求める。回転角が大きい場合にはアームをそれと直交した方向に引張ることができないので、モーメントを求めるときに修正が必要である。

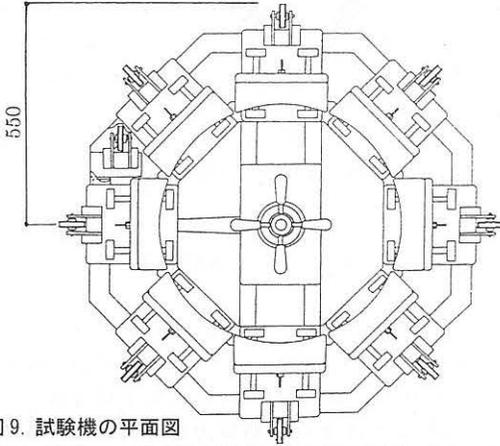


図9. 試験機の平面図



写真1. 実験風景

5 しわ発生時の応力測定

5.1 試験体

三方向円形歪ゲージを膜の両面に貼った(3.2節参照)。歪ゲージの位置は図10~12の三種類である。図12の配置は直交異方性膜用である。ここでAとCのゲージは繊維方向と一致した中央円盤の接線上にある。また、図10のBのゲージも同様である。直交異方性の場合には、この接線上の応力が高いことが数値解析の結果得られており、これを確認するためである。ゲージの向きは図13に示すように全て同じであり、C種膜の場合には繊維の方向に一致させる。表3に膜材とゲージ配置の組み合わせ、および、試験体の記号を示す。

表3. 試験体

試験体の記号	膜の名称	ゲージ配置
ML1	ポリエステルフィルム	図10
ML2	ポリエステルフィルム	図11
MC1	C種膜	図10
MC2	C種膜	図12

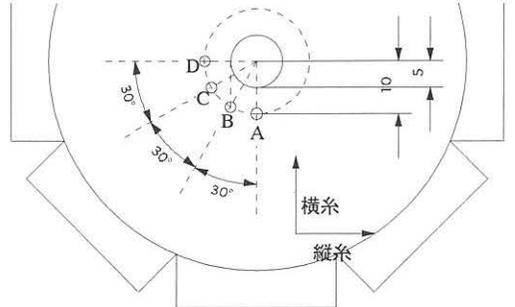


図10 ML1、MC1ゲージ配置図(単位: cm)

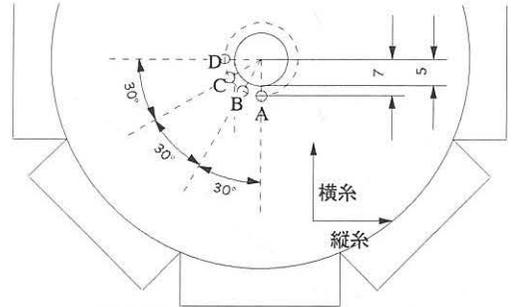


図11 ML2ゲージ配置図(単位: cm)

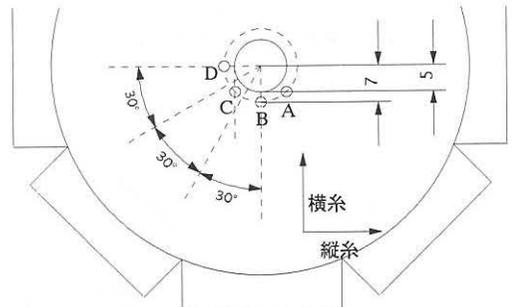


図12 MC2ゲージ配置図(単位: cm)

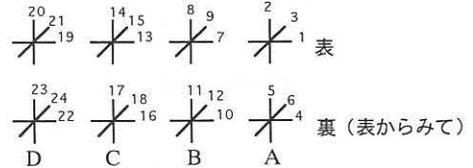


図13. 各歪ゲージの向き

5.2 実験の手順

初期張力の導入は、図14に示す順に錘を載せることにより行なう。相対する二個のチャックに同時に錘を載せ、いつも対称に荷重がかかるようにしている。最初はそれぞれ10kgfの錘を載せ、その後計8kgfの錘を4kgfずつ二回に分けて載せる。振りの導入では、錘を1kgfずつ載せる。一個あたり数秒かけて載せていき、最後の錘を載せたらすぐに一個ずつ降ろす。最後に初期張力導入用の錘を順に降ろす。

