ケーブルと剛体構造による張力安定複合構造の応力・変形解析

半谷裕彦 [1]
呉　明児 [2]

梗　　　概

本論文では剛体構造とケーブルによる張力安定複合構造の応力・変形解析法を述べる。剛体構造は剛性が無限大であり、通常の意味での剛性マトリクスを持たない。そこで、ケーブルのみによる釣合方程式を剛体構造の適合方程式を付帯条件として解析する解析法を提案する。

1.まえがき

著者等はトラス構造の安定、不安定の判別法や張力モードの解析法等を適合方程式と釣合方程式を独立に利用することにより、おこなってきた [1,2]。さらに、これらの基礎研究の応用として、ケーブルとポールによる張力安定トラス構造に関し、張力導入による安定化、外力に対する抵抗能力の理論解析と実験、モデル棟の建設、などを試みている [3]。張力安定トラス構造ではケーブルの剛性に比してポールの剛性が非常に大きいことから、ポールを剛体と仮定する理論構成が可能であった。その際、ケーブルとポールは両端に節点を持つ直線材でモデル化が可能であり、理論の定式化も容易であった。

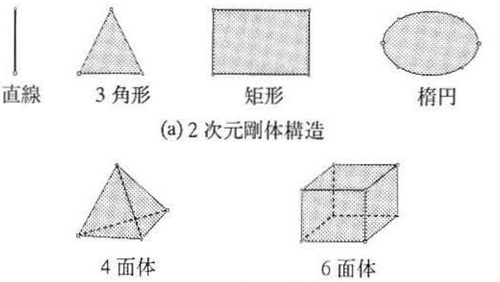

図 1.1　剛体構造の具体例

本論文では、図 1.1 に示すように、任意の形状をもつ剛体構造を考え、剛体構造とケーブル材による複合構造を扱う。さらに、安定化と剛性確保のため、ケーブルによって張力を導入する。以上のことから、ここで扱う構造システムを「張力安定複合構造」と名付ける。

剛体構造の形状は設計に対応して種々の形状となる。そのため、本論文では、剛体構造の重心位置において自由度を考えるのではなく、剛体構造の表面にある節点とケーブルの両端にある節点のみに変位の自由度を許容する定式化を行う。

張力安定複合構造に関して、以下に示す研究課題をあげることができる。

課題 I ：安定・不安定の判別法
課題 II ：不安定複合構造の安定化移行過程の追跡
課題 III ：張力導入の可能性の判別法

[1] 東京大学生産技術研究所　教授　　[2] 同　外国人協力研究員

課題Ⅳ：張力導入による安定化

課題Ⅴ：応力・変形解析

課題Ⅰ～Ⅳについては文献[4,5]で発表している。本論文では張力導入後の張力安定複合構造の応力・変形解析法を述べる。

2.解析法の概要

図 2.1 に示す複合構造を具体例として応力・変形解析法の概要を述べる。ケーブルを直線材でモデル化し、直線材と剛体構造を回転自由な接合部で連結する。直線材を a($a=1,2,...,m_a$. m_a:直線材の総数)、剛体構造を b ($b=1,2,...,m_b$. m_b:剛体構造の総数)で表す。図 2.1 の場合、$m_a=4, m_b=2$ である。

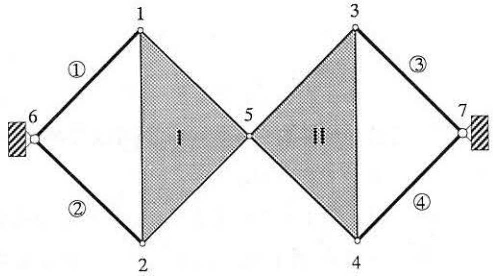

図 2.1：複合構造の例

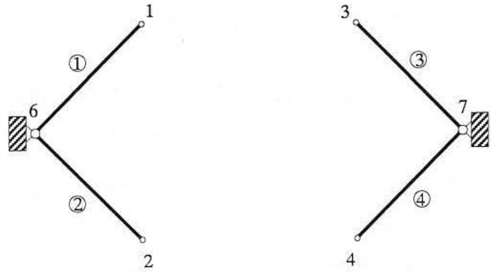

図 2.2：ケーブル材の配置

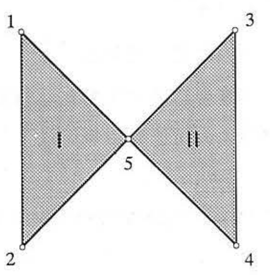

図 2.3：剛体構造の配置

剛体構造のヤング率は無限大であり、直接剛体マトリクスを定式化することはできない。そこで、本論文では以下のような解析法をおこなう。複合構造の自由節点(固定されていない節点)を j ($j=1,2,\cdots,n_j$. n_j:自由節点数)で表す。図 2.1 の場合 $n_j=5$ である。全自由度数を n とする(通常、$n=3n_j$)。

