等張力曲面解析における接線幾何剛性

带屋洋之*¹ 劉 磊*² 井嶋克志*³ 後藤茂男*⁴

梗 概

膜構造物の初期形状を求める際の等張力曲面解析手法として、石鹼膜三角形要素より成る有限要素構造に対して接線剛性法を適用する場合、材料固有の要素剛性から完全に分離された接線幾何剛性の取り扱いが重要となる。本研究では、辺張力を一定とする辺張力幾何剛性を適用した場合と、膜張力を一定とする膜張力幾何剛性を適用した場合について数値計算を行い検証する。

1. まえがき

1.1 等張力曲面の解析理論について

膜構造物の設計を行う際にまず必要な作業は,境界部分の形状,必要なライズやスパンなどの設計条件の範囲内において,力学的合理性を持ち,かつ機能美を兼ね備えた理想的な初期曲面形状を決定することである。大空間を軽量な薄膜材で覆い一定の内圧で支持する形態の屋根構造を考える場合,膜材そのものの材料条件,構造全体の幾何学的条件を考慮すれば,面内の全ての点において,面内全方向についての張力が均一となる等張力曲面が初期曲面形状として最適である。

等張力曲面に関する研究については、19世紀半ば にプラトーにより針金の輪に張られた石鹼膜に一定圧 を加える実験で得られる曲面でモデル化されて以来、 石鹼膜曲面を解析的に求める試みが多くなされている。

FEMによる数値解析を前提とした場合,石鹼膜曲面形状解析へのアプローチとして従来用いられてきた考え方には,等張力曲面と極小面積曲面が等価であることに着目し,一定の内包体積に対する極小曲面問題として面積汎関数を極小化する方法,あるいは与えられた内圧に対して存在しうる等張力状態を,幾何学的

非線形問題として応力ーひずみの関係による非線形剛性方程式を解き離散化する方法などがある。

前者は、石鹼膜曲面の幾何学的特性のみに着目しているため理論構成が比較的簡明で、面内節点移動を抑制する汎関数を線形結合できるなどの利点を有しているが、任意に設定した境界形状への適応性に乏しいこと、ケーブル材との合成構造の形状決定や実膜構造の応力解析への適用は不可能であることなどの欠点があり、設計統一理論として用いることはできない。

これに対して後者は、既存の幾何学的非線形理論における三次元シェル構造解析手法に石鹼膜曲面の条件式を書き込んだものであるが、応力解析への転用が可能である反面、テンソル表示による有限ひずみ式からの非線形剛性方程式への離散化過程は煩雑であり、石鹼膜要素固有の力学的特性と有限要素構造としての幾何学的非線形性を明確に区別できず、良好な収束性と厳密解としての信頼性を得ることは難しい。以上を勘案すれば、合理的な石鹼膜曲面形状解析理論としては次のような条件を備えていることが望ましい。

- 1) 形状決定後の応力解析を同一アルゴリズムにて 容易に行えること。
- 2) 幾何学的非線形性に対する処理が簡潔で、非 線形剛性方程式を解く事。による不確定誤差を生

^{*1} 佐賀大学理工学部建設工学科助手 *2 佐賀大学工学系研究科博士後期課程

^{*3} 佐賀大学理工学部建設工学科助教授 *4 佐賀大学理工学部建設工学科教授

じないこと。

- 剛性マトリックスの低次元化を力学的根拠にも とづいて行えること。
- 4) 高い収束性と精度,広い適用範囲を兼ね備えて いること。

本研究で用いる接線剛性法は、有限要素構造物の要素変形と節点変位の適合条件に起因する接線幾何剛性を、材料そのものが持つ要素剛性から完全に分離した線形結合の形で表記できるため、材料に剛性を持たず表面張力の幾何学的性質によって成立している石鹼膜曲面に対しては、接線幾何剛性部分のみを適用することにより合理的な等張力曲面形状解析が可能となる。

さらに形状決定後、実膜要素の材料特性を要素剛性 として付与することにより、各種荷重条件に対する応 力解析への展開が容易に行える。また本手法は、力の 釣り合い条件のみによって導かれる線形の接線剛性方 程式を反復使用するので、非線形剛性方程式が介在せ ず、不平衡力の収束によって得られる解に含まれる誤 差はFEMにおけるメッシュ分割の粗さのみに依存す ることとなる。

