

Schockモデルに基づいて膜材料の構成方程式 を誘導する方法について

一 連続体としての増分型構成式の提案 一

加藤 史郎^{*1)} Petch Pongpo^{*2)}

武田 文義^{*3)} 吉野 達矢^{*4)}

松本 恵美^{*4)}

梗 概

Schockモデルに基づき、有限要素法に適用可能な膜要素の構成則を定式化する。定式化に用いられる糸等の定数は1軸・2軸引張及び剪断試験結果の平均値に合うように推定する。一方、この推定された膜材の材料定数を用いて解析を行い、実験値と解析値とを比較し本手法の妥当性を示す。

1. はじめに

膜を用いる構造の力学挙動の把握やそれらの設計・施工に当たり、膜材料の構成式が重要となる。織構造である膜の応力・ひずみ関係は、作用する2軸の応力の比に大きく依存することが確認されている。これは織布の内部構造が原因となるが、この点を考慮した研究が続けられてきた。この経緯は石井¹⁾、西川・石井ほか²⁾によりの確にまとめられている。

膜材料の構成式に関連した研究に次のものがある。膜材料の挙動ではクリンプ交換が重要な働きをしていることに注目したF.T. Peirceの研究³⁾、織格子構造モデルを提案し、クリンプ交換を織格子構造に導入したB.Meffert⁴⁾の研究、織構造の要素の機能を分析したH.J. Schock⁵⁾の研究、マトリックス構造解析用に織格子モデルを発展させ円筒状の膜構造の特性を分析した石井⁶⁾の研究、織格子モデルを用いて亀裂の進展を分析した小松⁷⁾の研究があげられる。また石井は、膜材料の挙動を3次元FEM解析に基づき⁸⁾、石井・西川⁹⁾は、リンクリングに深く関係する剪断挙動に焦点をあてて検討を進めている。これらの研究や石井による研究・解説¹⁾により、高度に応力比に依存する膜材料の力学挙動の解明が進められるとともに、FEMへ

の適用の可能性が開かれてきている。FEMへの適用に関しては、多段線形近似による連続体としての構成式の研究が南¹⁰⁾により進められている。

筆者は、前報告¹¹⁾ではB.Meffertのモデル(山型格子モデルと仮称する)に準拠して、コーティングされたグラスファイバー膜(A種膜)を対象として、有限要素法に適用しうる形で構成式を誘導した。この構成式は、クリンプ交換と弾塑性、かつ任意の応力比に対しうる増分型の構成式となっている。また、移動直交座標系によるFEM解析を前提としており、面内の剛体回転を除去した2次元単位直交座標で構成式が導かれている。その構成式の有用性と問題点については、小松、西川・石井ほかによる実験結果との比較から検討した。

本研究では、有限要素法への応用を想定し、(1)より適合度の高いモデルとしてH.J. Schockにより提案されているSchockモデル(台形格子モデルと仮称する)に準拠して、(2)クリンプ交換、弾塑性を考慮して2次元連続体としての増分型の構成式を誘導することを目的とする。ただし、(3)歪みとして縦糸と横糸の伸びひずみ、および、縦糸と横糸のなす角の変化量(剪断角)を用いる。[このようなひずみの採用によ

*1 豊橋技術科学大学建設工学系・教授・工博

*2 バコーポレーション・海外事業部・工修

*3 太陽工業・開発センター・工修

*4 豊橋技術科学大学・大学院修士課程

り、構成式では面内剪断がほぼ2軸張力の影響から分離され、構成式がより単純に誘導しうることを示す。]また、(4) 新たに実施した実験から得た膜材料の応力・ひずみ関係を模倣した例を示す。

2. 単位要素の増分型構成式の誘導

2.1 単位要素(台形格子モデル)の構成

Schock のモデル^{5,1)}では図1に示すような単位要素が仮定されている。彼は、このモデルの提案に先立ち、膜材料の基本特性を詳しく分析し、仮定された単位要素内の各要素の役割に言及している。その分析に基づき、(1) 縦糸と横糸は、それぞれトラス要素で置換され、かつ、できるだけ糸形状に近くなるような台形形状に仮定されている。(2) また、この部材には初期緩みがあり、初期緩みが解消してから糸材に応力が発生することを指摘している。(3) これらの部材は、接合点Kにおいて鉛直の接合要素(束材)で相互に結合されており、この部材構成によれば織格子構造特有の現象であるクリンプ交換や、1軸特性、2軸特性に関する基本性状は、ほぼ表現可能^{1,5)}であるとされている。また、このモデルでは、糸材とコーティング材の相互作用を表現するため、(4) コーティング材の特性を表すばね要素Pが縦糸、横糸方向に仮定されているが、膜としての初期剛性は、ほぼこのコーティング材の効果であることも分析されている。(5) また、より実験に適合するモデルがさらに各種のばね要素を導入することで可能であろうと示唆している。

本研究では、上記のSchockモデルを援用し、(1) 図2に示す単位要素(台形格子モデル)を仮定する。この単位要素では、(2) グラスファイバーで撚り合わされている縦糸、横糸の糸材は、台形モデル内にそれぞれ

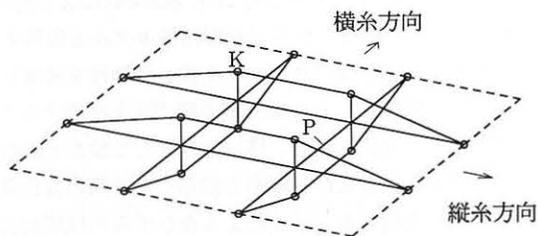


図1 Schockの織格子構造モデル

れ2本のトラス材で表され、縦糸はA部材、AA部材、A部材が、また、横糸はB部材、BB部材、B部材が直列に接合されている。(3) 縦と横の糸は、交点Kで束材Vで結合されているものとする。これらは主に膜材料の1軸、2軸特性とクリンプ交換を表すための要素である。一方、(4) 縦糸と横糸で構成される薄いシートの裏と表に塗布されるコーティングの特性を表す部材として、縦糸方向にC部材、横糸方向にD部材、ならびに、斜め材EとFが仮定される。CとD材は、主にコーティング材の伸び特性に、EとF材はコーティング材の剪断ならびに伸び作用に関連する。

コーティング材は、単に薄いシートの表面だけでなく縦糸と横糸にはさまれた領域にも浸潤している。これらは、シートの厚さの中央付近にあるため、縦糸と横糸で分断されるように分布している。したがって、これは、縦糸方向および横糸方向の張力にもそれなりに抵抗するが、むしろ、縦糸と横糸のなす角の変化に抵抗すると想定される。Schockのモデルでは採用されていないが、このようなシートの厚さの中央付近のコーティング材の剪断作用を表すため、(5) 純剪断を表す剪断抵抗面要素 R_I を仮定する。したがって、膜材全体としての剪断作用は、先のE、F部材とこの剪断抵抗面要素 R_I の和で仮定される。

本研究で導入された台形格子モデルのA~F,Vの各部材の材料定数、また、部材E、Fと面要素 R_I の剪断に対する分担率については、3章に示す実験結果の応力・ひずみ関係をできるだけ精度よく模倣しうる値を定めることが望ましいが、4章では概略の推定法について議論し、詳細なシステム同定については、今後の研究課題としたい。

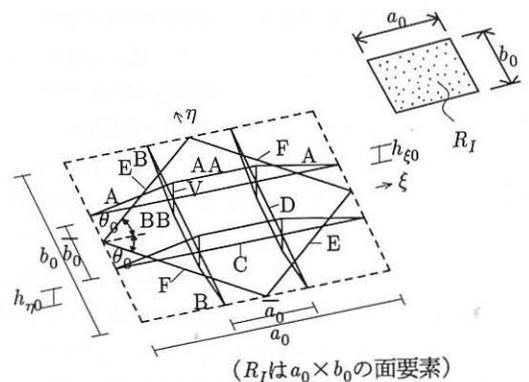


図2 台形格子構造モデル

2.2 単位要素の伸びひずみと剪断角の仮定

本章では、 $a_0 \times b_0$ の大きさの単位要素の増分エネルギーの考察から増分型の構成式を誘導¹¹⁾する。図3に示すように、無ひずみ状態における単位要素の縦、横の辺の長さを a_0 、 b_0 、クリンプ高さを $h_{\xi 0}$ 、 $h_{\eta 0}$ 、部材記号 K で表される部材の断面積を A_{0K} 、部材長さを l_{0K} とする。また、部材AAとBBの初期長さを \bar{a}_0 、 \bar{b}_0 とする。

一方、図3.bに示すように、膜の単位要素内の縦糸方向に伸びひずみ ε_ξ 、横糸方向に伸びひずみ ε_η 、単位要素に剪断角 γ が生じたとき、辺長は a 、 b に、クリンプ高さは h_ξ 、 h_η に、部材AAとBBの長さは \bar{a} 、 \bar{b} に、部材記号 K で表される部材の部材長さは l_K に変化したとする。ここで、部材Cと部材Dの伸びひずみはそれぞ