複合構造の節点変位と作用している節点荷重を $\dot{\mathbf{x}}$、$\dot{\mathbf{f}}$ とする。このとき、$\dot{\mathbf{f}}$ と $\dot{\mathbf{x}}$ を関係付けるマトリクスは剛性マトリクスとなり、次式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{f}}=\mathbf{K}\,\dot{\mathbf{x}} \tag{2.1}$$

$\mathbf{K}$ は弾性剛性マトリクス $\mathbf{K_E}$ と幾何剛性マトリクス $\mathbf{K_G}$ から構成される。つまり

$$\mathbf{K}=\mathbf{K_E}+\mathbf{K_G} \tag{2.2}$$

ここで、複合構造をケーブル材と剛体構造に分離して考える(図 2.2、図 2.3)。ケーブル材による剛性マトリクスを $\mathbf{K_C}(\mathbf{K_C}=\mathbf{K_{EC}}+\mathbf{K_{GC}})$ とし、式(2.1)の $\mathbf{K}$ を $\mathbf{K_C}$ で置き換える。つまり

$$\dot{\mathbf{f}}=\mathbf{K_C}\,\dot{\mathbf{x}} \tag{2.3}$$

剛体構造の剛性マトリクスは評価できないので、節点変位に対する付帯条件として考える。剛体構造の適合方程式を

$$\mathbf{C}\,\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{0} \tag{2.4}$$

とする。

以上より、本論文の解析法は式(2.4)を付帯条件とする式(2.3)の解析ということができる。

図 2.1 の場合には、$\mathbf{K_C}$ は次式となっている。

$$\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{f}}_1\\ \dot{\mathbf{f}}_2\\ \dot{\mathbf{f}}_3\\ \dot{\mathbf{f}}_4\\ -\\ \dot{\mathbf{f}}_5\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c}\mathbf{K_{EC}}+\mathbf{K_{GC}} & \mathbf{0}\\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{array}\right]\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{x}}_1\\ \dot{\mathbf{x}}_2\\ \dot{\mathbf{x}}_3\\ \dot{\mathbf{x}}_4\\ -\\ \dot{\mathbf{x}}_5\end{bmatrix} \tag{2.5}$$

ここに

$$\dot{\mathbf{f}}_j=\begin{bmatrix}\dot{f}_{jx}\\ \dot{f}_{jy}\\ \dot{f}_{jz}\end{bmatrix}\quad \dot{\mathbf{x}}_j=\begin{bmatrix}\dot{x}_j\\ \dot{y}_j\\ \dot{z}_j\end{bmatrix} \tag{2.6}$$

3 章で $\mathbf{K_C}$ の定式化、4 章で $\mathbf{C}$ の定式化、5 章で式(2.3)、(2.4)の解析法を述べる。

3.ケーブル材の剛性マトリクス

節点 i と j を結ぶ直線材 a の節点座標値ベクトルを $\mathbf{x}_i$ と $\mathbf{x}_j$ とし、方向余弦ベクトルを λ_a とし、部材長さを l_a とすると

$$l_a = \left[(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)^T (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.1}$$

$$\lambda_a = \frac{1}{l_a}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \tag{3.2}$$

l_a、λ_a、$\mathbf{x}_i$、$\mathbf{x}_j$ をパラメータ t の関数とし、t に関する微分を作ると

$$\dot{\lambda}_a = \frac{1}{l_a}(\dot{\mathbf{x}}_j - \dot{\mathbf{x}}_i) - \frac{\dot{l}_a}{l_a^2}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix} -\lambda_a^T & \lambda_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_j \end{bmatrix} = \dot{l}_a \tag{3.4}$$