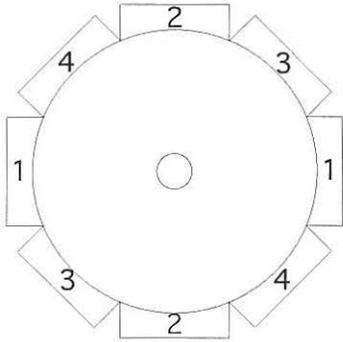


図14. 載荷順序

5.3 測定された歪

ここでは、各試験体の歪の測定値を示す。図15a~dはステップ数（経過時間に対応する）と歪の関係である。初期張力が導入された状態から振りの導入、除荷の様子を示す。表3に示す試験体ML2のB、Cゲージの三方向の歪の表面と裏面の値であり、番号は図13に対応する。表面と裏面ではやや値が異なっている。

図16、17は振りモーメントと歪の関係である。表3の試験体ML2とMC2についての結果のみを示す。歪は表と裏の平均値であり、番号は図13の表面のゲージ番号に対応する。曲線の折れ曲りによりしわの発生がわかる。等方性のポリエステルフィルムの場合には各曲線がほぼ同時に折れ曲がるが、C種膜では後で示すようにしわが周方向について均質ではないため、折れ曲がる点はゲージ位置により異なる。目視によりしわが初

めて確認された振りモーメントの値を表4に示す。目で見ていることもあり、同じ膜材でもモーメントが異なっている。

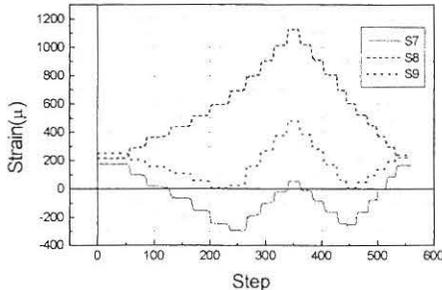
なお、C種膜では一回目の実験が終了した後もう一度初期張力と振りを与えて測定を行った。けれども結果はそれほど変わらなかった。これはクリープ等で変形が進んでも応力状態はあまり変化しないことを示している。

表4. しわが確認された荷重

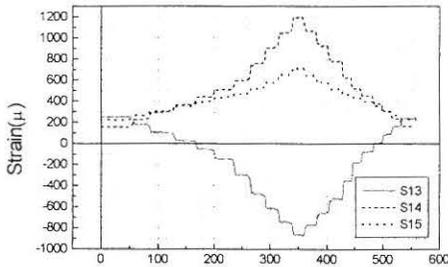
試験体の記号	錘の数	振りモーメント
ML1	4個	160 kgf・cm
ML2	5個	200 kgf・cm
MC1	2個	80 kgf・cm
MC2	4個	160 kgf・cm

5.4 主応力図

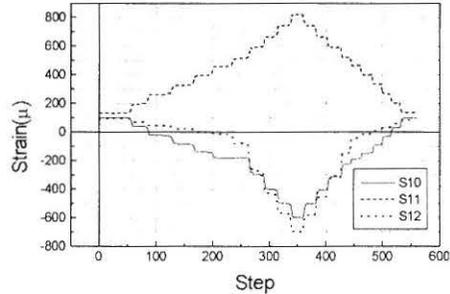
ロゼット解析によりせん断歪を求め、先の引張試験で得た表2の値を用いて応力を求めた。次に、得られた応力から主応力を求めた。応力は、初期張力導入後（振りモーメントは0）、しわ発生直後、および、振りモーメントが最大（400 kgf・cm）の状態において求めた。しわ発生直後の振りモーメントは図16、17と表4を参考にして、ポリエステルフィルムでは160kgf・cm、C種膜では80kgf・cmとした。ML1とML2、および、MC1とMC2はそれぞれゲージ位置が異なるだけで同じ条件で実験しているので、主応力図はひとつの図に重ね