1.2 接線幾何剛性について

接線剛性法を用いた石鹼膜曲面の形状解析においては、力学的に矛盾のない接線幾何剛性の定式化を行うことが重要である。FEM解析において等方性の連続面を有限個の三角形要素に分割する場合、離散化された要素力は面内の任意の方向に分配できるので、要素力の表現法は一つに限定されることはなく、採用する要素モデルの構造形態に応じて設定することができる。

また石鹼膜曲面では曲面全体にわたって面内方向力 が等分布しているため、三角形平面要素の要素力の増 分は、要素寸法の幾何学的変化のみに依存している。

これらのことを考慮すれば、要素力の分配法と要素 力増分の扱い方が、接線幾何剛性マトリックスの形態 に大きく影響することがわかる。

本研究においては、表面張力を三角形要素の各辺に沿った辺張力で置換したもの要素力としてを用い、辺張力を一定と見なすことによって求められる辺張力幾何剛性と、表面張力を三角形要素の頂点の垂線方向力で置換し、単位幅膜張力を一定とすることにより求められる膜張力幾何剛性の二つを接線幾何剛性として定

義し、いくつかの計算例とともに考察を行った。

辺張力幾何剛性においては、要素を三角形トラスプロックでモデル化したものと等価となるため、要素寸法の幾何学的変化に伴う要素力剛性の影響を考慮せずに計算することができる。従って、剛性マトリックスの形態も軸方向力部材における場合と全く同一のものして扱えることになる。

これに対して、膜張力幾何剛性による剛性マトリックスを用いた場合は、要素寸法の幾何学的変化に伴う要素力増分を厳密に評価した形となり、原理的には石鹼膜要素は材料による剛性を持たないため、空間内3自由度節点群を解析するための全体剛性マトリックスは特異となり、収束解は得られない。

膜張力幾何剛性を用いて,なおかつ収束解を得るためには,理論的には剛性を持たない面内方向の変位を拘束し、法線方向のみの1自由度系として低次元化することにより求められる正則な剛性マトリックスを用いればよい。石鹼膜曲面は法線方向の外力に対してのみ抵抗できる幾何学的剛性を有しているため、節点は石鹼膜曲面上に存在することになる。この低次元化処理を行えば辺張力幾何剛性,膜張力幾何剛性のいずれを使用した場合でも、接線剛性法の石鹼膜曲面解析手法としての利点を失うことなく、安定した収束過程のもとに高精度な解を得ることができる。

2. 辺張力一定の条件による接線剛性方程式

石鹼膜曲面上の一様な表面張力を、図-1に示した 三角形要素の各頂点における要素端力として離散化す れば、

$$A_i = (\sigma t/2) b_i \cdots \cdots \cdots \cdots (1)$$

となり、 A_1 は頂点より底辺におろした垂線方向力である。これを三角形要素の各辺に沿う辺張力に置換すれば、次式のようになる。

$$N_{i} = \sigma t (a_{i} - c_{i} d_{i} / a_{i}) / 2$$
.....(2)

各辺の辺張力をそれぞれ N_1 , N_2 , N_3 として, 図 - 2に示している。

ここで、各辺の方向余弦をα₁としたときの辺iの辺

張力および方向余弦の変化による節点力の増分を表せば式(3)のようになるが、右辺第1項の影響は非常に小さいものと考えられる。

$$\delta U = \delta N_1 \alpha_1 + N_1 \delta \alpha_1 \qquad \cdots \qquad (3)$$

従って、実用上右辺第2項のみを考慮すれば十分であり、これによる幾何剛性マトリックスは共通座標系に対する方向余弦の各成分を α , β , γ , とすれば各辺を軸方向力部材と考えたときの空間内三角形トラスプロックの幾何剛性と全く同一の形で表現できることがわかる。

$$\mathbf{k} := \mathbf{N} : / \mathbf{b} : \begin{bmatrix} 1 - \alpha^2 & -\alpha \beta & -\alpha \gamma \\ -\beta \alpha & 1 - \beta^2 & -\beta \gamma \\ -\gamma \alpha & -\gamma \beta & 1 - \gamma^2 \end{bmatrix}$$