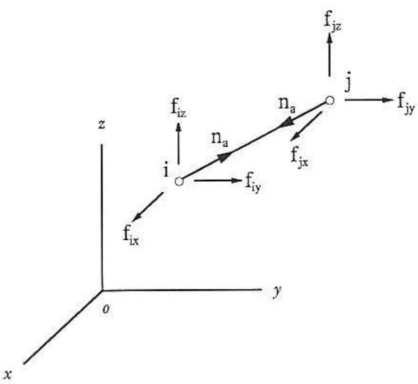

図 3.1 ケーブル部材の張力と節点力

ケーブル部材 a に作用している張力を n_a とし、n_a につり合っている節点力を節点 i 及び j において次式とする。

$$\mathbf{f}_{ia} = \begin{bmatrix} f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{iz} \end{bmatrix}_a \quad \mathbf{f}_{ja} = \begin{bmatrix} f_{jx} \\ f_{jy} \\ f_{jz} \end{bmatrix}_a \tag{3.5}$$

このとき、部材 a の釣合式は

$$\begin{bmatrix} -\lambda_a \\ \lambda_a \end{bmatrix} n_a = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{ia} \\ \mathbf{f}_{ja} \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

両辺を t で微分すると

$$\begin{bmatrix} -\lambda_a \\ \lambda_a \end{bmatrix} \dot{n}_a + \begin{bmatrix} -\dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_a \end{bmatrix} n_a = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{ia} \\ \dot{\mathbf{f}}_{ja} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

まず、左辺の第 1 項から考える。部材 a のフックの法則 $\dot{n}_a = \frac{EA}{l_a}\dot{l}_a$（$E$:ヤング率、$A$:断面積)と式(3.4)より

$$\begin{bmatrix} -\lambda_a \\ \lambda_a \end{bmatrix} \dot{n}_a = \begin{bmatrix} -\lambda_a \\ \lambda_a \end{bmatrix} \frac{EA}{l_a} \begin{bmatrix} -\lambda_a^T & \lambda_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_j \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

上式の右辺の係数を $(\mathbf{K}_{\mathrm{EC}})_a$ と置くと

$$(\mathbf{K}_{\mathrm{EC}})_a = \frac{EA}{l_a} \begin{bmatrix} \lambda_a\lambda_a^T & -\lambda_a\lambda_a^T \\ -\lambda_a\lambda_a^T & \lambda_a\lambda_a^T \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

$(\mathbf{K}_{\mathrm{EC}})_a$ は部材 a の弾性剛性マトリクスである。

次に、式(3.7)の左辺の第 2 項を考える。式(3.2)、(3.3)、(3.4)を用いて変形すると

$$\dot{\lambda}_a = \frac{1}{l_a} \begin{bmatrix} -\mathbf{I} + \lambda_a\lambda_a^T & \mathbf{I} - \lambda_a\lambda_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_j \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

上式より

$$\begin{bmatrix} -\dot{\lambda}_a \\ \dot{\lambda}_a \end{bmatrix} n_a = \frac{n_a}{l_a} \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \lambda_a\lambda_a^T & -\mathbf{I} + \lambda_a\lambda_a^T \\ -\mathbf{I} + \lambda_a\lambda_a^T & \mathbf{I} - \lambda_a\lambda_a^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_j \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

上式の右辺の係数を $(\mathbf{K}_{\mathrm{GC}})_a$ と置くと

$$(\mathbf{K}_{\mathrm{GC}})_a = \frac{n_a}{l_a} \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \lambda_a\lambda_a^T & -\mathbf{I} + \lambda_a\lambda_a^T \\ -\mathbf{I} + \lambda_a\lambda_a^T & \mathbf{I} - \lambda_a\lambda_a^T \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

$(\mathbf{K}_{\mathrm{GC}})_a$ は部材 a の幾何剛性マトリクスである。

式(3.7)より、部材 a の荷重と変位関係式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{ia} \\ \dot{\mathbf{f}}_{ja} \end{bmatrix} = \left[(\mathbf{K}_{\mathrm{EC}})_a + (\mathbf{K}_{\mathrm{GC}})_a \right] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_j \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

となる。

式(3.13)を複合構造の剛性マトリクス $\mathbf{K}$ に組み込むことにより、ケーブル材の剛性マトリクスのみを持つ次式が得られる。

$$\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{K}\dot{\mathbf{x}} \tag{3.14}$$

