

データ選定法による膜構造の非線形弾性解析

河野 義裕*1

梗 概

設計時に必要な膜構造の応力・変形解析では現在、一般的には幾何学的非線形は考慮するものの膜材は線形弾性体と仮定している。しかしながら膜材は強い材料非線形性を示すことが報告されている。本報告では膜構造の応力・変形解析で膜材の材料非線形性を考慮するために膜材の2軸引張試験結果を直接利用する方法(データ選定法)が提案される。また、線形材料則、高次多項式材料則と比較してデータ選定法が実験結果をより精度よく追跡することが示される。

1. はじめに

構造物に用いられる膜材は各種の繊維織物に樹脂材料等をコーティングした複合材料である。繊維織物は直交する縦糸と横糸からなり直交異方性を示す。

この材料の複合に起因して、膜材は複雑な材料挙動を示す。図1に典型的な膜材の応力-ひずみ関係を与える。複雑な材料挙動は応力-ひずみ関係が直線型ではなく曲線型になる非線形挙動、載荷経路と除荷経路の不一致や第1載荷経路と第2、第3載荷経路の不一致といった非弾性挙動、そして、応力緩和やクリープといった時間依存型挙動の複合としてあらわれる。

このように膜材は強い非線形、非弾性、時間依存型挙動を示すがそれらの取り扱いの困難さから、膜構造の設計時に必要な応力・変形解析では現在、一般的に膜材を直交異方性線形弾性体として取り扱っている。

その一方で膜材の複雑な材料挙動を解析に取り込むための研究も多数報告されている。それらの大部分は膜材の構成機構をモデル化する方法[1, 2]であり、クリンプ交換等の膜内部の現象を陽に考慮できるものの現在まで使用すべきモデルは確立していない。

別のアプローチとして2軸引張試験の結果を直接利用する研究も少数であるが報告されている。南は応力-ひずみ関係を数段の折れ線であらわす多段線形近似法を提案した[3]。また文献[4]では応力をひずみの

高次多項式であらわす方法が1つの数値モデルとして示唆されている。

本研究で提案されるデータ選定法は多段線形近似法の一般化とみなすことができる。データ選定法ではすべての2軸引張試験結果がデータとして保有され、材料則は解析の過程で構築される。解析は各増分区間で3つのステップから成る。第1ステップでは前増分区間で用いられた材料則を用いて各要素のひずみの進行を推定する。第2ステップでは推定されたひずみ進行経路近傍の2軸試験結果データを抽出し、そのデータだけから線形の材料則を構築する。第3ステップはその材料則を用いて解く。データ選定法の解析時間は材料線形解析より約3倍ほど大きくなるが、信頼性はかなり高くなると考えられる。

データ選定法は膜材の非弾性挙動に対しても適用が考えられるが本研究では単純載荷を仮定し、膜材の非線形挙動に対する効果を検討する。また、膜材の応力緩和やクリープの時間依存型挙動も考慮しない。

本報告では高次多項式材料則もあわせて紹介し、データ選定法との比較に用いられる。

強制変位型の実験をおこない、実験結果と解析結果を比較した。その結果、データ選定法は通常材料線形解析と高次多項式則による解析よりも実験とよく符合した。

*1 太陽工業株式会社 空間技術研究所

2. 高次多項式材料則による解析

せん断応力 σ_{xy} はせん断ひずみ ε_{xy} と線形関係にあるとし、縦糸方向応力 σ_x 、横糸方向応力 σ_y は縦糸方向ひずみ ε_x と横糸方向ひずみ ε_y の高次多項式であらわされる。本報告では検討の結果4次の多項式を用いる。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= a_1 \varepsilon_x^4 + a_2 \varepsilon_y^4 + a_3 \varepsilon_x^3 \varepsilon_y + \dots + a_{13} \varepsilon_x + a_{14} \varepsilon_y \\ \sigma_y &= b_1 \varepsilon_x^4 + b_2 \varepsilon_y^4 + b_3 \varepsilon_x^3 \varepsilon_y + \dots + b_{13} \varepsilon_x + b_{14} \varepsilon_y\end{aligned}\quad (2)$$

(2)式中の係数は2軸試験結果と最もよく合うように決められる。本研究では自乗差Wを最小にするように係数を決めた。

$$W = \sum_{k=1}^N (\sigma_{xk} - \sigma_{xk}^*)^2 \quad (3)$$

ここで σ_{xk}^* は実験値、Nはデータ数である。

図2に膜材料A種の第1载荷応力比1:1の2軸引張試験で得られたひずみ状態 ($\varepsilon_x, \varepsilon_y$) に対する縦糸方向応力 σ_x を与える。応力は実験値、線形材料則及び(2)式であらわす場合を比較した。線形材料則及び(2)式とも材料定数の決定に(3)式を用い、張力比1:1, 2:1, 1:2, 1:0, 0:1(応力レベル0~20kg/cm)各20個、合計100個のデータを用いた。(2)式を用いると実験結果と精度よく符合することがわかる。