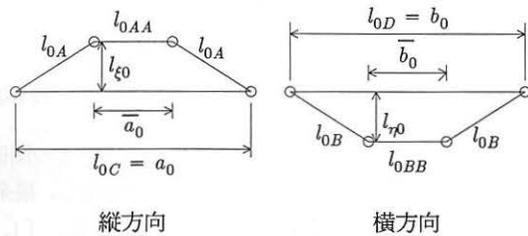


図3.a 部材の寸法と高さ

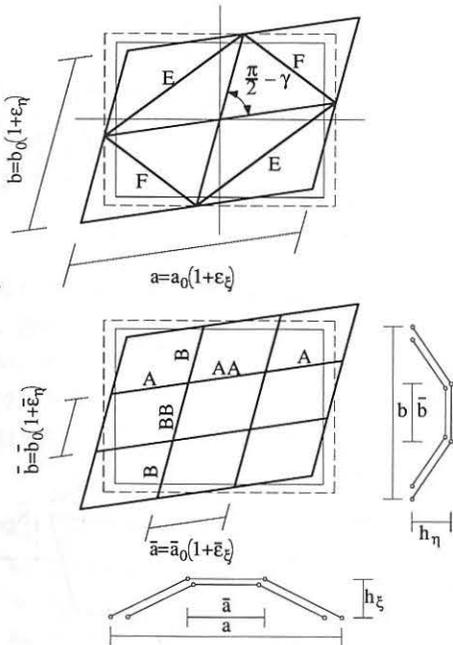


図3.b 変形後の格子の形状

れは ε_ξ 、 ε_η となるが、縦糸方向の部材A、AAおよび横糸方向の部材B、BBのひずみは、2.3節に示すように、単位要素の変形に関する幾何学的関係から計算される。また、ひずみ ε_ξ 、 ε_η 、剪断角 γ に対応する各部材のひずみを ε_K 、部材応力を σ_{0K} 、 R_I 要素の剪断応力を S_0 、この時の接線剛性を E_{TK} および k_T とする。

2.3 各要素のひずみの仮定

本研究では増分型の構成式の誘導を目的とするので単位要素の縦糸方向と横糸方向のひずみがさらに $\Delta\varepsilon_\xi$ 、 $\Delta\varepsilon_\eta$ だけ、また、剪断角が $\Delta\gamma$ だけ増加した状態を考察する。また、対応して、各構成要素 K の増分ひずみを $\Delta\varepsilon_K$ とする。

増分 $\Delta\varepsilon_\xi$ 、 $\Delta\varepsilon_\eta$ 、 $\Delta\gamma$ が生ずる前の各部材の長さは以下のように求められる。なお、部材AAとBBの伸びひずみをそれぞれ $\bar{\varepsilon}_\xi$ 、 $\bar{\varepsilon}_\eta$ とする。

$$\begin{aligned}
 l_A &= \sqrt{\left(\frac{a_0(1+\varepsilon_\xi) - \bar{a}_0(1+\bar{\varepsilon}_\xi)}{2}\right)^2 + (h_\xi)^2}, \\
 l_{AA} &= \bar{a}_0(1+\bar{\varepsilon}_\xi), \\
 l_B &= \sqrt{\left(\frac{b_0(1+\varepsilon_\eta) - \bar{b}_0(1+\bar{\varepsilon}_\eta)}{2}\right)^2 + (h_\eta)^2}, \\
 l_{BB} &= \bar{b}_0(1+\bar{\varepsilon}_\eta), \\
 l_C &= (1+\varepsilon_\xi)l_{0C}, \quad l_D = (1+\varepsilon_\eta)l_{0D}, \\
 l_E &= \sqrt{\left(\frac{l_C}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_D}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{l_C}{2}\right)\left(\frac{l_D}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right)}, \\
 l_F &= \sqrt{\left(\frac{l_C}{2}\right)^2 + \left(\frac{l_D}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{l_C}{2}\right)\left(\frac{l_D}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)}, \\
 l_V &= h_\xi + h_\eta \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

ここで、面要素 R_I については剪断角 γ でひずみが表される。ただし、ひずみは微小とし、 $\sin\gamma \approx \gamma$ と仮定する。ひずみが存在しなければ、各部材の初期長さ l_{0K} となる。

ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_\xi$ 、 $\Delta\varepsilon_\eta$ 、 $\Delta\gamma$ 、 $\Delta\bar{\varepsilon}_\xi$ 、 $\Delta\bar{\varepsilon}_\eta$ 、クリンプ高さ増分 Δh_ξ 、 Δh_η が生じ、対応して、部材 K はさらに伸び、 \bar{l}_K に変化したとすると、各部材の増分ひずみは次式で与えられる。

$$\Delta\varepsilon_K = \frac{(\bar{l}_K - l_K)}{l_{0K}}$$

ここで、 \bar{l}_K, l_K を $\varepsilon_\xi, \varepsilon_\eta, \Delta\varepsilon_\xi, \Delta\varepsilon_\eta$ 等に関してテーラ一展開すると、ひずみ $\Delta\varepsilon_K$ は以下のように得られる。ただし、部材AとBは、クリンプ交換の効果を含めるため $\Delta h_\xi, \Delta h_\eta$ の2次の微小項まで考慮する。

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_A &= \Delta\varepsilon_A^L + \Delta\varepsilon_A^N, \\ \Delta\varepsilon_A^L &= \frac{(a-\bar{a})(a_0\cdot\Delta\varepsilon_\xi - \bar{a}_0\cdot\Delta\varepsilon_\eta)}{4l_A\cdot l_{0A}} + \frac{h_\xi\cdot\Delta h_\xi}{(l_A\cdot l_{0A})}, \\ \Delta\varepsilon_A^N &= \frac{(\Delta h_\xi)^2}{2l_A\cdot l_{0A}}, \\ \Delta\varepsilon_B &= \Delta\varepsilon_B^L + \Delta\varepsilon_B^N, \\ \Delta\varepsilon_B^L &= \frac{(b-\bar{b})(b_0\cdot\Delta\varepsilon_\eta - \bar{b}_0\cdot\Delta\varepsilon_\xi)}{4l_B\cdot l_{0B}} + \frac{h_\eta\cdot\Delta h_\eta}{(l_B\cdot l_{0B})}, \\ \Delta\varepsilon_B^N &= \frac{(\Delta h_\eta)^2}{2l_B\cdot l_{0B}}, \\ \Delta\varepsilon_{AA} &= \Delta\varepsilon_\xi, \quad \Delta\varepsilon_{BB} = \Delta\varepsilon_\eta, \\ \Delta\varepsilon_C &= \Delta\varepsilon_\xi, \quad \Delta\varepsilon_D = \Delta\varepsilon_\eta, \\ \Delta\varepsilon_E &= \frac{\left(\frac{a\cdot a_0\cdot\Delta\varepsilon_\xi}{4}\right) + \left(\frac{b\cdot b_0\cdot\Delta\varepsilon_\eta}{4}\right) + \left(\frac{a\cdot b\cdot\Delta\gamma}{4}\right)}{l_E\cdot l_{0E}}, \\ \Delta\varepsilon_F &= \frac{\left(\frac{a\cdot a_0\cdot\Delta\varepsilon_\xi}{4}\right) + \left(\frac{b\cdot b_0\cdot\Delta\varepsilon_\eta}{4}\right) - \left(\frac{a\cdot b\cdot\Delta\gamma}{4}\right)}{l_F\cdot l_{0F}}, \\ \Delta\varepsilon_V &= \frac{\Delta h_\xi + \Delta h_\eta}{l_{0V}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで増分後の各部材の軸力 N_K は以下のように得られる。

$$N_K = (E_{KT}\cdot\Delta\varepsilon_K + \sigma_{0K})\cdot A_{0K} \quad (2.3)$$

また、面要素 R_I の剪断力 S は次式のように得られる。

$$S = k_T\cdot\Delta\gamma + S_0 \quad (2.4)$$

2. 4 仮想変位の原理による構成式の誘導

縦糸と横糸の仮想増分ひずみを $\delta(\Delta\varepsilon_\xi), \delta(\Delta\varepsilon_\eta)$ 、また、仮想剪断ひずみを $\delta(\Delta\gamma)$ とする。このひずみに対応する応力(断面力)を $N_\xi, N_\eta, N_{\xi\eta}$ とする。ただし、ひずみエネルギー密度は変形前の面積を用いて計算する。

N_ξ, N_η はそれぞれ縦糸と横糸のひずみに対応するから、応力の向きはそれぞれの糸の変形後の方向であり、 $N_{\xi\eta}$ は剪断角に対応するので、変形前の縦糸、あるいは、横糸に直交する向きである(図4a)。ただし剪断角 γ_1, γ_2 が小さく、それぞれの応力が同じオーダーの大きさと仮定すれば、近似的に次式が成立する(図4b)。

$$\left. \begin{aligned} N_\xi^* &= N_\xi - \gamma N_{\xi\eta}, & N_{\xi\eta}^* &= N_{\xi\eta} \\ N_\eta^* &= N_\eta - \gamma N_{\xi\eta}, & N_{\eta\xi}^* &= N_{\xi\eta} \end{aligned} \right\} \quad (2.5-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{N}_\xi &= N_\xi, & \tilde{N}_{\xi\eta} &= N_{\xi\eta} + \gamma_1 \cdot N_\xi \\ \tilde{N}_\eta &= N_\eta, & \tilde{N}_{\eta\xi} &= N_{\xi\eta} + \gamma_2 \cdot N_\eta \end{aligned} \right\} \quad (2.5-2)$$

剪断力が張力にくらべ小さい場合には、式(2.5-1)は次のように更に近似でき、応力の大きさの区別はなくなる。

$$N_\xi^* = N_\xi, \quad N_\eta^* = N_\eta, \quad N_{\xi\eta}^* = N_{\eta\xi}^* = N_{\xi\eta} \quad (2.5-3)$$

式(2.2)および次に述べるひずみエネルギーとの関係から、 $N_{\xi\eta}$ は部材EとF、面要素 R_I により発生し、縦糸、横糸、部材CとDには関係しないことがわかる。〔し