$\mathbf{K}$ は複合構造の剛性マトリクスである。

4.剛体構造による付帯条件

剛体構造による付帯条件を定式化する。剛体構造 b の節点を k ($k = 1,2,\ldots,k_b$)、節点 k の座標値ベクトルを $\mathbf{x}_k$、剛体の任意固定点 c の座標値ベクトルを $\mathbf{x}_c$ とし、x, y, z 軸回りの回転ベクトルを Θ とする。図 4.1 に示すように、剛体構造の任意固定点 c の変位速度ベクトル(x, y, z 方向の変位速度ベクトル $\dot{\mathbf{x}}_c$ と x, y, z 軸回りの回転速度ベクトル $\dot{\Theta}$ を並べたもの)を $\dot{\mathbf{X}}$ とする。つまり

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \quad \Theta = \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

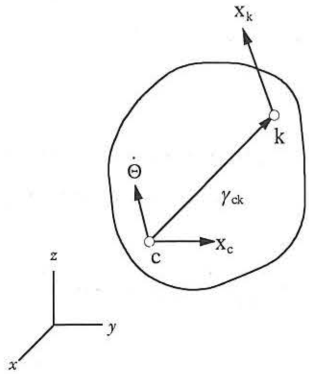

図 4.1 剛体構造の運動学関係

c点からk点までのベクトルγ_{ck}を次式で表示する。

$$\gamma_{ck} = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_c \tag{4.3}$$

節点kの変位速度は

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_k &= \dot{\mathbf{x}}_c + \dot{\Theta} \times \gamma_{ck} \\ &= \left[\dot{x}_c + (z_k - z_c)\dot{\theta}_y - (y_k - y_c)\dot{\theta}_z\right]\mathbf{i} + \\ &\quad \left[\dot{y}_c + (x_k - x_c)\dot{\theta}_z - (z_k - z_c)\dot{\theta}_x\right]\mathbf{j} + \\ &\quad \left[\dot{z}_c + (y_k - y_c)\dot{\theta}_x - (x_k - x_c)\dot{\theta}_y\right]\mathbf{k} \end{aligned} \tag{4.4}$$

ここに、$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$は$x,y,z$軸の正方向への単位ベクトルである。

式(4.4)をマトリクスで表示すると

$$\dot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{H}_k \dot{\mathbf{X}} \qquad (k = 1, 2, \ldots, k_b) \tag{4.5}$$

ここに

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_k - z_c & -(y_k - y_c) \\ 0 & 1 & 0 & -(z_k - z_c) & 0 & x_k - x_c \\ 0 & 0 & 1 & y_k - y_c & -(x_k - x_c) & 0 \end{bmatrix} \qquad (k = 1,\ 2,\ \ldots, k_b) \tag{4.6}$$

剛体b(節点数がk_bを持つ)の$\dot{\mathbf{x}}_b$と$\dot{\mathbf{X}}$の関係式は次式になる。

$$\dot{\mathbf{x}}_b = \mathbf{H}\dot{\mathbf{X}} \tag{4.7}$$

ここに

$$\dot{\mathbf{x}}_b = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{\mathbf{x}}_{k_b} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{H}_{k_b} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

$\mathbf{H}$は$(3k_b, 6)$型マトリクスとなっている。

$\dot{\mathbf{X}}$を消去するために、式(4.7)の解を持つ条件を作ることにより、次式が得られる

$$\left[\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{H}^+\right]\dot{\mathbf{x}}_b = \mathbf{0} \tag{4.10}$$

ここに、$\mathbf{H}^+$は$\mathbf{H}$の一般逆行列である。上式は剛体構造bの適合方程式となる。上式を全剛体で全自由度に拡大すると

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \tag{4.11}$$

式(4.11)より、独立付帯条件を抽出すると

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \tag{4.12}$$

ここに、$\mathbf{A}$は(r,n)型マトリクスである。$r = rank(\mathbf{C})$。式(4.12)は剛体構造による付帯条件となる。

$$rank(\mathbf{A}) = r \tag{4.13}$$

5.Bott-Duffin逆行列による応力・変形解析

式(4.12)を制約条件とする式(3.14)の解法としてラグランジュ乗数法を適用する。ラグランジュ乗数λを導入し、$\dot{\mathbf{x}}$とλの$(n+r)$個を未知量とする制約条件無しの最小化問題に変換する。その場合のポテンシャエネルギー関数は次式となる。

$$\Pi_k = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{x}}^T\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{f}}\,\dot{\mathbf{x}} + \lambda^T\mathbf{A}\,\dot{\mathbf{x}} \tag{5.1}$$