よって、 辺張力を一定とする接線幾何剛性方程式は

$$\begin{bmatrix} \delta \ U_{\ 1} \\ \delta \ U_{\ 2} \\ \delta \ U_{\ 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\ 2} + k_{\ 3} - k_{\ 3} & -k_{\ 2} \\ -k_{\ 3} & k_{\ 3} + k_{\ 1} - k_{\ 1} \\ -k_{\ 2} & -k_{\ 1} & k_{\ 1} + k_{\ 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \ u_{\ 1} \\ \delta \ u_{\ 2} \\ \delta \ u_{\ 3} \end{bmatrix}$$
.................................. (5)

のように書くことができる。これに 式(3)右辺第1項 を展開することにより得られる要素力剛性を付与すれ ば、要素寸法の変化による要素力増分を厳密に評価し た表現になる。

3. 膜張力一定の条件による接線剛性方程式

一定の表面張力 σ t を持つ石鹼膜三角形要素の頂点を i,j,k 垂心を 0, 頂点iからの垂線の足をi'として図-1の様に基本寸法を設定し i点にかかる垂線方向力を A_i 、 $j \rightarrow k$ の方向余弦ベクトルを α_i 、 $i \rightarrow i$ 'の方向余弦ベクトルを β_i とすれば、

$$\alpha_i = (u_k - u_j) / b_i \cdots \cdots \cdots \cdots (6)$$

$$\beta_{i} = (b_{i}u_{i} - d_{i}u_{j} - c_{i}u_{k}) / (a_{i}b_{i})$$
.....(7)

i点の節点力ベクトルをUiとすれば

$$U_i = A_i \beta_i = (\sigma t / 2) b_i \beta_i \cdots (8)$$

となり、式(8)の微小増分をとれば次式のようになる。

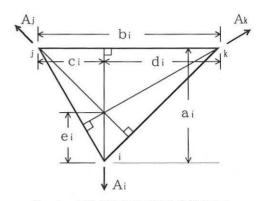


図-1 三角形の基本寸法と垂線方向力

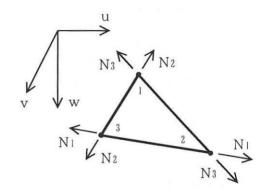


図-2 三角形要素と辺張力

また、式(9) は微小変位ベクトル δ u₁の関数であるので、この要素における節点力と節点変位の関係は、

と書ける。これが垂線方向力を要素力とする膜張力一定の条件による接線剛性方程式であり、Kは膜張力接線幾何剛性マトリックスである。

式(9) 括弧内第1項は要素寸法の変化による要素力増分を示しており、従って式(10)は式(5) に対して要素力剛性を付与した厳密な表現と等価なものとなる。

膜張力接線幾何剛性マトリックスを導く手順を以下 に示す。

式(6),(7)を用いて a_1 , b_1 の微小増分は、次式のように表すことができる。

$$\delta a_{i} = \beta_{i}^{T} \{ u_{i} - (d/b)_{i} u_{j} - (c/b)_{i} u_{k} \}$$

$$= \beta_{i}^{T} \{ (d/b)_{i} \delta (u_{i} - u_{k}) - (d/b)_{i} \delta (u_{j} - u_{i}) \}$$
.....(11)

$$\delta b_i = \alpha_i^T \delta (u_k - u_j)$$
(12)

となる。これにより式(9)の {} 内右辺第1項,第2項をそれぞれ展開すると.

