面内捩りを受ける円形張力膜に発生するしわの実験および解析

宮村倫司*1 半谷裕彦*2

梗概

膜材料の特徴として、圧縮力に対してあまり抵抗できないことがあげられる。膜に圧縮力が作用する としわが発生し、圧縮応力が開放される。従って、しわの形状は膜面の応力状態に大きく依存している。 本論文では、しわ発生時の応力を実験と数値解析によって求め、しわの形状との関係を調査する。なお、 取り上げるのは古典的な面内捩りを受ける円形張力膜である。

ところで、建築で一般的に用いられる膜材料は、繊維にコーティングをほどこしたものである。このよ うな膜は直交異方性でありせん断剛性が低いため、等方性の膜のとは異なった応力が生じ、特有のしわが 発生する。そこで、主に解析によって直交異方性の膜構造に発生するしわの性質を解明する。

1 はじめに

けれども実際には、膜は厚さを持ち曲げ剛性を有す るので、ある程度の圧縮応力は存在するはずである。 例えば、東京ドームに代表される大空間膜建築に用い られることの多いテフロンコーティングされたガラス 繊維は、確かにスパンに比べれば非常に薄いけれども、 実物をみてみると膜というよりは板に近い。このよう なことから、圧縮にまったく抵抗しない理想的な膜と 現実の膜との性状の違いを把握しておくことは必要で ある。

次に注意しなければならないのは、繊維にコーティ ングしたような膜は伸び剛性に比べてせん断剛性が低 く、直交異方性の材料となることである。そのため、繊 維方向の応力が支配的となり、等方性の場合とは応力 状態が大きく異なっている。このような膜による構造 では繊維に沿ってしわが発生する傾向がある。

本論文の目的は、等方性および直交異方性の膜構造

*1 東京大学 大学院 *2 東京大学 生産技術研究所 5部

のしわ発生時の応力状態を把握すること、応力としわ の形状の相関関係を明らかにすることである。

前報⁶で著者等は、面内捩りを受ける円形張力膜の しわの実験を紹介した。そこでは、導入される初期張 力の性質、捩りモーメント・回転角曲線、曲げ剛性と しわの本数の関係、直交異方性膜に発生するしわの形 状の特徴などについて報告した。

これを受けて、本論文ではしわが発生している状態 における膜面の歪を測定し、応力を計算することを試 みる。供試体として、等方性のポリエステルフィルム とコーティングされた繊維でできた直交異方性の薄い 腹を準備した。しかし、直交異方性の膜については、 歪の測定があまりうまくいかなかったので、前報同様 しわの形状を示すのみとする。

実験結果に加えて、任意形状の四辺形膜要素による 幾何学的非線形有限要素法に基づく解析例を紹介す る。数値解析では直交異方性の膜についても応力およ びしわの形状を計算することができた。ただし、膜要 素を用いているため、曲げ剛性を無視している。その ため、最初に述べたような、「圧縮にまったく抵抗しな い理想的な膜と現実の膜との性状の違いの把握」とい う意味では、不十分な点がある。数値解析の問題点に ついては最後の節で述べる。

2 対象とするモデル

図1.のように、円形の膜の中央部に剛体の円盤を 取り付け、次に半径方向に一様に引っ張ることにより 初期張力を導入する。その後、円盤を回転させて膜 に面内捩りを与える。なお、<u>中央円盤の半径は5cm</u>、 円形膜の半径は30cmとする。



3 試験装置

図2.に試験装置の平面図を示す。写真1.は試験風景 である。

円形の膜を8方向から錘で引張ることにより、初期 張力を導入する。これにより、半径方向への一様な引張 りを近似する。また、中心の軸に取り付けられたアー ムを錘で引くことにより捩りを導入する。詳細は前報 ^[6]で説明している。

振りを与えるためのアームの先端と錘の間にロード セルを取り付ける。これにより、回転が小さければロー ドセルで得られた荷重にアームの長さを掛けることに よって、捩りモーメントを連続的に得ることができる。 中心の軸の回転角はアームの先端の水平変位を測るこ とによって求める。回転角が小さければ、この方法で も十分正確な回転角が得られる。ただし、アームの変 形によって多少大きめの値となる可能性はある。

4 使用した膜材料と材料実験

4.1 使用した膜

供試体は、等方性の半透明のポリエステルフィルム (東レのルミラー)、直交異方性の日除け等に用いられ る薄い膜(本論文では便宜上日除けの膜と呼ぶことに



図2.試験機の平面図



写真1.試験装置

する)の2種類である。前者はほぼ弾性的な挙動を示 す。後者は織布にコーティングをほどこしたものであ る。弾性体とはいえず、載荷の後に除荷をすると残留 変形がかなりある。