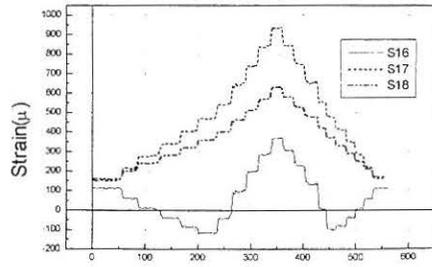
(15a)、B表



(15c)、C表



(15b)、B裏



(15d)、C裏

図15. 振り導入時の歪とステップの関係 (ML2: ポリエステルフィルム)

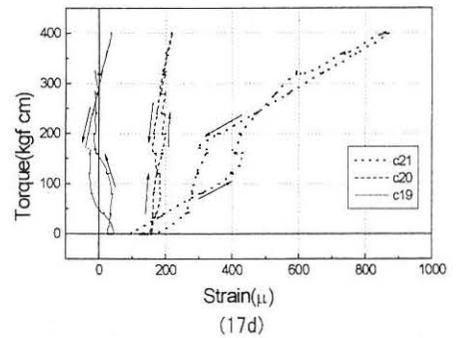
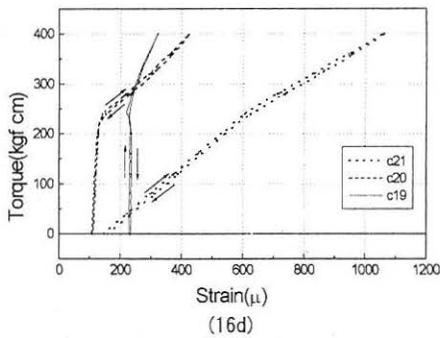
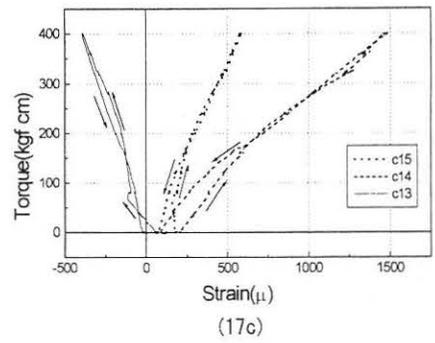
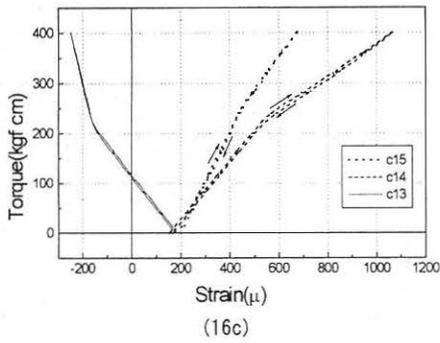
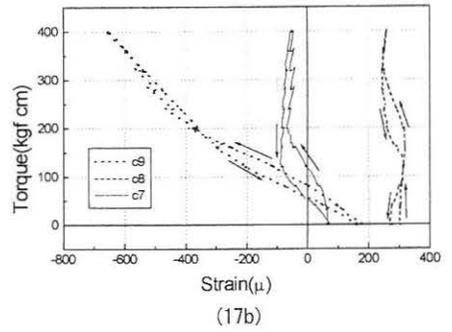
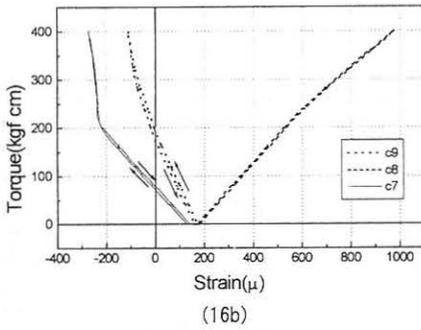
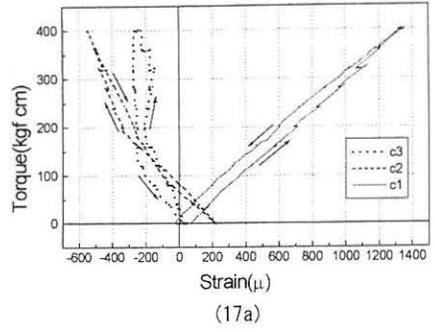
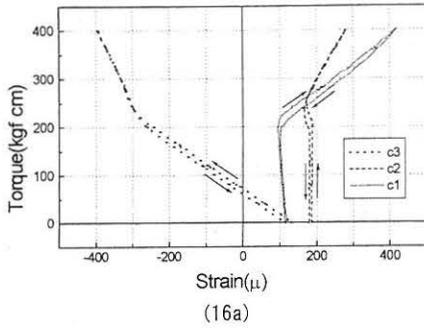
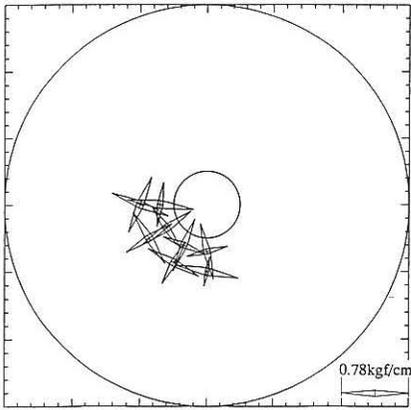
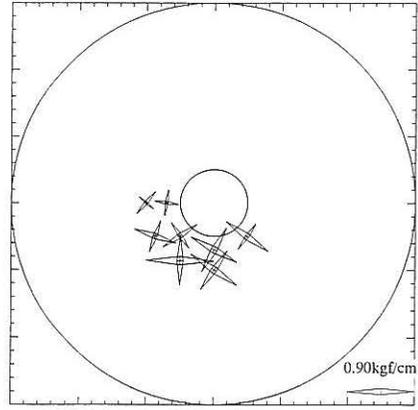