$$\begin{array}{l} \delta \ b_{i} \beta_{i} = \beta_{i} \alpha_{i}^{T} \delta \ (u_{k} - u_{j}) \cdots \cdots \cdots (13) \\ b_{i} \delta \ \beta_{i} = b_{i} \delta \ \{ (b_{i} u_{i} - d_{i} u_{j} - c_{i} u_{k}) / (a_{i} b_{i}) \} \\ = b_{i} \left[\delta \ \{ u_{i} - (d/b)_{i} u_{j} - (c/b)_{i} u_{k} \} / a_{i} \\ - \beta_{i} \delta \ a_{i} / a_{i} \right] \\ = \{ (b/a)_{i} (i - \alpha_{i} \alpha_{i}^{T} - \beta_{i} \beta_{i}^{T}) \} \delta u_{i} \\ + \{ - (d/a)_{i} (i - \alpha_{i} \alpha_{i}^{T} - \beta_{i} \beta_{i}^{T}) \\ - (c/a)_{i} \alpha_{i} \alpha_{i}^{T} - (b_{k} / a_{i}) \alpha_{i} \alpha_{k}^{T} \} \delta u_{j} \\ + \{ - (c/a)_{i} (i - \alpha_{i} \alpha_{i}^{T} - \beta_{i} \beta_{i}^{T}) \\ - (d/a)_{i} \alpha_{i} \alpha_{i}^{T} - (b_{j} / a_{i}) \alpha_{i} \alpha_{j}^{T} \} \delta u_{k} \\ \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \end{array}$$

となる。ここで式(13), 式(14)により

と書くことができる。ここで r は三角形要素に垂直な 方向余弦ベクトルであり、次のように定義される。

さらに,

によって示される交代マトリックス ω を用いて式(15)を書き換えれば、

となり、膜張力一定の条件による接線幾何剛性の表現 は以下のようになる。

$$K = \frac{\delta t}{2} \begin{bmatrix} (b/a) : II^{T}, & -(e/b) : II^{T} - \omega, -(e/b) : II^{T} + \omega \\ -(e/b) : II^{T} + \omega, & (b/a) : II^{T}, & -(e/b) : II^{T} - \omega \\ (e/b) : II^{T} - \omega, -(e/b) : II^{T} + \omega, & (b/a) : II^{T} \end{bmatrix}$$
......(19)

4. 法線方向1自由度系への変換

接線幾何剛性方程式は、式(5)、(10)いずれの場合にも法線方向1自由度系に変換することができる。いま、節点iを頂点に持つ石鹼膜三角形要素がn個あるとすれば、i点における法線方向(面外方向)の方向余弦ベクトルtiは次のように表せる。

$$\mathbf{c}_{1} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{i} \qquad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (20)$$

これを用いて、 i 点の法線方向の節点力の微小増分および微小変位を表せば、

となる。式(5)あるいは式(10)における幾何剛性マトリックスをKで表せば、法線方向1自由度系に変換した接線剛性方程式は次式のように書くことができる。

このように法線方向1自由度系への変換は、重み関数その他の不確定誤差の混入を予想させるパラメータを使用せずに連立一次方程式の元数を減少させうる力学的合理性に優れた低次元化手法である。

5. 石鹼膜有限要素構造における3自由度系幾何剛性 マトリックスの数値比較例

式(5) および式(10)を用いて、接線剛性法による石 鹼膜形状解析プログラムを作成し、96個の正三角形 要素より成る一辺4mの周辺固定正六角形を初期形状 とする等張力膜構造の膨張問題について、対称性を考 慮し図-3のような周辺部の一辺を含む6分の1正三 角形部分の周辺に適切な拘束条件を設定して3自由度 系幾何剛性マトリックスの対角要素を比較した。

1~5 は完全固定点, 6, 10, 13 および 9, 12, 14 はその対角線を含む鉛直面内にのみ可動, 15は鉛直方向のみ可動とする。

この初期形状において、単位幅膜張力を $0.025 \, \mathrm{tf/m}$ として初期状態における式(5)および式(10)を用いた場合のそれぞれの幾何剛性マトリックスの対角要素の値を調べてみると表-1のようになっている。

これによれば、式(5) および式(10)を用いた場合の鉛直方向wに関する値(面外への剛性を表している)は完全に一致しているが、面内方向u、vに関しては異なった値となり、特に膜張力幾何剛性を用いた場合は、自由節点 7,8,11 において対角要素が 0 となり、したがってその剛性マトリックスは特異となるので収束解を得られないことがわかる。

膜張力幾何剛性により収束解を得るためには、式(2 4)を用いて理論的剛性を持ち得ない節点の接平面方向 に拘束条件を与え法線方向のみの1節点1自由度系へ の低次元化処理を行えばよい。

接線剛性法による等張力曲面解析の場合,不平衡力 の法線方向成分がゼロに収束すれば,節点は目的曲面 上にあるものとして,これを解とみなすことができる ので、この手法はきわめて合理的である。