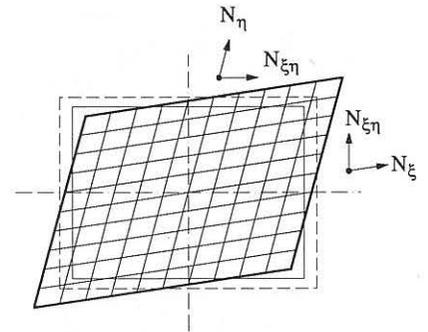


図4.a 作用する応力

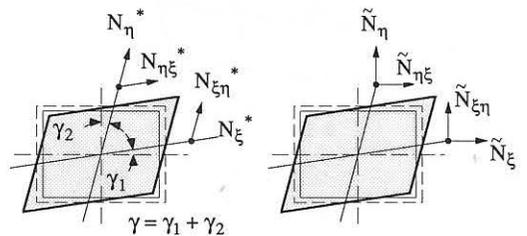


図4.b 作用する応力

たがって、3章の剪断実験のデータから剪断応力と剪断ひずみとの関係を求めるにあたり、縦と横の初期張力は剪断力に無関係とする。]

膜材を構成する各部材の仮想増分エネルギーの総和と単位要素の仮想増分エネルギーは等しいので次式が得られる。

$$a_0 \cdot b_0 \{ \delta(\Delta \varepsilon_\xi), \delta(\Delta \varepsilon_\eta), \delta(\Delta \gamma) \} \begin{Bmatrix} N_\xi \\ N_\eta \\ N_{\xi\eta} \end{Bmatrix} \\ = 4(\delta \Delta \varepsilon_A^I \cdot l_{0A}) N_A + 4(\delta \Delta \varepsilon_A^N \cdot l_{0A}) \sigma_{0A} \cdot A_{0A} \\ + 4(\delta \Delta \varepsilon_B^I \cdot l_{0B}) N_B + 4(\delta \Delta \varepsilon_B^N \cdot l_{0B}) \sigma_{0B} \cdot B_{0B} \\ + 2(\delta \Delta \varepsilon_{AA}^I \cdot l_{0AA}) N_{AA} + 2(\delta \Delta \varepsilon_{BB}^I \cdot l_{0BB}) N_{BB} \\ + 2(\delta \Delta \varepsilon_C \cdot l_{0C}) N_C + 2(\delta \Delta \varepsilon_D \cdot l_{0D}) N_D \\ + 2(\delta \Delta \varepsilon_E \cdot l_{0E}) N_E + 2(\delta \Delta \varepsilon_F \cdot l_{0F}) N_F \\ + 4(\delta \Delta \varepsilon_V \cdot l_{0V}) N_V + (\Delta \gamma) S a_0 \cdot b_0 \quad (2.6)$$

ここで、 $\delta(\Delta \varepsilon_\xi)$ 、 $\delta(\Delta \varepsilon_\eta)$ 等は任意であるので、次の構成式を得る。ただし、係数等は紙面の都合上、省略する。

$$\begin{Bmatrix} N_\xi \\ N_\eta \\ N_{\xi\eta} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & 0 & k_{16} & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & 0 & k_{27} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & k_{45} & k_{46} & 0 \\ 0 & k_{52} & 0 & k_{54} & k_{55} & 0 & k_{57} \\ k_{61} & 0 & 0 & k_{64} & 0 & k_{66} & 0 \\ 0 & k_{72} & 0 & 0 & k_{75} & 0 & k_{77} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_\xi \\ \Delta \varepsilon_\eta \\ \Delta \gamma \\ \Delta \bar{\varepsilon}_\xi \\ \Delta \bar{\varepsilon}_\eta \\ \Delta h_\xi \\ \Delta h_\eta \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_{\xi 0} \\ N_{\eta 0} \\ N_{\xi\eta 0} \\ Q_{\xi 0} \\ Q_{\eta 0} \\ P_{\xi 0} \\ P_{\eta 0} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

得られた式(2.7)は、 $\Delta \bar{\varepsilon}_\xi$ 、 $\Delta \bar{\varepsilon}_\eta$ 、 Δh_ξ 、 Δh_η を含んでおり、直接には2次元のFEMの構成式として適用できない。そこで、 $\Delta \bar{\varepsilon}_\xi$ 、 $\Delta \bar{\varepsilon}_\eta$ 、 Δh_ξ 、 Δh_η に関する項を式(2.7)から消去する方法¹¹⁾を考える。第4から7番目を用いて次式を得る。

$$\begin{bmatrix} k_{44} & k_{45} & k_{46} & 0 \\ k_{54} & k_{55} & 0 & k_{57} \\ k_{64} & 0 & k_{66} & 0 \\ 0 & k_{75} & 0 & k_{77} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\varepsilon}_\xi \\ \Delta \bar{\varepsilon}_\eta \\ \Delta h_\xi \\ \Delta h_\eta \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} Q_{\xi 0} \\ Q_{\eta 0} \\ P_{\xi 0} \\ P_{\eta 0} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{41} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & 0 \\ k_{61} & 0 & 0 \\ 0 & k_{72} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_\xi \\ \Delta \varepsilon_\eta \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

式(2.8)を式(2.7)の前3個に代入すれば、 $\Delta \varepsilon_\xi$ 、 $\Delta \varepsilon_\eta$ 、 $\Delta \gamma$ を用いる増分型の構成式が、次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} N_\xi \\ N_\eta \\ N_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_\xi \\ \Delta \varepsilon_\eta \\ \Delta \gamma \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_{\xi 0} \\ N_{\eta 0} \\ N_{\xi\eta 0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{N}_{\xi 0} \\ \bar{N}_{\eta 0} \\ \bar{N}_{\xi\eta 0} \end{Bmatrix}$$

ただし、係数の詳細は紙面の都合で省略する。

3. 膜材料の応力・ひずみ関係に関する実験

膜材料の力学的性状は前述の通り、すでに石井・西川⁹⁾、小松⁷⁾により実験に基づき分析され、膜材料の構成式に関する重要な結果が得られている。ここでは、本研究で提案する構成式の適応性と問題点を検討するため、A種の膜について複数の試験片を作成し、(1) 応力比をパラメータとした2軸張力、(2) 剪断載荷の実験(剪断試験においては、膜構造協会の定める試験法¹²⁾に従う)を実施した。

3.1 2軸張力を受ける膜の応力・ひずみ曲線

応力比が1:1の結果 : 図5に示す大きさの膜を用いて、7個の試験片を作成し、図6のように縦と横の応力比 $N_\xi : N_\eta$ を1:1に保ち、張力をゼロから50 kgf/cmまで作用させ、除荷した。図7が載荷の結果である。平均値を太い実線で示す。応力の同じ値に対するひずみの標準偏差(ただし、試験片数-1を用いた不偏分散の平方根として求めた値)だけの隔たりを細い実線で示す。図8は平均曲線である。ただし同じ応力に対してひずみの平均を用いている。

図7の結果から判断すると、縦糸のひずみが与えられたとき、ひずみに対する縦糸の応力は、サンプル毎にかなり異なる。それに反して、与えられた応力に対応したひずみは、それほど大きな偏りがない。したがって、膜構造の力学挙動では外荷重に対する内部応力が精度よく求められるならば、対応するひずみの変動は小さくなる。

応力比が1:0、1.5:1および2:1の結果 : 図5の膜試験片を応力比に応じてそれぞれ3個作成し、縦と横の応力比を一定に保ち、 N_ξ をゼロから50kgf/cmまで作用させ除荷した。結果の平均曲線を図9,10,11に示す。

応力比が0:1、1:1.5および1:2の結果 : 図5の膜試験片を応力比に応じてそれぞれ3個作成し、縦と横の応力比を一定に保ち、 N_η をゼロから50kgf/cmまで作用

させ除荷した。結果の平均曲線を図12, 13, 14に示す。

この実験から、既に指摘されているような次の現象が再確認できる。(1)いずれの張力実験においても、低応力付近では、剛性が低く、高応力に変化するにつれ剛性が高くなる。(2)しかし、応力が発生し始める低応力の範囲においてもある程度の剛性が確保されている、(3) 応力比により応力・ひずみ関係のパターンが変化する、たとえば、応力比1:1についての結果(図7)にみられるように、縦糸のひずみが大きく抑制されること、などが確認できる。このような現象については、(4) 低応力では、糸材等そのものに緩み等があり、応力を負担するにはある程度のひずみを受ける必要がある、(5) 低応力での剛性は主にコーティング材の効果と想定される、(6)縦糸と横糸の束材を介するクリンプ交換が要因、と分析されている。

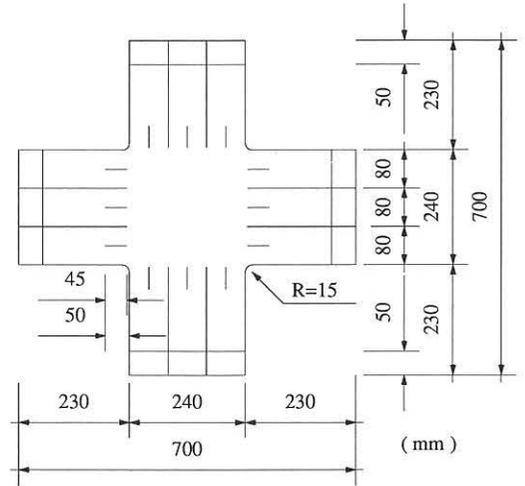


図5 2軸張力試験

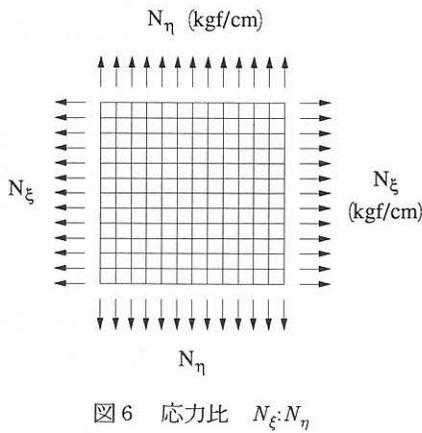


図6 応力比 $N_{\xi}:N_{\eta}$

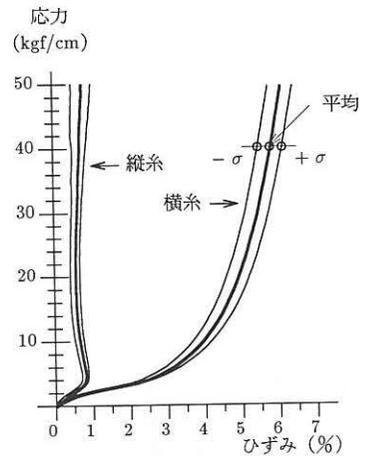


図7 $N_{\xi}:N_{\eta} = 1:1$ の応力・ひずみ曲線 (実験値)