$\dot{\mathbf{x}}$とλの各成分で偏微分し、零とおくことにより$\dot{\mathbf{x}}$とλを未知量とする$(n+r)$個の連立方程式が得られる。つまり

$$\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{f}} + \mathbf{A}^T\lambda = \mathbf{0} \tag{5.2}$$

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \tag{5.3}$$

上式の誘導において、$\mathbf{K}^T = \mathbf{K}$を利用している。そこで

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{A}^T\lambda \tag{5.4}$$

とおくと、式(5.2)は次式となる。

$$\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}}+\dot{\mathbf{r}}=\dot{\mathbf{f}} \tag{5.5}$$

次に、式(5.3)、(5.5)で与えられる$\dot{\mathbf{x}}$とλを未知量とする連立方程式の Bott-Duffin 逆行列による解法を述べる[2]。

基本変形によって、制約条件マトリクス$\mathbf{A}$は次式のように変換できる。

$$\mathbf{P}_{(r\times r)}\mathbf{A}_{(r\times n)}\mathbf{Q}_{(n\times n)}=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_r & \mathbf{0}\end{bmatrix}_{(r\times n)} \tag{5.6}$$

ここに、$\mathbf{P}$と$\mathbf{Q}$は基本変形の積として得られる正規マトリクスである。$\mathbf{P}$と$\mathbf{Q}$を利用して次の変数変換をおこなう。

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{Q}\dot{\mathbf{u}} \quad \dot{\mathbf{t}}=\mathbf{Q}^T\dot{\mathbf{r}} \quad \dot{\mathbf{q}}=\mathbf{Q}^T\dot{\mathbf{f}} \tag{5.7}$$

式(5.7)を式(5.5)に代入し、さらに、左側から$\mathbf{Q}^T$を掛けると

$$\mathbf{L}\dot{\mathbf{u}}+\dot{\mathbf{t}}=\dot{\mathbf{q}} \tag{5.8}$$

ここに、

$$\mathbf{L}=\mathbf{Q}^T\mathbf{K}\mathbf{Q} \tag{5.9}$$

式(5.7)を式(5.3)に代入し、左側から$\mathbf{P}$を掛けると

$$\begin{bmatrix}\mathbf{PAQ}\end{bmatrix}\dot{\mathbf{u}}=\mathbf{0} \tag{5.10}$$

式(5.6)を用いると

$$\mathbf{B}\dot{\mathbf{u}}=\mathbf{0} \qquad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_r & \mathbf{0}\end{bmatrix} \tag{5.11}$$

以上によって、式(5.10)、(5.11)を Bott-Duffin 逆行列を求める基礎方程式とすることができる。ここで、$\dot{\mathbf{u}}$と$\dot{\mathbf{t}}$は直交しているので

$$\dot{\mathbf{u}}=\mathbf{P}_L\dot{\mathbf{a}} \qquad \dot{\mathbf{t}}=\mathbf{P}_{L^\perp}\dot{\mathbf{a}} \tag{5.12}$$

とおく、上式を式(5.8)に代入すると

$$(\mathbf{L}\mathbf{P}_L+\mathbf{P}_{L^\perp})\dot{\mathbf{a}}=\dot{\mathbf{q}} \tag{5.13}$$

上式より$\dot{\mathbf{a}}$を求め式(5.12)に代入すると

$$\dot{\mathbf{u}}=\mathbf{L}_{(L)}^{-1}\dot{\mathbf{q}} \tag{5.14}$$

$$\dot{\mathbf{t}}=\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{L}\dot{\mathbf{u}} \tag{5.15}$$

上式において、$\mathbf{L}_{(L)}^{-1}$を Bott-Duffin 逆行列という。

$$\mathbf{L}_{(L)}^{-1}=\mathbf{P}_L(\mathbf{L}\mathbf{P}_L+\mathbf{P}_{L^\perp})^{-1} \tag{5.16}$$

ここに、$\mathbf{P}_L$、$\mathbf{P}_{L^\perp}$は正射影マトリクスである。

$$\mathbf{P}_L=\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n-r}\end{bmatrix} \tag{5.17}$$

$$\mathbf{P}_{L^\perp}=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_r & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix} \tag{5.18}$$