また、このように1自由度系への変換を行うことによって、つねに各反復過程において形成される未収束曲面の法線方向のみに自由度を持つ1自由度節点群を取り扱うことになるので、処理すべき連立方程式の元数は3自由度系のままの解析に比べ激減し、演算時間を大幅に短縮することができる。もちろん、この低次元化手法は辺張力幾何剛性を用いる場合についても全く同様に適用することができる。

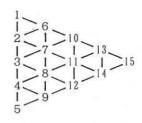


図-3 1/6三角形部分の節点番号

表一1	幾何剛性マ	トリックス対角要素の比較
俗 占	方向	效角更麦

		辺張力幾何剛性	膜張力幾何剛性
6,10,13	u	0.2662382	0.2500000
9, 12, 14	V	0.7554126	0.7500000
	W	0.0433013	0.0433013
7, 8, 11	u	0.0433013	0
	V	0.0433013	0
	W	0.0866025	0.0866025
15	u	1	1
	V	1	1
	W	0.0144338	0.0144338

6. 1自由度系節点群とした場合の数値計算例

EX.1 三角形要素24個による正六角形ドーム

一辺を $4\,\mathrm{m}$ とした正六角形初期平面に対して単位幅膜張力を $25\,\mathrm{kgf/m}$ 内圧を $10\,\mathrm{kgf/m}^2$ とした場合の等張力曲面を求めた。(図-4)

収束過程の最大不平衡力は、全方向(UF1)と法線方向(UF2)に関して示している。(表-2)

滑らかな連続体としての等張力曲面を有限個の三角 形平面石鹼膜要素で近似する場合、剛性ない面内方向 に残留不平衡力が存在するため、理論的には不平衡力 はある一定値までは収束してもその後漸減して0には なり得ない。

しかし本手法によれば、実質的な意味を持つ法線方 向成分の不平衡力が確実に0に収束しており、全ての 節点は等張力曲面上に求められることがわかる。

また、ここではほんのわずか膜張力幾何剛性の方が 収束が速い。収束解としての曲面上の各節点の座標値 は、最終桁 0.1mm の差異があったのみで、この場合全 く同一曲面が得られたと考えられる。

表-2 収束過程と最大不平衡力 (kgf)

反復回数	辺張力幾何剛性		膜張力幾何剛性	
i	UF1	UF2	UF1	UF2
1	34.641	34.641	34.641	34.641
2	5.242	5.218	5.247	5.218
3	0.978	0.956	0.968	0.968
4	0.747	0.182	0.745	0.152
5	0.743	0.031	0.744	0.022
6	0.744	0.005	0.744	0.003
7	0.744	0.001	0.744	0.000

EX.2 三角形要素 384個による正六角形境界のドーム

正六角形の一辺を8分割した初期平面に対し、単位幅膜張力を 25 k g f/m 内圧を $13.7 k g f/m^2$ とした崩壊に近い状態について計算した。

周辺部の要素が底面と直交に近くなる微妙な釣合状態となるので収束は全体に遅くなる。

この場合も膜張力幾何剛性を用いた方が辺張力幾何剛性に比べれば良好な収束性を示しているが、実用上は数回の反復の後、応力解析のための初期形状として採用できるため、これは問題のある差異ではなく、共に合理的な等張力曲面を得ることができたと考えられる。(図-5)

表-3 収束過程と最大不平衡力 (kgf)

-	0	MAGIL CA	7 1 1 100 75	(WOI)
反復回数	辺張力夠	遂何剛性	膜張力約	遂何剛性
i	UF1	UF2	UF1	UF2
1	2.966	2.966	2.966	2.966
2	2.246	2.246	2.264	2.264
3	0.770	0.615	0.699	0.538
4	0.631	0.303	0.606	0.244
5	0.623	0.208	0.643	0.159
6	0.638	0.148	0.669	0.104
7	0.653	0.108	0.686	0.070
8	0.664	0.081	0.697	0.048
9	0.673	0.061	0.705	0.033
10	0.680	0.047	0.710	0.024
11	0.685	0.036	0.714	0.017
12	0.689	0.028	0.716	0.012
13	0.692	0.022	0.718	0.009
14	0.695	0.018	0.720	0.006
15	0.697	0.014	0.721	0.005
16	0.698	0.011	0.721	0.003
17	0.700	0.009	0.722	0.002
18	0.701	0.007	0.722	0.002
19	0.701	0.006	0.723	0.001
20	0.702	0.004	0.723	0.001
21	0.702	0.004	0.723	0.001
22	0.703	0.002	0.723	0.000