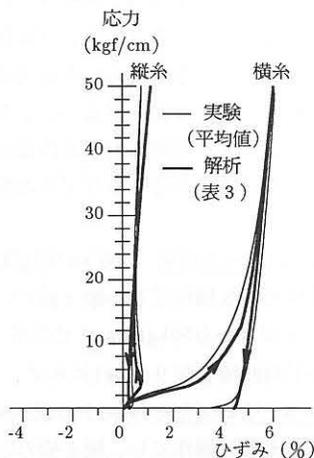


図8 応力・ひずみ曲線 (1:1)

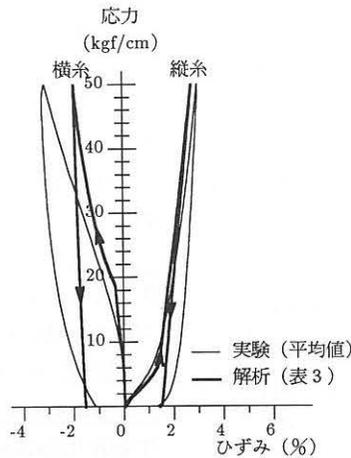


図9 応力・ひずみ曲線 (1:0)

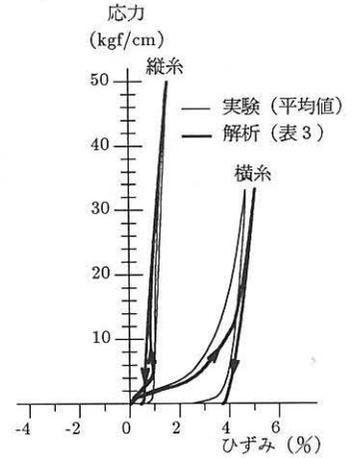


図10 応力・ひずみ曲線 (1.5:1)

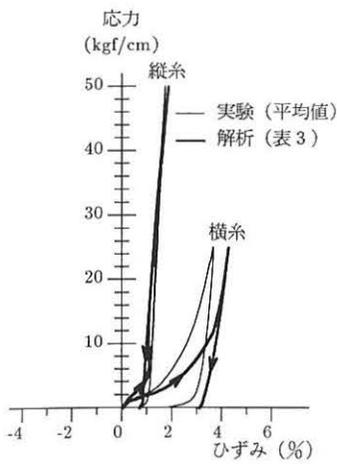


図11 応力・ひずみ曲線 (2:1)

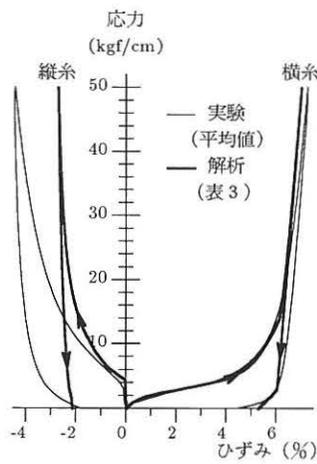


図12 応力・ひずみ曲線 (0:1)

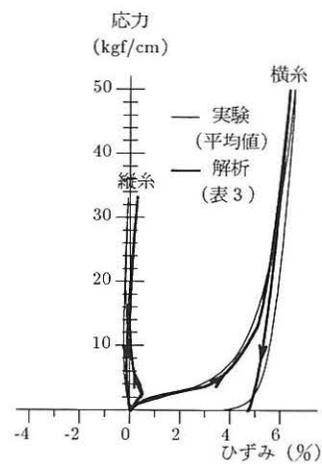


図13 応力・ひずみ曲線 (1:1.5)

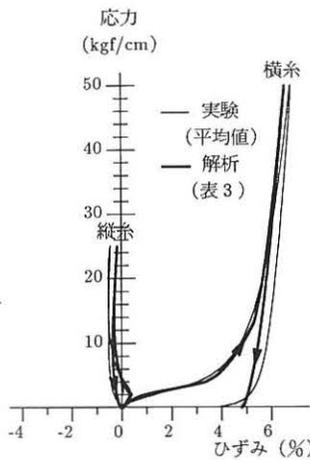


図14 応力・ひずみ曲線 (1:2)

3. 2 交番剪断力を受ける膜の剪断応力・剪断ひずみ曲線

与える交番ひずみの大きさ毎に、図15に示すA種の膜試験片をそれぞれ3個ずつ作成し、2軸の初期張力を300kgf/mを導入したのち、一定振幅の剪断ひずみを繰り返し与えて载荷した。図16に载荷装置の概略を示す。剪断応力 $N_{\xi\eta}$ と剪断ひずみ γ は、荷重 P と変位 d より次式

$$N_{\xi\eta} = \frac{P}{\sqrt{(2l_0)}}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{2}d}{l_0} \quad (3.1)$$

で求める。

図17は、3サイクルの交番载荷曲線の平均を示す。なお平均は同一のひずみに対応する応力を用いて求めた。(1) 処女曲線は、ほぼTri-linear型にモデル化できる曲線となるが、(2) 除荷では、剛性の劣化を多少ともない、(3) さらに除荷すると、過去に経験した最大ひずみと

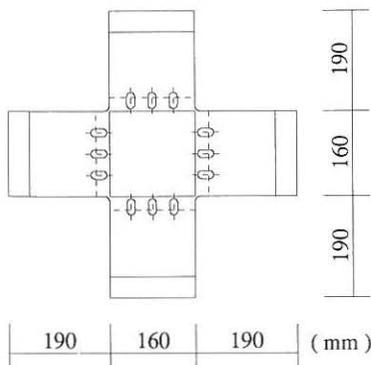


図15 剪断試験片

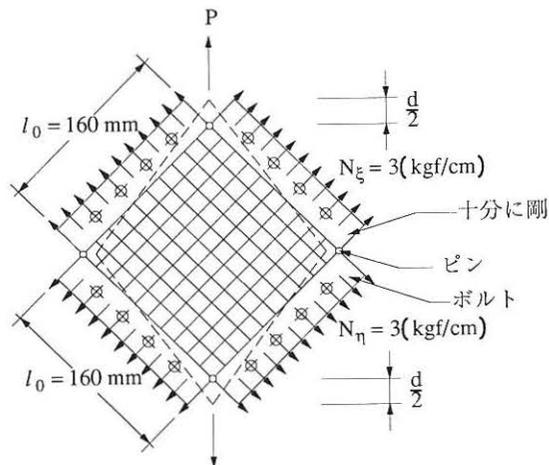


図16 剪断载荷の概略

対応する応力に関して点対称となる点を指向するような履歴特性が得られた。かつ、(4) 圧縮と引張での違いが比較的少ない安定した履歴曲線となっている。西川・石井ほか⁹⁾の実験では応力・ひずみのループの比較的大きな減退が認められたが、本研究ではそのような減退はいずれの試験でも確認は出来なかった。

一定振幅交番ひずみ

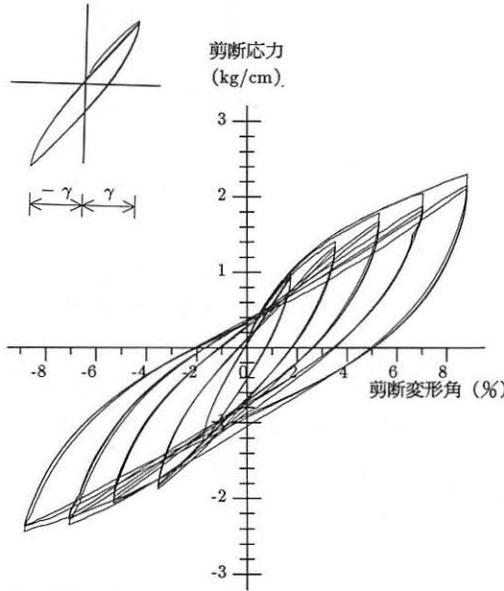


図17 剪断試験 (実験)

4. 膜材料の力学挙動の台形格子モデルによるシミュレーション

ここでは、先に述べた連続体としての構成方程式を用いて応力・ひずみ関係をシミュレーションするに当たり、(1) 台形モデルを構成する部材の材料特性の初期値の推定がどの程度可能か、(2) 推定された各部材の特性を用いて、どの程度の精度で膜材料の応力・ひずみ関係をシミュレーションできるか、を述べるとともに、(3) 各部材の特性を試行的に修正することで、応力・ひずみ関係がどのように改善されるか、検討する。ただし主に単調载荷のシミュレーションに議論を限定し、除荷を含む繰り返し過程のシミュレーションについては今後の課題とし、参考として結果を示すとどめたい。

4. 1 各要素の履歴特性タイプの仮定

石井・西川ほか⁹⁾、小松⁷⁾によれば、膜材に荷重を与えると、膜材料は単にクリンプ交換を含む弾性的挙動を示すだけでなく、塑性的挙動を表す。これは、膜材を構成する材料の非弾性的特性、構成材料間の摩擦等の複雑な力学特性が関与していると考えられる。本研究では、これらの非弾性的特性を数式モデルに考慮するため、単位要素を構成する各部材等に対して、図18に示すような区分的に線形な関数を用いて材料非線形性を仮定する。ここで、図18~21に示す各要素の履歴特性中の E_1 、 E_2 、 E_3 、 ε_{y1} 、 ε_{y2} 等の値は、先に述べた実験結果と合わせるべく推定される量である。現在のところ著者は、これらすべての値を正確に推定する方法を持ち合わせていないので、それらの内いくつかのものについて近似値を推定する簡略な方策を示すとどめたい。