図 16. 振りモーメント-歪曲線 (ML2: ポリエステルフィルム)

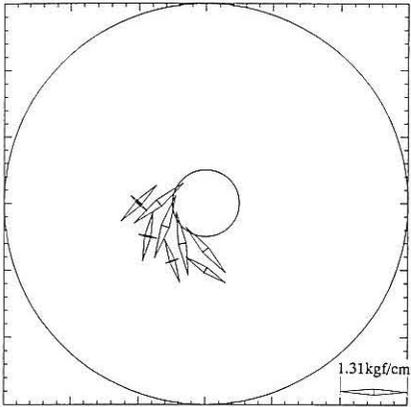
図 17. 振りモーメント-歪曲線 (MC2: C種膜)



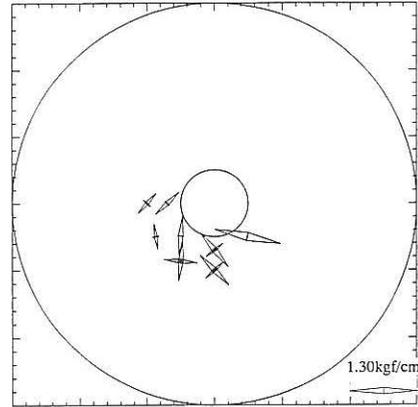
(18a) 初期応力導入直後



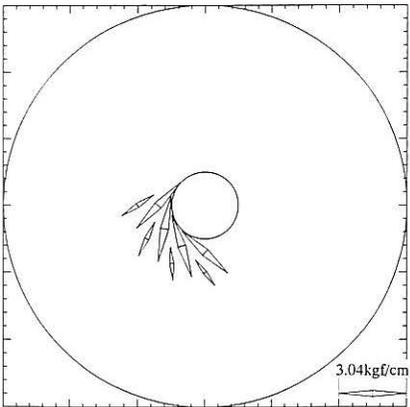
(19a) 初期応力導入直後



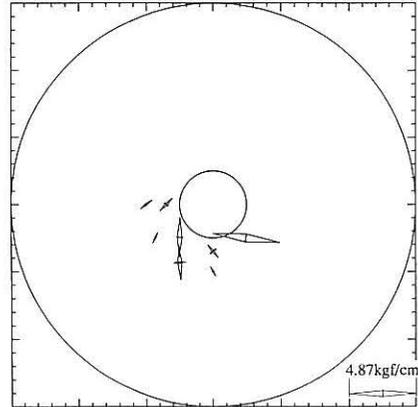
(18b) しわ発生直後、160kgf/cm



(19b) しわ発生直後、80kgf/cm



(18c) 振りモーメント最大、400kgf/cm



(19c) 振りモーメント最大、400kgf/cm

図 18. 主応力図 (ML1、ML2 : ポリエステルフィルム)