結局、求めるべき$\dot{\mathbf{x}}$と$\dot{\mathbf{r}}$は式(5.7)に式(5.14)、(5.15)を代入することにより次式が得られる。

$$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{Q}\dot{\mathbf{u}} \qquad \dot{\mathbf{r}}=(\mathbf{Q}^{-1})^T\dot{\mathbf{t}} \tag{5.19}$$

6.数値解析

図 6.1 に示す張力安定複合構造を具体例として採用する。単位は *cm* である。太い実線は剛体構造を示し、細い実線はケーブル部材を示す。節点数は全部で 9 個である。デカルト座標を座標系として採用し、節点座標値を表 6.1 に示する。

表 6.1 節点座標値 (*cm*) と境界

節点	x	y	z	境界
1	75	200	40	0
2	-75	200	40	0
3	0	450	20	0
4	0	280	-40	0
5	0	400	-40	0
6	270	0	0	1
7	-270	0	0	1
8	-270	700	0	1
9	270	700	0	1

ケーブル部材諸量：

断面積： $A=4\,cm^2$

降伏点応力： $\sigma_s=2400\,kgf/cm^2$

ヤング率： $E=2.1\times10^6\,kgf/cm^2$

ケーブル部材の節点番号：

1 (1,6)	2 (2,7)
3 (3,8)	4 (3,9)
5 (4,6)	6 (4,7)
7 (5,8)	8 (5,9)

剛体構造の節点番号：

1 2 3 4 5

以上のデータを使用して、自己釣合応力モードが得られる。自己釣合応力モードの総数は 8 個で、トラスとして軸力導入可能なモードは 2 個で、対称な軸力導入

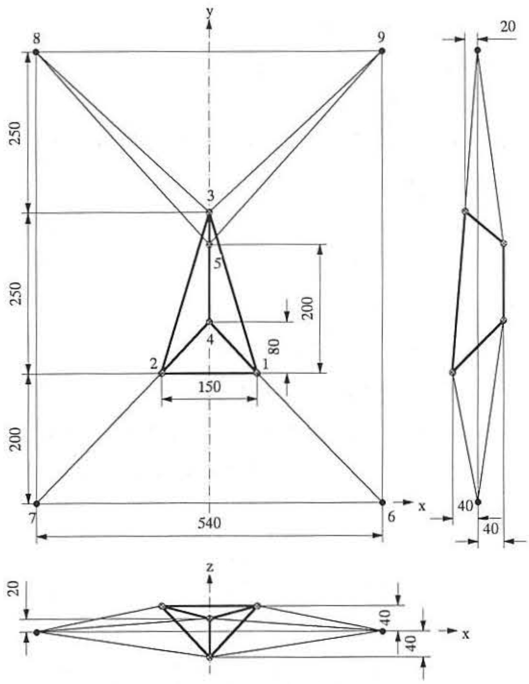

図 6.1 張力安定複合構造解析例

モード $[n]_1$ と反対称な軸力導入モード $[n]_2$ を得ることができる。つまり

$$[n]_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1.56713499 \\ 1.56713499 \\ 1.38573128 \\ 1.38573128 \\ 0.86240145 \\ 0.86240145 \end{bmatrix} \quad [n]_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1.49941928 \\ -1.49941928 \\ -1.68939461 \\ 1.68939461 \\ -2.36450604 \\ 2.36450604 \end{bmatrix} \tag{6.1}$$

ここでは初期張力導入として $[n]_1$ を採用する。つまり

$$[n] = \beta\,[n]_1 \tag{6.2}$$

β は張力導入係数 (kg) である。節点 1、2、3 に作用している荷重モードは

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 16/7 \end{bmatrix} \tag{6.3}$$

P は荷重係数 (kg) である。

張力導入係数が $\beta = 4000kg$ のとき、荷重($-z$ 方向、つまり、鉛直向下)と節点変位、ケーブル部材の応力の関係を図 6.2、6.3、6.4 に示す。

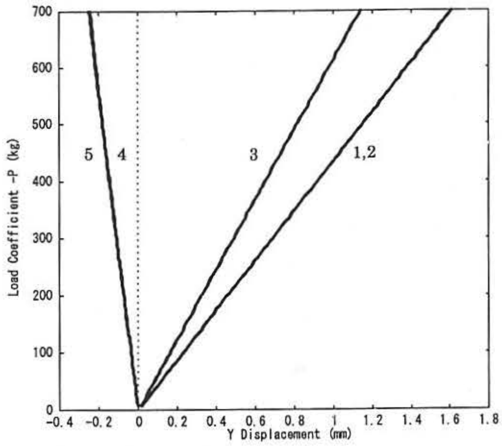

図 6.2 荷重と節点 y 方向変位($\beta = 4000kg$)