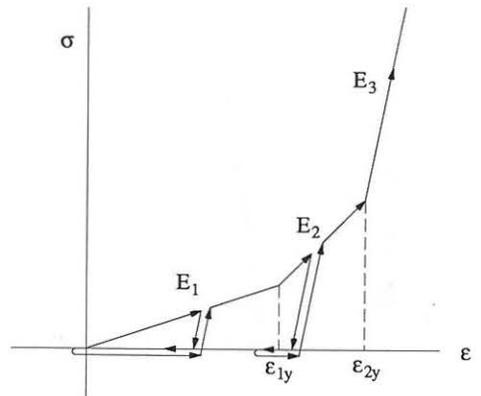


図18 縦糸と横糸の履歴タイプ

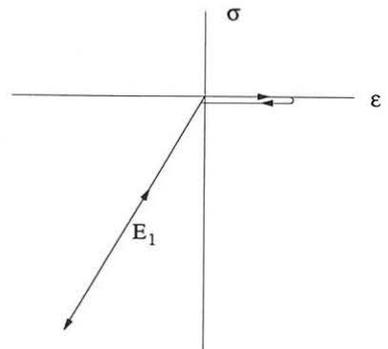


図19 束材(v)の履歴タイプ

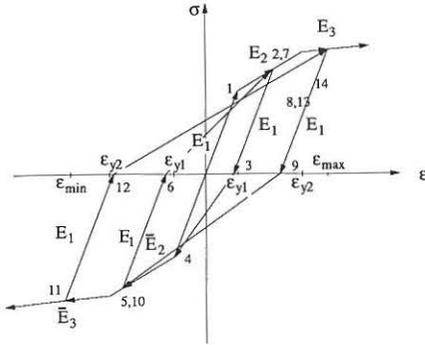


図20 部材C, D, E, Fの履歴タイプ

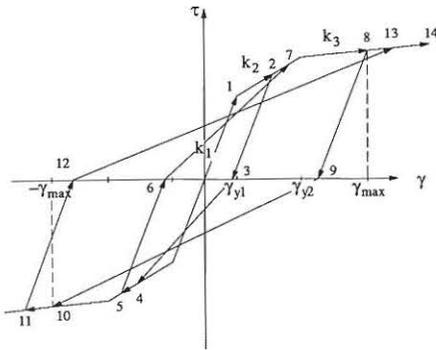


図21 剪断抵抗面要素R_Iの履歴タイプ

4. 1. 1 縦糸、横糸 (部材A, AA, B, BB)

糸は非耐圧縮性とし、その圧縮剛性を無視しようと仮定する。一般に織布を構成する糸そのものの力学特性は、低応力では初期緩みのため低剛性であり、高応力ではその緩みが解消され剛性が高くなる^{1,5)}。このような特性を反映するため、図18の履歴特性を仮定する。なお、 E_1 は低応力における低剛性、 E_3 は高応力における高剛性を表す。 E_2 は、これらの中間の応力に対する剛性を表す。除荷過程に関しては、 E_3 の勾配を仮定する。

4. 1. 2 縦糸と横糸の交点における束材V

縦糸と横糸の交点では糸の間に入り込んでいるコーティング材、縦糸・横糸と束材との相互作用等の影響により、膜材の厚さ方向の圧縮変形機構はきわめて複雑となる^{1,5)}。小松⁷⁾、Schock⁵⁾によれば他の部材に較べれば束材は高剛性、高強度と考えられるので、降伏現象を考慮せず、図19の線形の履歴特性を仮定する。ただし、縦と横糸を分離しようとする力に対しては束材は抵抗しないものとする。

4. 1. 3 コーティング用部材 C, D, E, F

小松の研究⁷⁾、本研究の一軸実験の低応力部分を参考とすると、コーティング材そのものは延性を示すと想定される。しかし、膜が繰り返しの高応力を受けると、糸材と膜材の一体性が損なわれる傾向があると想定し、図20に示すような、多少の劣化を示すTri-linear最大点指向型の履歴を仮定する。ただし、圧縮側と引張側では異なった骨格曲線とする。ここで、 $E_1, E_2, \bar{E}_2, E_3, \bar{E}_3$ ひずみ $\varepsilon_{y1}, \bar{\varepsilon}_{y1}, \varepsilon_{y2}, \bar{\varepsilon}_{y2}$ 等の値は、当然ながら実験結果と合うべく、定める必要がある。

4. 1. 4 剪断抵抗面要素 R_I

先に議論したように、縦糸と横糸の間に浸潤したコーティング材は、糸が台形形状のために隣接する単位要素ごとに分断されたかのように不連続となる。この要素は、直接に剪断作用と関連するので、剪断実験結果図17を参照して図21に示す履歴：(1)処女曲線はTri-linear型、(2)除荷は剛性の劣化を伴う2種の直線とし、過去に経験した最大ひずみと応力の点対称点を指向する履歴を仮定する。なお、この剪断抵抗面要素は単位要素ごとに分離していると仮定し、伸び作用とは独立とする。

4. 2 台形格子モデルの形状、諸定数等の第1近似値の推定

実験等の参照できるデータに基づいて、台形格子モデルの形状や各部材の諸定数の第1近似値を可能な範囲で推定する。推定が困難なものについては、4.3節に示すように、いくつかの試行から実験結果の応力・ひずみ関係に合うべく修正を繰り返して推定値を改善することとする。

4. 2. 1 形状 $a_0, b_0, \bar{a}_0, \bar{b}_0$

3章で実験した膜材料 (同一のロットから製作) について20個の試験片を選びだし、10cm間にある縦糸・横糸の本数から a_0, b_0 を算出し、その平均と変動係数として次の値を得た。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 0.1415 \text{ cm}, \quad \delta(a_0) = 0.5\% \\ b_0 &= 0.1014 \text{ cm}, \quad \delta(b_0) = 0.4\% \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

これらは、変動の小さな値となっている。一方、 \bar{a}_0, \bar{b}_0 については、計測して特定する方法がないと判断されたので、次のように仮定した。

$$\bar{a}_0 = \frac{a_0}{3}, \quad \bar{b}_0 = \frac{b_0}{3} \quad (4.2)$$

4. 2. 2 糸の諸定数 E_{3A} および ε_{y2A} 等、クリンプ高さ $h_{\xi 0}$, $h_{\eta 0}$ とひずみ $\varepsilon_{u\xi}$, $\varepsilon_{u\eta}$, $\varepsilon_{b\xi}$, $\varepsilon_{b\eta}$ の関係、クリンプ高さ比 R

(A) 縦糸の E_{3A} , ε_{y2A} 等の初期値については、次のような手順で概略の値を設定する。(A-1) 十分大きな応力を受ける1軸張力試験では、コーティング材の応力は糸材の応力に較べ相対的に小さいものとする。(A-2) また、糸の E_{1A} , E_{2A} は、 E_{3A} に較べかなり小さいとすると、コーティング材を無視した場合の膜の応力・ひずみ関係は、図22のように理想化できる。(A-3) 次に、膜材として応力が急激に増大するひずみ $\varepsilon_{u\xi}$ を1軸張力試験に基づき、図22に示すように高応力の点から接線を引き読み取る。

したがって、応力を発生し始めるひずみ ε_{y2A} と $\varepsilon_{u\xi}$ との間に次式が成立する。

$$(2l_{0A} + \bar{a}_0)(1 + \varepsilon_{y2A}) = a_0(1 + \varepsilon_{u\xi}) \quad (4.3)$$

横糸についての同様な考察から次式を得る。

$$(2l_{0B} + \bar{b}_0)(1 + \varepsilon_{y2B}) = b_0(1 + \varepsilon_{u\eta}) \quad (4.4)$$

また、十分に高応力の状態では糸が大半の応力を分担し、コーティング材の負担は小さいと仮定し、1軸張力試験の図22を利用して、 $\varepsilon_{u\xi}$ からの増分ひずみ $\Delta\varepsilon_{u\xi}$ および増分応力 ΔN_{ξ} と $(2E_{3A} \cdot A_{0A})$ との間に次式を仮

定する。ただし、 $\Delta\varepsilon_{u\xi}$, $\Delta\varepsilon_{u\eta}$ は読取り値であるので当然読取り誤差を含んだ値にすぎない。

$$\frac{(2E_{3A}A_{0A})a_0\Delta\varepsilon_{u\xi}}{(2l_{0A} + \bar{a}_0)} = b_0\Delta N_{\xi} \quad (4.5)$$

同様に、横糸についても

$$\frac{(2E_{3B}A_{0B})b_0\Delta\varepsilon_{u\eta}}{(2l_{0B} + \bar{b}_0)} = a_0\Delta N_{\eta} \quad (4.6)$$

を得る。

(B) クリンプ高さについては、実測値を使うことも考えられる。しかし、本研究では膜の構成を図2のようにモデル化しているため、実測値をそのまま用いれば、構成式から得られる応力・ひずみ関係は実験値と整合しない可能性が高い。したがって、Schockも指摘するように、実験値にできるだけ合うように、 $h_{\xi 0}$, $h_{\eta 0}$ の近似値を推定する。