4.2 引張試験

膜のヤング率およびポアソン比を求めるために、引 張試験を行った。試験片の寸法はチャックしろを除い て、200×40である。試験片の中央には3方向の歪ゲー ジが貼ってある。また、引張試験機のチャックの変位を 測り、ここからも歪を求めることができる。

図5.に応力・歪曲線を示す。それぞれ、歪ゲージおよ び変位から求めた載荷方向の歪、歪ゲージで測った直 角方向の歪が示されている。日除けの膜では縦糸方向 のみ示す。

薄い膜では歪ゲージの影響が無視できないので、変 位から計算した歪と歪ゲージで測定した歪に対応する ヤング率をそれぞれ求めておく。変位から計算した歪 に基づくヤング率が真のヤング率と考えられる。一方、 しわの実験では、歪は歪ゲージで測るので、歪ゲージ で測定した歪に基づくヤング率を使って応力を計算す れば、ゲージによる剛性の付加をある程度補正して応 力を計算できる。(このため、引張試験に用いる歪ゲー ジは、本試験で使うものと同じものにしておく。)

測定した変位は引張試験機のチャックの変位である ので、初期のたるみの影響が入る。このたるみの部分 は無視する。

ポアソン比は歪ゲージで得られた2方向の歪から計 算する。前報⁶⁰で示したように、ポアソン比に関して は、歪ゲージによる値も真の値に近いと考えられる。

ポリエステルフィルムでは、歪ゲージから得られる ヤング率は、真の値の1.7倍程度となる。日除けの膜は 非線形性があり、歪・応力曲線はループを描くが、載荷 時にはほぼ線形的な挙動を示すので、その勾配をヤン グ率としておく。ところが、歪ゲージで計測された歪 からヤング率を計算すると約10倍の値となる(この値 を使って応力を計算したとしてもそれがどこまで信頼 できるか検討する余地がある)。縦横で値が異なるの で各々についての値を求める。

得られた材料定数は表2.に示す。なお、ポリエステ ルフィルムにの真の材料定数については、前報^[6]で求め た値を採用することとした。

4.3 せん断剛性

等方性の弾性体ではヤング率とポアソン比からせ ん断剛性係数が得られるので、ポリエステルフィルム では、

$$Gt = Et/2(1 + \nu) = 1021.6/2(1 + 0.267)$$

 $\approx 403.2kgf/cm$ (4-1)

となる。日除けの膜については現在調査中である。

表1. 膜の厚さ(実測値)

	材料名	厚さ	
a	ポリエステルフィルム	0.18 mm	
	(カタログ値)	0.188 mm	
d	日除けの膜	0.15 mm	

表2. 測定結果から求めた材料定数

材料名、歪測定方法	去	Et(kgf/cm)	ν
ポリエステルフィノ	レム(変位計)	934.2	1
	(ゲージ)	1642.9	0.292
	(カタログ値)	752.0	1
真の値として採用	した値	1021.6	0.267
日除けの膜(縦)	(変位計)	191.6	1
	(ゲージ)	1403.3	0.400
(横)	(変位計)	117.5	1
	(ゲージ)	1147.3	0.322



strain (x10⁻⁶) 図3-2.日除けの膜⁻ 図3.引張試験における応力・歪関係

20000 40000 60000

0

5 数值解析

これまでに、幾何学的非線形性を考慮した有限要素 法で離散化を行い、分岐解析によってしわ後挙動の追 跡を行ってきた。要素として、最初は周方向の形状関 数を三角関数としたリング型の有限要素を用いていた ^[5]。この要素は、しわの波をサインカーブで表すため、 しわの波数が多くなっても自由度が変わらないという 利点がある。ところが、直交異方性の場合には周方向 の断面は不均一であり、ある周期の三角関数をひとつ だけとるだけでは、現れるしわの形状を表し得ない。 また、エネルギー密度も周方向で一定の値にならない ため、エネルギー積分を計算するのが難しい。 そこで、もう少し一般的な任意形状の四辺形膜要素 を利用した解析を行うこととした^[7]。この要素は文献 [3]を参考にして導かれた。埋め込み座標系を採用して おり、材料の異方性の軸に沿った座標系と要素の形状 を規定する座標系との間で構成式の座標変換を行うこ とにより、任意形状の要素において直交異方性を考慮 できる。