膜構造の解析では膜の接線剛性が必要となるが(2)式を用いる場合、各増分区間で前増分で得られたひずみ状態 ($\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*$) で応力曲面の接平面をつくるのが考えられる。この線形化された増分型材料則は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_x(\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) + \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x}(\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) d\varepsilon_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_y}(\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) d\varepsilon_y \\ \sigma_y &= \sigma_y(\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) + \frac{\partial \sigma_y}{\partial \varepsilon_x}(\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) d\varepsilon_x + \frac{\partial \sigma_y}{\partial \varepsilon_y}(\varepsilon_x^*, \varepsilon_y^*) d\varepsilon_y\end{aligned}\quad (4)$$

数値解析法としてニュートン・ラプソン法を用いる時、不釣り合い力の評価に(4)式ではなく(2)式を用いることも考えられる。

3. データ選定法

高次多項式則の使用は計算時間の少ない材料非線形解析手法であるが、一般的にすべての応力レベル、応力比で(2)式が精度よく応力とひずみに関係づけているとは言えない。その欠点を改善する方法としてデー

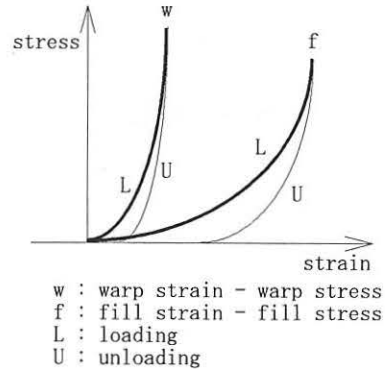
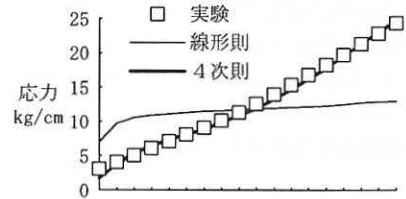


図1 応力-ひずみ関係



2軸試験で得られたひずみ組

図2 第1载荷応力比1:1の2軸試験で得られたひずみ組 ($\varepsilon_x, \varepsilon_y$) に対するたて糸方向応力

タ選定法が考えられた。

データ選定法では得られたすべての2軸引張試験結果は入力データの1部となり、材料定数は応力・変形解析の過程で計算される。材料則は増分型線形とし、増分区間内でのみ有効である。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= E_{xx(n)} d\varepsilon_x + E_{xy(n)} d\varepsilon_y + \sigma_{x(n-1)} \\ \sigma_y &= E_{yx(n)} d\varepsilon_x + E_{yy(n)} d\varepsilon_y + \sigma_{y(n-1)} \\ \sigma_{xy} &= G d\varepsilon_{xy} + \sigma_{xy(n-1)}\end{aligned}\quad (5)$$

ここで下添字(n)は第n増分区間、x、yは縦糸方向、横糸方向をあらわす。定数項は第n-1増分区間で得られた解を用いる。せん断係数Gは解析を通して一定とする。

図3はデータ選定法の概念を示す。図中の×印は2軸引張試験で得られたデータポイントをあらわす。解Aからの増分解Bを得るまでに3つのステップを要する。

第1ステップは増分荷重に対するひずみの進行の推定である(経路A B')。前増分区間の材料則を用いて増分ひずみの近似解B'を得る。

第2ステップは増分区間A Bで有効な材料則の構築

である。材料定数の決定には推定されたひずみ進行経路 AB' 近傍の 2 軸引張試験データだけが使われる。ここでは経路近傍を、中心を線分 AB' の中点、直径を線分 AB' とする円の内部として定義した。

材料定数の決定は(5)式を用いて(3)式の W を最小にするように決めた。円の内部のデータ数が規定データ数 N_D に満たない時、中心を固定し、直径を徐々に大きくして N_D 個のデータを得る。

規定データ数 N_D は局地的な特性(応力比、応力レベルに依存した材料特性)をよくあらわすために小さいほうが望ましいが、最小自乗決定を数値安定におこなうにはデータ数は大きいほうがよい。ここでは検討の結果 $N_D=10\sim 20$ とした。

第3ステップでは第2ステップで得られた材料則を用いて増分荷重に対する解 B を得る。すべての増分区間、膜要素に対してこの過程を繰り返し最終状態を指定された荷重に対する解とする。

データ選定法の利点として、2軸試験データが十分あるかぎり、任意の応力比、応力レベルの膜要素について増分量に応じた信頼性の高い応力-ひずみ関係を設定することができる。