EX.3 二つの正六角形境界を有する疑似カテノイド曲面

2)と同じ初期平面に対し、単位幅膜張力を 25 kgf/m 内圧を $10 kgf/m^2$ としてドーム形等張力曲面 (図-6)を求め、この形状の頂部7節点を拘束したものを先行状態として内圧を除荷することにより、大小二つの正六角形を境界とする面積最小曲面を求める。 \rightarrow (図-7, 8)

表-4 収束過程と最大不平衡力 (kgf)

反復回数	辺張力差	と 何剛性	膜張力差	送何剛性
i	UF1	UF2	UF1	UF2
1	2.708	2.708	2.708	2.708
2	2.406	2.369	2.132	2.099
3	1.178	0.675	1.214	0.471
4	1.215	0.316	1.363	0.033
5	1.286	0.159	1.376	0.001
6	1.332	0.082	1.376	0.000

EX.4 立体四辺形境界に対する面積最小曲面

直交する二つの正三角形の周辺を拘束し、一旦内圧によって膨張させたもの(図-9)を先行状態として、 内圧を除荷することにより、空間内立体四辺形境界に 対する面積最小曲面を求める。(図-10、11)

この場合, 膜張力幾何剛性を用いた計算では, 中央部付近で要素面積が極端に小さくなり, これ以上要素分割を小さくとると解が得られなくなる。

表-5 収束過程と最大不平衡力 (kgf)

反復回数	辺張力幾何剛性		膜張力幾何剛性	
i	UF1	UF2	UF1	UF2
1	6.336	6.336	7.044	7.043
2	4.728	4.728	10.685	10.604
3	0.345	0.318	1.736	1.729
4	0.165	0.108	0.729	0.008
5	0.147	0.033	0.728	0.000
6	0.145	0.010		
7	0.145	0.003		

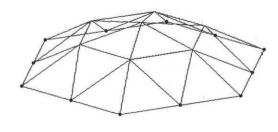


図-4 等張力曲面 (EX.1)

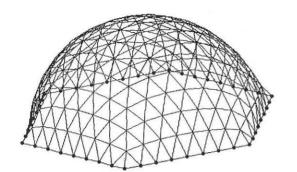


図-5 等張力曲面 (EX.2)

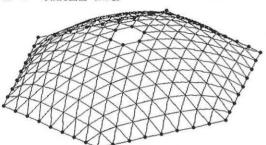


図-6 先行状態 (EX.3)

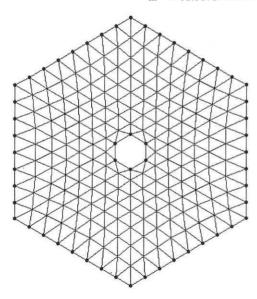
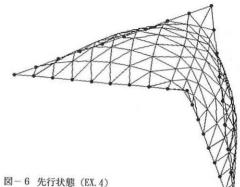


図-7 面積最小曲面(EX.3 平面図)



図-8 面積最小曲面 (EX.3 側面図)



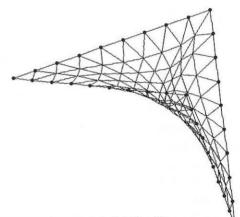


図-10 面積最小曲面(EX.4 辺張力幾何剛性)

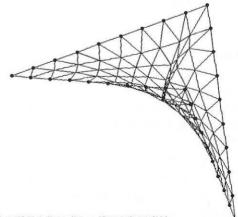


図-11 面積最小曲面 (EX.4 膜張力幾何剛性)

7. 結言

接線剛性法を用いた等張力曲面形状解析における接線幾何剛性について、三角形要素の要素端力を辺張力で置換し、辺張力一定の条件により導いた辺張力幾何剛性、および要素端力を垂線方向力として取り扱い、膜張力一定の条件により導いた膜張力幾何剛性を定義し、比較検討した。