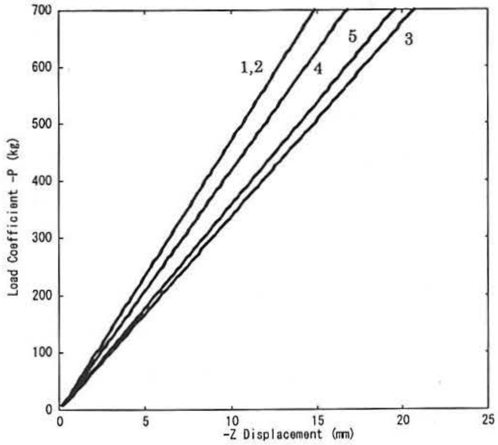

図 6.3 荷重と節点-z 方向変位($\beta = 4000kg$)

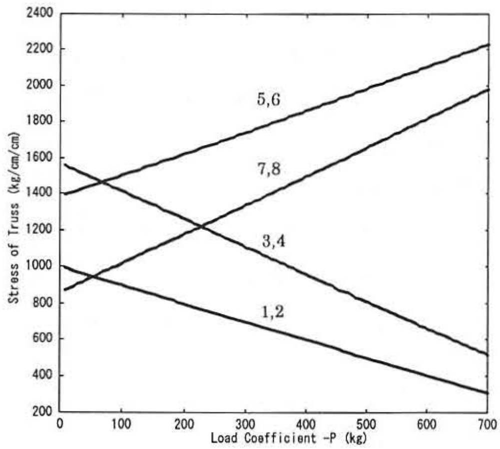

図 6.4 荷重とケーブル部材の応力($\beta = 4000kg$)

7.結論

ケーブルと剛体構造による「張力安定複合構造」に関して、

Ⅰ：安定・不安定の判別法

Ⅱ：不安定複合構造の安定化移行過程の追跡

Ⅲ：張力導入の可能性の判別法

Ⅳ：張力導入による安定化

Ⅴ：応力・変形解析

の課題を設定し、文献[4,5]で課題Ⅰ～Ⅳを述べた。本論文では張力導入後の構造挙動を調べる目的で課題Ⅴの定式化と解析法を提案した。

参 考 文 献

1) 田中　尚、半谷裕彦：不安定トラスの剛体変位と安定化条件、日本建築学会構造系論文報告集、第356号、1985年10月

2) 半谷裕彦、川口健一：形態解析、培風館、1991

3) 半谷裕彦、川口健一、小田憲史：張力安定トラス構造の構造挙動と構造設計、東京大学生産技術研究所報告、Vol.32、No.2、1991

4) 半谷裕彦、呉　明児：ケーブルと剛体構造による張力安定複合構造、(その1)適合方程式と釣合方程式、コロキウム構造形態の解析と創生講演論文集、日本建築学会、1995年11月

5) 呉　明児、半谷裕彦：ケーブルと剛体構造による張力安定複合構造、(その2)安定化と張力導入、コロキウム構造形態の解析と創生講演論文集、日本建築学会、1995年11月

STRESS AND DISPLACEMENT ANALYSIS OF HYBRID STRUCTURES OF CABLE AND RIGID STRUCTURE

Yasuhiko Hangai [1]

Ming-Er Wu [2]

SYNOPSIS

Hybrid structures which consist of cable members and rigid structures are treated in the paper.The hybrid structures have the theoretical research subjects: (1) Classification of hybrid structures into stable and unstable ones, (2) Stabilization process of unstable hybrid structures, (3) Possibility of the existence of self-equilibrated stress system, (4) Instroduction of self-equilibrated stress system,and (5) Stress and displacement analysis.The paper proposes an analytical method of stress and displacement.

In the first part,the load-displacement relation of cable members and the compatibility relation of rigid structures are introducted.In the second part,the load-displacement relation of cable members is analyzed under the constraint of the compatibility relation of rigid structures by using Bott-Duffin inverse.In the last part an numerical example is shown in order to examine the validity of the proposed method.

---

[1] Professor [2] Visiting Research Fellow

Institute of Industrial Science,University of Tokyo