4. 実験結果との比較

写真1に見られるように、 $2180\text{mm}\times 2180\text{mm}$ の平面膜の周囲を固定し中央部を強制的に引き上げて、引き上げ装置が膜から受ける力を測定した。膜材はC種を用い、軸対称を得るために4枚の三角形膜パネルを正方形の対角線部分で溶着した。中央部は引き上げ装置と一体となった $200\text{mm}\times 200\text{mm}$ の鋼パネルに膜を固定した。また、初期張力は導入しなかった。

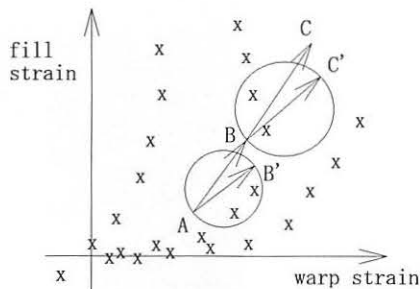
図4に頂部強制変位と頂部発生反力の関係を与える。

材料線形解析、高次多項式則による解析、データ選定法による解析が実験と比較された。解析は幾何学的非線形を考慮した有限要素法を用い、 $1/4$ モデルで要素数48、自由度65とした。また張力比 $1:1, 1:2, 1:3, 2:1, 3:1, 1:0, 0:1$ (応力レベル $0\sim 10\text{kg/cm}$)各100個、合計700個の2軸引張試験データを用いた。

図4からデータ選定法が他の方法と比べて精度よく実験結果を追跡することがわかる。解析反力が実験反力より大きくなるのは応力緩和を考慮していないためと考えられる。実験中、30分で $10\sim 15\%$ の反力減少がみられた。

5. まとめ

本報告では膜材の材料非線形性を膜構造の応力・変形解析に組み込むために、2軸引張試験データを直接



x : testing data points obtained

図3 データ選定法

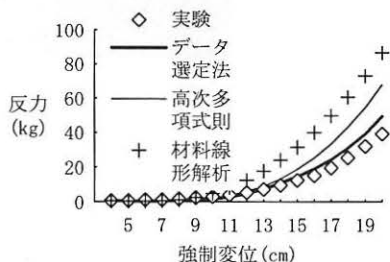


図4 強制変位-反力関係

利用する方法として高次多項式則の使用とデータ選定法が検討された。データ選定法は解析時間は大きいものの、実験から実際の現象を、材料線形則、高次多項式則を用いる方法よりも精度よく追跡することがわかった。

謝辞

実験の計画及び実施を指揮されました太陽工業瀬川信哉氏に感謝します。

参考文献

- [1]石井一夫、膜構造用膜材料概説、膜構造研究論文集'92、(社)日本膜構造協会、1992
- [2]加藤史郎、Pongpo Petch、材料非線形を考慮した膜材料の構成方程式の定式化、膜構造研究論文集'93、(社)日本膜構造協会、1993
- [3]南宏和、PTFEコーテッド・ガラス繊維布(膜材料A種)の非線形伸長曲線への多段線形近似とその応用、日本建築学会構造系論文報告集No. 436、1992
- [4]M. Ansell, M. Barnes and C. Williams, Structural properties tests for coated fabrics, Design of air-supported structures conf., Bristol, IStructE, July 1984

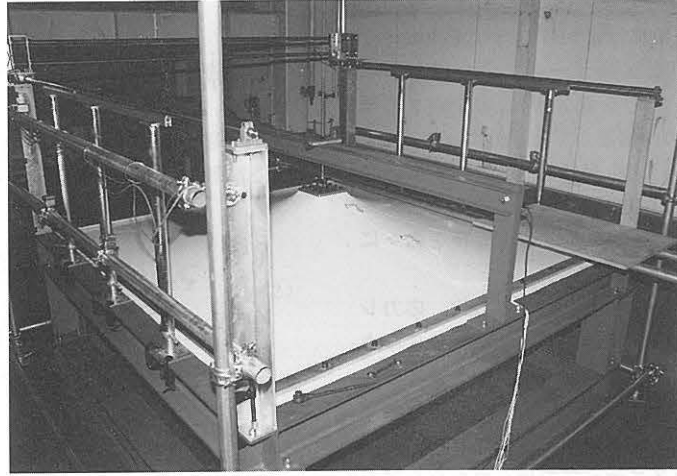


写真1 実験風景

NON-LINEAR ELASTIC ANALYSIS OF MEMBRANE STRUCTURES USING SELECTED BIAXIAL TESTING DATA

Yoshihiro Kono *1

SYNOPSIS

An incremental method which uses selected biaxial testing data is proposed for non-linear elastic analysis of membrane structures. This method consists of three steps in each incremental stage; obtaining approximate warp and fill strains using material law used in the previous incremental stage, building a new material law using biaxial testing data near the approximate strain path, and solving the problem using the new material law. This method is compared with the conventional material linear analysis and a method using polynomial functions of strain for stress on their accuracy based on an experiment. The experiment shows greater accuracy using the method proposed in the present paper.

*1 Research Engineer, Center for Space Structures Research, Taiyo Kogyo Corporation, M. Eng.