応力比1:1の2軸張力試験において、糸のひずみが、初期緩み解消のひずみ ε_{y2A} , ε_{y2B} となり、膜としての応力が発生する時点を選定する。この時点のクリンプ高さを h_{ξ}' , h_{η}' とする。ここで、 $\varepsilon_{b\xi}$, $\varepsilon_{b\eta}$ は、応力比1:1の2軸張力試験(図23)による応力・ひずみ曲線上の高応力の点 P_1 , P_2 での接線と応力 $N=0$ との交点として得られるひずみの読取り値とする。したがって、 $N_{\xi}=N_{\eta}=0$ に対して、変形の適合条件として次の2式を得る。

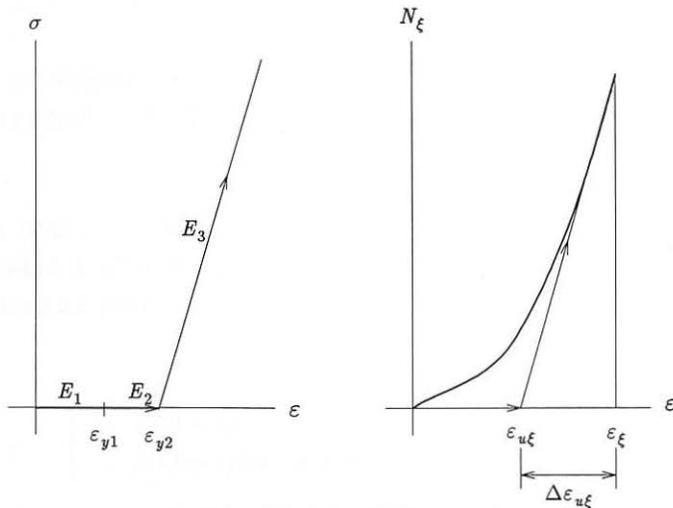


図22 1軸挙動の理想化

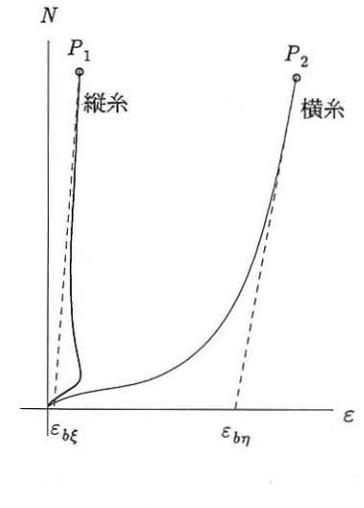


図23 2軸挙動(1:1)の理想化

$$2\sqrt{\{l_{0A}(1+\varepsilon_{y2A})\}^2 - (h_{\xi}')^2} + \bar{a}_0(1+\varepsilon_{y2A}) = a_0(1+\varepsilon_{b\xi}) \quad (4.7)$$

$$2\sqrt{\{l_{0B}(1+\varepsilon_{y2B})\}^2 - (h_{\eta}')^2} + \bar{b}_0(1+\varepsilon_{y2B}) = b_0(1+\varepsilon_{b\eta}) \quad (4.8)$$

$(h_{\xi}'/l_{0A})^2$ と $(h_{\eta}'/l_{0B})^2$ が 1 に比して小さいと設定すると、式(4.3),(4.4)を用いることにより次の近似式を得る。

$$h_{\xi}' = \sqrt{a_0 l_{0A} (\varepsilon_{u\xi} - \varepsilon_{b\xi})} \quad (4.9)$$

$$h_{\eta}' = \sqrt{b_0 l_{0B} (\varepsilon_{u\eta} - \varepsilon_{b\eta})} \quad (4.10)$$

束材Vの剛性は初期から十分に高い^{1,2,5)}ため、変形中はその長さをほぼ一定と仮定すると、束材の長さ l_{0V} およびクリンプ高さについて次の近似式を得る。

$$l_{0V} = h_{\xi 0} + h_{\eta 0} \approx h_{\xi}' + h_{\eta}' \\ = \sqrt{a_0 l_{0A} (\varepsilon_{u\xi} - \varepsilon_{b\xi})} + \sqrt{b_0 l_{0B} (\varepsilon_{u\eta} - \varepsilon_{b\eta})} \quad (4.11)$$

式(4.3), (4.4)と式(4.11)だけでは、クリンプ高さ $h_{\xi 0}$, $h_{\eta 0}$ 、ひずみ ε_{y2A} , ε_{y2B} は定められない。そこで、クリンプ高さ比 R を仮定する。

$$h_{\eta 0}/h_{\xi 0} = R \quad (4.12)$$

この値により $h_{\xi 0}$, $h_{\eta 0}$ は変化するが、ここでは小松の実測値⁷⁾を参考にして $R=1.4$ を仮定すると、式(4.11), (4.12)および部材の長さに関する次式

$$\left. \begin{aligned} l_{0A} &= \sqrt{\{(a_0 - \bar{a}_0)/2\}^2 + (h_{\xi 0})^2} \\ l_{0B} &= \sqrt{\{(b_0 - \bar{b}_0)/2\}^2 + (h_{\eta 0})^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

から、 $h_{\xi 0}$, $h_{\eta 0}$ が計算できる。式(4.1)の値、図22、23から読み取った $\varepsilon_{u\xi}=1.59\%$, $\varepsilon_{b\xi}=0.16\%$, $\varepsilon_{u\eta}=6.24\%$, $\varepsilon_{b\eta}=4.59\%$ の値を用いると、

$$h_{\xi 0} = 0.00729 \text{ cm}, \quad h_{\eta 0} = 0.01021 \text{ cm}$$

$$l_{0A} = 0.0477 \text{ cm}, \quad l_{0B} = 0.0353 \text{ cm}$$

と第1近似が得られる。したがって、これらの値と式(4.3), (4.4)から、

$$\varepsilon_{y2A} = 0.79\%, \quad \varepsilon_{y2B} = 3.19\%$$

を得る。一方、図18, 19から値を読み取り、

$$\Delta\varepsilon_{u\xi} = (2.99-1.59)\%, \quad \Delta\varepsilon_{u\eta} = (7.29-6.24)\%$$

と式(4.5), (4.6)を用いて、

$$2E_{3A}A_{0A} = 365 \text{ kgf}, \quad 2E_{3B}A_{0B} = 693 \text{ kgf}$$

と近似値を推定できる。なお、 E_{1A} , ε_{y1A} 等については、特に推定方法は現在のところないので、第1近似として、 $E_{1A} = \frac{E_{3A}}{1000}$, $E_{2A} = \frac{E_{3A}}{5}$, $\varepsilon_{y1A} = \frac{2}{3}\varepsilon_{y2A}$, $E_{1B} = \frac{E_{3B}}{1000}$, $E_{2B} = \frac{E_{3B}}{5}$, $\varepsilon_{y1B} = \frac{2}{3}\varepsilon_{y2B}$ を用いて推定するが、実験結果に合うように試行により修正することとなる。

4. 2. 3 束材の特性

4.1.2節で先に述べたように束材は十分剛性が高いと想定されるので、小松の研究を参照し、ここでは十分に高い値として、 $(4E_{1V} \cdot A_{0V}) = 80 \text{ kgf}$ を仮定する。

4. 2. 4 部材C, D, E, Fの特性

2軸張力時の低応力域での部材E, Fの役割について：部材の長さは、 a_0 , b_0 , \bar{a}_0 , \bar{b}_0 から容易に求められる。図2に示す部材の角度 θ_0 は、約 35.6° である。一方、ヤング率 E_{1C} , E_{1D} 等については、膜の低ひずみ・低応力状態では縦糸、横糸は殆ど応力を分担することなくコーティング材が支配的である^{1,5,7)}と仮定して、初期剛性を推定する。

図8~14の2軸張力試験の低ひずみ部分について線形性を仮定すると、部材C, D, E, Fによる応力・ひずみ関係として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} N_{\xi}^l &= \alpha \cdot \varepsilon_{\xi}^l + S_{EF} \cdot \varepsilon_{\eta}^l \\ N_{\eta}^l &= \beta \cdot \varepsilon_{\eta}^l + S_{EF} \cdot \varepsilon_{\xi}^l \end{aligned} \right\} \quad (4.14-1)$$

ここで添字 l は線形をあらわし、

$$S_{EF} = \frac{(2E_{1E}A_{0E})\cos^2\theta_0}{l_{0E}\sin 2\theta_0} \\ \alpha = \frac{E_{1C}A_{0C}}{b_0} + S_{EF} \cdot \cot^2\theta_0 \\ \beta = \frac{E_{1D}A_{0D}}{a_0} + S_{EF} \cdot \tan^2\theta_0 \quad (4.14-2)$$

である。

低ひずみ領域の応力・ひずみ関係では、図8等で示されるように、ひずみの比の大きさをできるだけ表現できるように α , S_{EF} , β を推定する必要がある。ひずみの大小関係が評価できない α , S_{EF} , β を用いれば、結果として、低ひずみ領域のひずみの定性的性状は表現できなくなる。したがって、図8, 10, 11, 13, 14の低ひずみ部分から、拡大図24を作成し、線形性の仮定のもとに、応力・ひずみ関係を読み取る。 N_ξ と N_η の内、大きい方の値が 6kgf/cm となる場合のひずみを表1に示す。ここで、図24に示すように、ひずみが0.20%に対する実験値との交点と原点を結び、線形剛性を評価する。このひずみの値の取り方により、剛性の評価は異なることとなるが、本研究では、1軸および2軸の実験結果では、ほぼこのひずみの範囲までは線形性が成立し、これを越えると非弾性性が現われると判断した。表1の7個のデータから、次の E_r

$$E_r = \frac{1}{2} \sum_{J=1}^7 \{ \{ N_\xi^J - \alpha \epsilon_\xi^J - S_{EF} \epsilon_\eta^J \}^2 + \{ N_\eta^J - \beta \epsilon_\eta^J - S_{EF} \epsilon_\xi^J \}^2 \} \quad (4.15)$$

$$\alpha \geq 0, \beta \geq 0, S_{EF} \geq 0$$

に最小2乗法を適用し、 $\alpha=538\text{kgf/cm}$, $\beta=387\text{kgf/cm}$, $S_{EF}=8\text{kgf/cm}$ を求めた。なお、誤差は、 $E_r=2(\text{kgf/cm})^2$ である。このように S_{EF} が α と β に較べてきわめて小さい値となると想定されるが、 S_{EF} の第1近似として最小2乗法で推定した $S_{EF}=8\text{kgf/cm}$ と仮定する。第1近似値として、

$$\frac{E_{1C}A_{0C}}{b_0} = 538\text{kgf/cm}$$

$$\frac{E_{1D}A_{0D}}{a_0} = 387\text{kgf/cm} \quad (4.16-1)$$

$$\frac{(2E_{1E}A_{0E})\cos^2\theta_0\sin^2\theta_0}{(l_{0E}\sin 2\theta_0)} = 8\text{kgf/cm}$$