低次元化処理をほどこした数値計算結果によれば膜 張力幾何剛性を用いた場合の方がやや収束性に優れて おり、これは定式化の過程において厳密に力学的評価 を行ったためと考えられる。しかし、辺張力幾何剛性 は単純明快なマトリックス形態となることと、設計の ための初期形状策定問題では若干の残留不平衡力の存 在は許されることを考えあわせると、両幾何剛性の間 に決定的な優劣は認められず、辺張力幾何剛性、膜張 力幾何剛性共に、等張力曲面の力学的特性を反映した 合理的なものであると考えられる。

このことにより、離散化を行う際の要素力の選択の 如何に拘わらず、力学的に矛盾のない定式化をおこな えば安定した収束状況のもとに十分な精度の解を得ら れるという、接線剛性法の等張力曲面解析手法として の理論的優位性を確認できた。

また、本手法によれば幾何剛性の表現法によらず材料剛性を線形結合することにより、極めて容易に実膜応力解析へ移行することができるが、今後はより精度の高い応力解析を行うための、要素寸法の合理的な均一化手法についてさらに研究を進める予定である。

なお,本研究は能村膜構造技術振興財団の助成によって行ったものであることを付記する。

参考文献

- 1)後藤茂男・荒牧軍治・井嶋克志・深江葉子:要素剛性分離の手法による等張力曲面の形状解析と膜構造解析,構造工学論文集, Vol.37A,pp307-314,1991.
- 2)後藤茂男・荒牧軍治・井嶋克志:要素剛性分離の 手法による構造物の幾何学的非線形解析,構造工 学論文集, Vol. 37A, pp315-328, 1991.
- 3)後藤茂男:立体構造物における接線幾何剛性マト リックスの定式化、土木学会論文報告集, No.335,

pp1-11,1983.

- 4) 後藤茂男・井嶋克志・古賀勝喜・帯屋洋之:接線剛性法における要素力式の設定と収束解の精度, 構造工学における数値解析シンポジウム論文集第 18巻、pp127-132,1994.
- 5) 低平地防災技術研究会: 膜構造建築物の現況と展望, 1989.12
- 6) S.Goto, K. Ijima, K. Koga &G. Aramaki: A study on problems of determining curved surface forms using geometrical stiffness, Proceedings of the Second Asian-Pacific Conference, August, 1993
- 7) 大森博司・萩原伸幸・松井徹哉・松岡理:有限要素法による極小曲面の数値解析, 膜構造論文集 788, pp1-10,1988.
- 8) 鈴木俊男・半谷裕彦: 等張力曲面形状の数値解析, 膜構造研究論文集 '89, pp1-12,1989.
- 9) 石原 競・大森博司・八木孝憲:極小曲面の数値 解析法に関する研究、膜構造研究論文集 '93、 pp57-63.1993.
- 10) 正岡典夫・石井一夫:低次四辺形膜要素による形状解析について、膜構造研究論文集 '90, pp. 19-30, pp19-30, 1990.
- 半谷裕彦:構造物の形態解析,土木学会論文集, No.501 [-29,pp11-20,1994.
- 11) M.R. Barnes: FORM-FINDING AND ANALYSIS OF PRE -STRESSED NETS AND MEMBRANES, Computers and Structures, Vol. 30, No. 3, pp685-695, 1988.

TANGENT GEOMETORICAL STIFFNESS OF ISOTONIC CUEVED SURFACE

Hiroyuki OBIYA*1 Ru REI*2 Katsushi IJIMA*3 Shigeo GOTO*4

SYNOPSIS

The form-finding is analysed by the tangent stiffness method. Two expressions of geometrical stiffness of a soap film element are applied for the form-finding. One tangent geometrical stiffness of the triangle element is derived by the condition of constant element forces in side directions. The other is derived by the condition of a constant tensile density in the element. In both method, a node can be treated as having only one degree of freedom in normal direction on the form, because the form does not have any stiffness against nodal displacement on the soap film surface theoretially. Comparing the two methods with some computations, in either case, we can get rational solutions with satisfactory convergence.

^{*1} Assistant, Saga University

^{*2} Graduated student, Saga University

^{*3} Associate Professor, Saga University

^{*4} Professor, Saga University