図 19. 主応力図 (MC1、MC2 : C種膜)

て描く。比較のために、写真3、4に振りモーメントが最大の点のしわの様子を示す。

どちらの膜もある程度厚さがあるため、曲げ剛性を無視できないと考えられるが、主応力図をみると圧縮応力はほとんど発生しておらず、理想的な張力場に近い状態であるといえる。直交異方性のC種膜では主応力の向きは繊維方向とほぼ一致しており、また、縦糸方向の応力は横糸方向の応力よりも大きい。更に、繊維方向と一致した中央円盤の接線上の応力が特に大きいことがわかる。

6 おわりに

本論文では、面内振りを受ける円形張力膜についてしわ発生時の応力の測定を行った。次に要点をまとめる。

- 1) 膜の歪ゲージの貼られた部分の剛性を引張試験により評価し、これを利用して薄い膜構造の応力を測定する方法を提案した。また、この測定法は直交異方性の膜構造にも適用できることを示した。
- 2) 提案した応力測定法により、しわ発生時の応力を測定した。その結果、応力場はほぼ理想的な張力場となっていることがわかった。これは、前報^[3]の圧縮応力がか



写真2. ML1: ポリエステルフィルム

なり存在するという結論と異なる。前回の実験では膜の片面にしか歪ゲージを貼っていなかったためであると考えられる。薄い膜でも、表と裏の歪の測定値は異なっている。

- 4) 直交異方性の膜にしわが発生している時には、主応力の向きは繊維方向に近いことが確認された。これは、前報^[3]の有限要素法による解析結果と良く一致する。

謝辞

本研究は文部省科学研究費補助金（特別研究員奨励費）によって行ったものである。

材料試験に協力して下さい、またデータを提供して下さい、小田憲史氏、瀬川信哉氏をはじめとする太陽工業空間技術研究所の皆様へ感謝致します。

参考文献

- [1] M.M.Mikulas, Jr., "Behavior of a Flat Stretched Membrane Wrinkled by the Rotation of an Attached Hub", NASA TN D-2456, Sept. 1964
- [2] 瀬川信哉、三井康司、笹川明、「膜材の応力-ひずみ曲線からクリープを分離した材料定数評価に関する実験的研究」、構造工学論文集、Vol.41B、pp.259-269、1995
- [3] 宮村倫司、半谷裕彦、「面内振りを受ける円形張力膜に発生するしわの実験および解析」、膜構造研究論文集'94、pp. 1-10、1994
- [4] 宮村倫司、半谷裕彦、「薄い膜構造における近似的な応力測定」、日本建築学会大会学術講演梗概集B1（北海道）、pp.731-732、1995

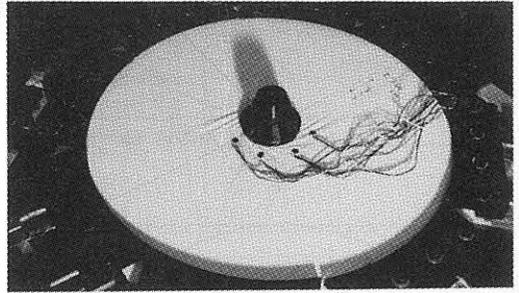


写真3. MC2: C種膜

MEASUREMENT OF STRESSES IN WRINKLED STRETCHED CIRCULAR MEMBRANES UNDER INPLANE TORSION

Tomoshi Miyamura *1

Yasuhiko Hangai *2

SYNOPSIS

A purpose of this paper is to measure stresses in wrinkled orthotropic membrane structures. Illustrative examples are wrinkled circular stretched membranes under inplane torsion. First, a method of measuring stresses in thin membrane structures is presented. The method employs a fact that a part of membrane with strain gages is almost elastic. Second, stresses in the wrinkled circular membranes are measured and principal stresses are obtained. Isotropic elastic film and orthotropic fabric membrane are used. In the wrinkled region of both membranes, there exist almost no compressive stresses. Directions of principal stresses in wrinkled fabric membrane almost coincide with directions of fibers of the membrane.

*1 Graduate Student, University of Tokyo

*2 Institute of Industrial Science, University of Tokyo