なお、厳密にはしわの形状を正確に定めるには、曲 げ剛性を考慮しなくてはならないが、それは今後の課 題とし、ここでは曲げ剛性を無視して解析を行うこと にする。

6 数値解析モデル

図4.は要素分割図である。しわは中心の円盤の周辺 で多く発生するので、内側ほど細かく分割している。

材料は弾性体であると仮定している。ヤング率およ びポアソン比は実験で用いた等方性のポリエステル フィルムの値とする。等方性の弾性体では4.3節で述べ たようにせん断剛性は、

$$Gt = \frac{Et}{2(1+\nu)} \tag{6-1}$$

となるが、直交異方性の弾性体ではせん断剛性はヤン グ率やポアソン比に対して独立に定まるので、

$$Gt = \alpha \frac{Et}{2(1+\nu)} \tag{6-2}$$

とする。αとして1.0 (等方性)、0.1 および0.01を考える。

解析では、まず外側の境界において半径方向の強制 変位を与えることにより初期張力を与える。与える強 制変位の大きさは、実験で等方性のポリエステルフィ ルムに導入した初期張力に対応する値とする。αが1.0 よりも小さい時に実験に近い初期張力を導入するに は、強制変位を与えるよりも荷重を与える方が好まし いけれども、ここでは、等方性のときに与えたのと同 じ変位を与えることで初期張力を導入した。

初期張力導入後、外側の境界は固定し、今度は内側 の境界に接線方向の強制変位を与えて近似的に面内捩 りを導入する。

7 載荷方法(実験)

7.1 初期張力

前報と同様に、円形膜の周辺部の8個のチャックを錘 で引張ることにより初期張力を導入する。チャックを 引く錘は2kgfずつ載せていき、最終的に各チャックは 各々10kgfの錘で引張られる。



(3120要素、9048自由度)

初期張力導入用のチャックのスライド部にはベアリ ングが入っていないので、すべての錘を載せた後に、各 チャックに一斉に手で力を少し加え、スライド部の摩 擦を引張り側に寄与させるようにした。ただ、得られ た結果をみると確かに手で押したことにより応力は増 加しているものの、それによって乱れの少ない応力状 態が得られたわけではなかった。(しかし、実験はこの まま続行した。)

初期張力導入後の主応力は図8-1.に示されている。

なお、数値解析では前節で述べたように、各チャック 10kgfの荷重を加えるという状態に相当する初期張力 を導入している。前報^[6]のように、錘の力の約60%が膜 に伝わっていると仮定した。

7.2 捩りの導入

- 4 -

捩りは中心軸に取り付けられたアームを錘で引くこ とによって導入される。錘は1kgf ずつ載せていきポリ エステルフィルムでは10kgfまで、日除けの膜では6kgf まで載せる。その後しばらく(5分程度)そのままに しておいた後で、1kgf ずつ錘を降ろし除荷を行う。

8 捩りモーメント-回転角曲線

図 5-1. はポリエステルフィルム、図 5-2. は日除けの膜 の捩りモーメント-回転角である。図 5-3. は数値解析の 結果であり、式 (6-2) の α を 1.0、0.1、0.05、0.01 と変化さ せそれぞれについて描いている。図 5-3. で α = 1.0 が図 5-1. に相当する。数値解析の方がかためになっている。 また、日除けの膜ではクリープが見られる。



rotation(*) 図5-1.ポリエステルフィルム(実験)



9 しわ発生時の応力状態

9.1 ポリエステルフィルムの実験

図6.は歪ゲージの位置および方向を示す。3方向ゲー ジを使う。各ゲージは1~18のチャンネル番号で区別さ れる。図7-1.~7-6.は、ポリエステルフィルムの実験にお ける各歪ゲージの歪の値と捩りモーメントの関係であ る。載荷は錘によって離散的になされるが、捩りモー メントはロードセルにより連続的に収録されるので、 滑らかな曲線が得られる。チャンネル7~9および15に は測定器の不調によりノイズが少し混入している。

各チャンネルに対応する曲線には明らかな折れ曲り がみとめられ、しわが発生したことがわかる。これよ り求めたしわ発生荷重は124kgf-cm程度であり、これは 膜面しわが観察されはじめた荷重と一致する。なお、 この荷重は一点鎖線で図中に示してある。また、ポリ エステルフィルムは弾性体であり載荷と除荷ではほぼ 同じ曲線をたどることもわかる。

得られた歪についてロゼット解析を行ない、初期張力 導入直後、しわが発生した点(捩りモーメント124kgf·cm)、および、しわ発生後(捩りモーメント400kgf·cm)に おける主応力図を求め、図8-1.~8-3.に示す。圧縮応力 は太い線で表している。