とする。この結果は、低ひずみの状況を伸びひずみが0.20%の付近で評価したことも関連する。さらに小さなひずみ付近で評価すれば、多少この値は変化しようが、いずれにしても S_{EF} の値は小さく、この性状は、部材EとFの剛性が、部材CとDに較べかなり低いであろうことを示唆する。

部材CとDの降伏ひずみの第1近似については、図8~14を参照し、 $\epsilon_{y1C}=\epsilon_{y1D}=0.25\%$ と仮定する。降伏後の剛性については、確定的な推定法はないので、図8~14を参照し、第1勾配より小さな値として第1勾配の20%を採用し、暫定的に式(4.16)の値を仮定する。なお、第3勾配と、第3勾配の開始する点のひずみを推定するデータは現在のところ全くないといってもよいので、第3勾配は第2勾配に等しく、降伏ひずみについても、 $\epsilon_{y2C}=\epsilon_{y2D}=2.5\%$ と第1近似値として仮定する。部材EとFは剛性が低い弾性体と仮定する。

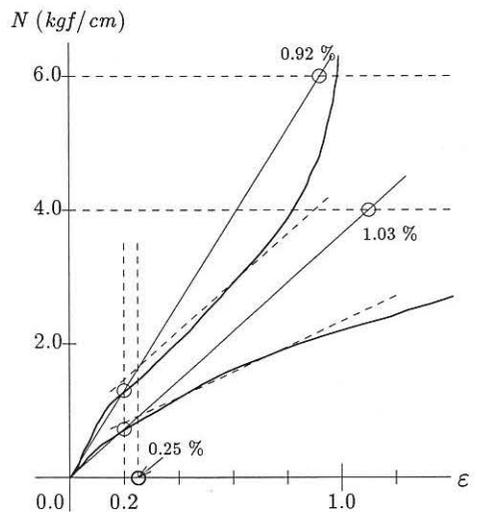


図24 $N_\xi:N_\eta = 1.5:1$ の拡大図；初期剛性の評価

表1 2軸張力試験のひずみ（線形関係の評価用）

番号 J	1	2	3	4	5	6	7
N_ξ^J (kgf/cm)	6.00	6.00	6.00	6.00	4.00	3.00	0.00
N_η^J (kgf/cm)	0.00	3.00	4.00	6.00	6.00	6.00	6.00
N_η^J/N_ξ^J	0.00	0.50	0.66	1.00	1.50	2.00	∞
ϵ_ξ^J (%)	0.95	1.15	0.92	1.11	0.80	0.56	-0.18
ϵ_η^J (%)	-0.03	0.72	1.03	1.57	1.66	1.49	1.42

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_{2C}A_{A0C}}{b_0} &= 538 \text{ kgf/cm} \times 0.2 = 108 \text{ kgf/cm} \\ \frac{E_{2D}A_{A0D}}{a_0} &= 387 \text{ kgf/cm} \times 0.2 = 77 \text{ kgf/cm} \end{aligned} \right\} (4.16-2)$$

1:0および0:1の一軸張力試験との整合性：ひずみの小さな領域で線形性を仮定すると、部材EとFの負担する剪断応力 $N_{\zeta\eta}^I$ は剪断ひずみ γ^I を用いて次式で表示できる。

$$N_{\zeta\eta}^I = S_{EF} \cdot \gamma^I \quad (4.17)$$

1軸張力試験の初期勾配（前と同様に、0.20%の歪で評価）を縦糸方向、横糸方向のそれぞれ S_{C1} 、 S_{D1} とおくと

$$\left. \begin{aligned} S_{C1} &= \alpha - \frac{(S_{EF})^2}{\beta} \\ S_{D1} &= \beta - \frac{(S_{EF})^2}{\alpha} \end{aligned} \right\} (4.18)$$

したがって、式(4.18)から、以下の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_{1C}A_{0C}}{b_0} &= 0.5 \left\{ S_{C1} + \sqrt{\frac{S_{C1}^2 + 4S_{C1}S_{D1}^2}{S_{D1}}} \right\} - S_{EF} \cdot \cot^2 \theta_0 \\ \frac{E_{1D}A_{0D}}{a_0} &= 0.5 \left\{ S_{D1} + \sqrt{\frac{S_{D1}^2 + 4S_{D1}S_{C1}^2}{S_{C1}}} \right\} - S_{EF} \cdot \tan^2 \theta_0 \end{aligned} \right\} (4.19)$$

ひずみが0.20%に対して表1から S_{C1} 、 S_{D1} を読み取ると、 $S_{C1} = (6 \text{ kgf/cm}) / (0.0095) = 632 \text{ kgf/cm}$ 、 $S_{D1} = (6 \text{ kgf/cm}) / (0.0142) = 423 \text{ kgf/cm}$ となる。式(4.19)に $S_{EF} = 8 \text{ kgf/cm}$ とこれらの値を代入すると、 $E_{1C}A_{0C}/b_0$ は 616 kgf/cm 、 $E_{1D}A_{0D}/a_0$ は 419 kgf/cm となり、式(4.16)に比べ、それぞれに高々約10%程度の誤差にすぎない。したがって、初期の推定値として、式(4.16)の値を用いる。

4. 2. 5 剪断面要素 R_I の特性

4. 1. 4節で述べたように、剪断抵抗は、部材EとFおよび面内要素 R_I の和となる。4. 2. 3節で求めた、部材EとFの剪断初期剛性に対する寄与は 8 kgf/cm にす

ぎない。したがって、第1近似を求めるにはこの寄与を無視してもそれほど大きな影響はないと想定される。そこで、面内要素 R_I の特性の評価にあたり、一応、部材EとFの剪断に対する寄与を考慮せずに第1近似値を推定する。

剪断実験(図17)を参照して、第1近似値として、 $k_1 = 96.96 \text{ kgf/cm}$ 、 $k_2 = 28.57 \text{ kgf/cm}$ 、 $k_3 = 12.14 \text{ kgf/cm}$ 、 $\gamma_{y1} = 0.0066$ 、 $\gamma_{y2} = 0.0380$ を仮定する。なお、4. 2. 3節で議論したように、4. 3節での改善の結果、部材EとFの剪断効果がさらに大きくなるようならばこの負担分を控除する必要がある。

4. 2. 6 初期値(第1近似値)を用いた応力・ひずみのシミュレーション

上記のような仮定のもとに推定した第1近似値を表2に示す。なお解析にあたり、断面積については、絶対値ではなく、断面積とヤング率の積が重要な意味を持っている。

表2の値を用いて単調載荷の応力・ひずみ関係を計算したところ、次のような実験値とずれが認められた(ただし、紙面の都合で結果を省略する)。

- (1) 2軸張力における初期剛性は比較的实验と整合するが、コーティング材を表す部材C、Dの降伏後に多少剛性が低下し、実験値より低くなり実験との不一致が認められた。これは、部材のC、Dの E_{2C} 、 E_{2D} を低く仮定したことが原因と考えられる。
- (2) 応力比が1:0と0:1については、高応力の領域で載荷主方向(応力度の大きい方向)と異なる従方向のひずみが実験値とずれた。これは、従方向にある圧縮されるコーティング材の剛性等の仮定値に原因があると考えられる。
- (3) 剪断については、実験値より大きくなり実験値との不一致が認められた。これは、部材EとFの剪断効果によるものと考えられる。

次には、試行をすすめ、実験値に合うべく近似値を改良する。

4. 3 繰り返し試行による応力・ひずみ曲線の改善

膜の構成式についての適切なシステム同定理論があれば、各部材等の特性に対する近似値の改善にあたりこれを用いるべきであるが、現在のところ著者はこれを持ち合わせない。そこで、先に4. 2. 5節で述べた

表2 第1近似値(初期値)

$a_0=0.1415\text{cm}$, $b_0=0.1014\text{cm}$, $a_0=a_0/3$, $b_0=b_0/3$, $\theta_0=35.6^\circ$, $h_{\xi 0}=0.00729\text{cm}$, $h_{\eta 0}=0.01021\text{cm}$, $R=1.4$

要素	$A_0 (\text{cm}^2)$	$l_0 (\text{cm})$	$E_1 (\text{kgf/cm}^2)$	$E_2 (\text{kgf/cm}^2)$ (\bar{E}_2)	$E_3 (\text{kgf/cm}^2)$ (\bar{E}_3)	$\varepsilon_{y1} (\%)$ ($\bar{\varepsilon}_{y1}$)	$\varepsilon_{y2} (\%)$ ($\bar{\varepsilon}_{y2}$)
A	0.0016/2	0.0477	228*	45600*	228000	0.528*	0.792
AA	0.0016/2	0.0472	228*	45600*	228000	0.528*	0.792
B	0.0016/2	0.0353	433*	86600*	433000	2.13*	3.19
BB	0.0016/2	0.0338	433*	86600*	433000	2.13*	3.19
C	0.002/2	0.1415	27300	5460* (5460*)	5460* (5460*)	0.25* (0.25*)	2.50* (2.50*)
D	0.002/2	0.1014	27400	5480* (5480*)	5480* (5480*)	0.25* (0.25*)	2.50* (2.50*)
E,F	0.0014	0.0870	1050	1050*	1050*	0.25*	2.50*
V	0.0025/4	0.0175	32000	-	-	-	-

要素	$a_0 (\text{cm})$	$b_0 (\text{cm})$	$k_1 (\text{kgf/cm})$	$k_2 (\text{kgf/cm})$	$k_3 (\text{kgf/cm})$	$\gamma_{y1} (\%)$	$\gamma_{y2} (\%)$
R_I	0.1415	0.1014	96.96	28.57	12.14	0.66	3.80

* の印のあるデータは推定理由が明確でなく、実験との比較から大きく修正される可能性がある。
 なお、要素 E,F、要素 R_I は剪断剛性の分担との関連で修正される可能性がある。

不具合を参照して、試行で改善値を求める。〔ただし、単調載荷曲線を対象とし、除荷曲線については対象とせず、結果のみ示すこととする。〕

(1) 2軸張力の数値解析における低応力部分(1.0~2.5kgf/cm)の応力・ひずみ関係を改善するため、部材CとDの引張部の剛性等を、(2) 1:0および0:1の応力比の1軸載荷での圧縮ひずみ部分のずれを改善するため、部材CとDの圧縮での応力・ひずみ関係を修正する。(3)剪断特性を改善するため、 R_I の特性を部材EとFの剪断効果より表3のように修正する。また、(4) これらの修正に伴って生ずるずれ等をさらに修正するため、縦糸と横糸の降伏ひずみ ε_{y2} を修正した。修正の結果として改善された特性を表3のように修正する。

表3を用いた応力・ひずみ関係を除荷も含めて図8~14.25に示す。依然として改善できない部分、特に、1:0および0:1の応力比の1軸載荷で高応力部分で圧縮側のひずみに依然として実験と解析に不一致が見られる。

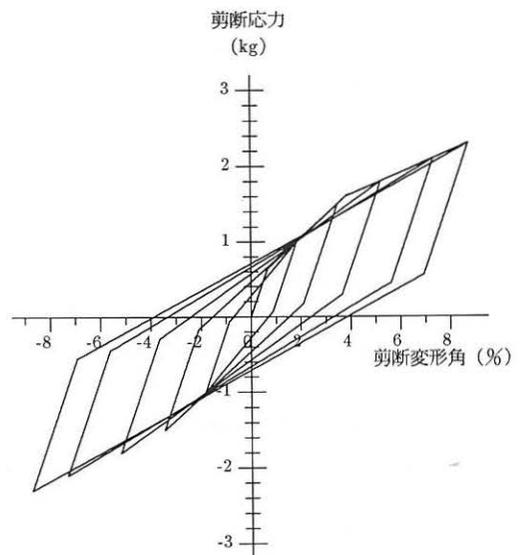


図25 剪断応力とひずみ曲線(解析(表3))

表3 修正値

$a_0=0.1415\text{cm}$, $b_0=0.1014\text{cm}$, $a_0=a_0/3$, $b_0=b_0/3$, $\theta_0=35.6^\circ$, $h_{\xi 0}=0.00729\text{cm}$, $h_{\eta 0}=0.01021\text{cm}$, $R=1.4$

要素	A_0 (cm ²)	l_0 (cm)	E_1 (kgf/cm ²)	E_2 (kgf/cm ²) (\bar{E}_2)	E_3 (kgf/cm ²) (\bar{E}_3)	ε_{y1} (%) ($\bar{\varepsilon}_{y1}$)	ε_{y2} (%) ($\bar{\varepsilon}_{y2}$)
A	0.0016/2	0.0477	228	45600	228000	0.594	0.792
AA	0.0016/2	0.0472	228	45600	228000	0.594	0.792
B	0.0016/2	0.0353	433	86600	433000	2.393	3.19
BB	0.0016/2	0.0338	433	86600	433000	2.393	3.19
C	0.002/2	0.1415	27300	18200 (5460)	5460 (1820)	0.25 (0.08)	1.50 (2.50)
D	0.002/2	0.1014	27400	8220 (1365)	5480 (0)	0.25 (0.35)	1.00 (1.50)
E,F	0.0014	0.0870	1050	1050	1050	0.25	2.50
V	0.0025/4	0.0175	32000	-	-	-	-

要素	a_0 (cm)	b_0 (cm)	k_1 (kgf/cm)	k_2 (kgf/cm)	k_3 (kgf/cm)	γ_{y1} (%)	γ_{y2} (%)
R_f	0.1415	0.1014	88.96	20.57	4.14	0.66	3.80

5. 結論と今後の課題

Schockモデルに準拠して織格子構造を仮定し、これに対して連続体としての構成式を誘導した。構成する部材等の力学特性を試行に基づいて仮定し、この連続体の構成式を用いて膜の応力・ひずみ関係のシミュレーションを進め、比較すべきデータの収集のため、膜の2軸張力試験、剪断試験を実施した。実験と比較の結果、2軸張力下の高度に非線形となる応力・ひずみ関係がある程度表現し得ることが判明したが、1軸張力における圧縮ひずみ側の挙動については、依然不一致が確認された。また、除荷についても、シミュレーション結果を示したが、十分には実験を再現できていない。

これらの不一致の原因をさらに分析し、それに基づくより妥当な織構造の構築、交番载荷のシミュレーション、および、構成する部材特性のシステム同定理論が今後の問題であることが確認された。

6. 謝辞

本研究は、平成4年度能村膜構造技術振興財団の研

究助成(研究代表者:加藤史郎)を受けて実施された成果であり、ここに能村膜構造技術振興財団に深く感謝の意を表します。また、膜の2軸張力、剪断試験に当り全面的にご支援頂いた太陽工業空間技術研究所小田憲史博士、瀬川信哉氏、豊田宏氏に感謝いたします。

本研究の開始にあたり膜構造研究論文集を通じて研究の方向を与えて頂いた横浜国立大学石井一夫博士、研究上の貴重な示唆を頂きました大阪市立大学南宏博士、特にSchockのモデルについて種々のご教示を頂いた太陽工業小松清博士、膜構造建築の変形性状に関する問題点の指摘を頂いた太陽工業磯野義人氏に感謝します。

[参考文献]

- 1) 石井一夫:膜構造用材料概説、膜構造研究論文集'92、日本膜構造協会、PP.91~119
- 2) 西川薫、石井一夫、達富浩:構造用膜材料の荷重-歪特性と構造モデル、膜構造研究論文集'88、日本膜構造協会、PP.39~50,1988
- 3) F.T.Peirce: The Geometry of Cloth Structure

- J. Textile Inst., 28, T45~T96, 1937.3
- 4) G. Menges, B. Meffert, P. Geisbühler: Spannungs-Deformations- und Versagensverhalten PVC-beschichteter Polyestergewebe unter einachsiger und biaxialer Beanspruchung, Int. Symp. Weitgespannte Flachentragwerke, SFB-64, Univ. Stuttgart, 1976
 - 5) H.J. Schock: Some general Remarks on the Structural Behavior and Load-Extension Characteristics of Coated Fabrics with Special Reference to PTFE Coated Glass Fiber Fabric, Proc. of the Structural Congress'89, Applications of Tension Structures ASCE, San Francisco, pp. 21~30, 1988.5
 - 6) 文献1のpp.115~116
 - 7) 小松 清: 局部破断を有する膜材料の織構造モデルによる応力シミュレーション、膜構造研究論文集'92、日本膜構造協会、PP.45~78, 1992
 - 8) 文献1のpp.114~115
 - 9) 西川薫、石井一夫、萱島誠: 膜材料の剪断剛性について、膜構造研究論文集'91、日本膜構造協会、PP.71~78、1991
 - 10) 南 宏和: PTFEコーティング・ガラス繊維布(膜材料A種)の非線形伸張曲線への多段階線形近似とその応用、日本建築学会構造系論文報告集、第436、pp.13~19、1992年6月
 - 11) 加藤史郎、Petch Pongpo: 材料非線形を考慮した膜材料の構成方程式の定式化 - 織構造格子モデル -、膜構造研究論文集'93、日本膜構造協会、PP.11~21、1993
 - 12) (社)日本膜構造協会: 膜材料面内剪断剛性試験方法 (MSAJ/M-01-1993)

FORMULATION OF NONLINEAR-CONTINUUM CONSTITUTIVE EQUATIONS
FOR FABRIC MEMBRANES BASED ON SCHOCK MODEL

Shiro KATO*¹⁾ Petch PONGPO*²⁾
Fumiyoshi TAKEDA*³⁾ Tatsuya YOSHINO*⁴⁾
Emi MATSUMOTO*⁴⁾

SYNOPSIS

The present paper discusses a formulation for constitutive equations of fabric membranes based on the model originally proposed by Schock and gives the constitutive equations as a nonlinear continuum in terms of incremental strains. The material is assumed to be composed of the orthogonal fibers and coatings over them. The crimp interchange and material nonlinearity of the fibers and coatings, and the interaction between the fibers and coatings are considered in the equations as a nonlinear continuum. Therefore, the equations have a form which can be directly applied to FEM analysis.

The validity of the proposed constitutive equations is examined and confirmed by comparing the analytical results with the cyclic stress strain relations, obtained from the experimental cyclic loadings in both bi-axial and shear states.

*1. Professor, Department of Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of Technology, Toyohashi 441, Japan
*2. Structural Engineer, Oversea Department, Tomoe Corporation
*3. Structural Engineer, Development Center, Taiyo-Kogyo Corporation
*4. Graduate Student, Department of Architecture and Civil Engineering, Toyohashi University of Technology