先にも述べたように、初期張力にはかなりの乱れが ある。しわの発生点およびしわ発生後の点では圧縮 応力が存在することがわかる。特に捩りモーメントが 400kgf・cmの点では、引張り応力と比較してかなり大き い圧縮応力が存在している。ポリエステルフィルムが 曲げ剛性を持つためであると考えられる。



図6. 歪ゲージの位置および方向

9.2 数值解析

図9-1.~9-9.は、式(6-2)のαを1.0、0.1 および0.01 とし、 各図にφで示した回転角になるまで捩りモーメントを 与え、その時点での主応力を示したものである。ただ し、この図は第2ピオラ・キルヒホッフ応力を変形前の 配置の上に示したものである。各図にはその時点にお けるしわを等高線で表し、重ねて描いている。等高線 は面外変位 w = 0.0067cm を示している。

しわは最大(引張)主応力に沿って発生していること がわかる。また、本解析では曲げ剛性を考慮していな いために、しわの発生によって圧縮応力はほぼ完全に 開放されていることがわかる。



- 6 -

17.4



1.25kgf/cm 図9-1. *a*=1.0, *φ*=0.092 4.65kgf/cm $\boxtimes 9-2, \alpha = 1.0, \phi = 0.458$

8.80kgf/cm

[....



- 8 -

10 しわの形状

写真2.はポリエステルフィルム上のしわを、写真3. は日除けの膜に発生したしわをそれぞれ示す。形をわ かり易くするために、供試体上にはグリッドを描いた。

一方、図 10-1.~10-3. は数値解析の結果である。変位 は 3 倍に拡大している。αは式(6-2)のαに対応する。直 交異方性の場合のしわも実験とよく一致しているとい える。ただし、曲げ剛性を無視した解析であるにもか かわらず、かなり粗いしわとなっている。この理由は次 節で述べる。

11 数値解析の問題点

有限要素法による解析では、薄い膜に見られるよう な細かい波状のしわを正確に求めることは難しい。こ れは、メッシュをきる必要のある有限要素法の限界とも いえる。つまり、図4.のように相当細かい要素分割を しても、実際の現象を捉えるにはまだ不十分だという ことである。

特に、膜のしわは膜が薄くなればなる程細かくなって いく。更に、曲げ剛性を無視した(限りなく薄い)場合 には無限の本数のしわが発生するはずである。ところ が、ここで示した解析結果のように、しわの本数(し わの細かさ)は有限要素法のメッシュの細かさで決まっ てしまっている。



写真2.ポリエステルフィルムのしわ



写真3.日除けの膜のしわ



図10.有限要素法で計算されたしわ

しわの本数(しわの細かさ)は膜の曲げ剛性に依存 するはずなので、今後曲げ剛性を考慮した解析を有限 要素法で行なう場合には要素分割の影響を十分に検討 する必要がある。

12 おわりに

等方性弾性体であるポリエステルフィルムと直交異 方性のコーティングされた繊維に発生するしわについ ての実験を行った。取り上げたのは面内捩りを受ける 円形膜である。また、任意形状の四辺形膜要素による 数値解析を行い実験と比較した。

ここでは、しわ発生時の応力状態が実験と解析によ りある程度明らかになった。また、解析によって直交異 方性の膜に生じるしわの特徴的な形状を捉えることが できた。

今後の課題は以下の3点となる。第1に薄い膜の歪 および応力を正確に測定する方法の検討、第2に、直 交異方性の膜について、しわ発生時の歪と応力を実験 によって求めること、第3に、曲げを考慮した有限要 素で十分に細かく要素分割を行い、数値解析を行なう ことである。

謝辞

本研究は文部省科学研究費補助金(特別研究員奨励費) によって行ったものである。

参考文献

- M.M.Mikulas, Jr., "Behavior of a Flat Stretched Membrane Wrinkled by the Rotation of an Attached Hub", NASA TN D-2456, Sept. 1964
- [2] T.Suzuki,T.Ogawa,S.Motoyui,T.Sueoka,"Investigation on Wrinkling Problem of Membrane Structure",Proc. of IASS-MSU Symposium on Domes from Antiquity to the Present,Istanbul,1988,pp.695-702
- [3] 野口裕久、有限要素法によるシェル構造物の非線 形座屈およびその感度解析手法に関する研究、東 京大学博士論文、1993
- [4] 久田俊明、非線形有限要素法のためのテンソル解 析の基礎、丸善、1992
- [5] 宮村倫司、半谷裕彦、「捩りを受ける円形張力膜のしわ後挙動解析」、膜構造研究論文集'92、No.6、 1992年12月、pp.15-23
- [6] 宮村倫司、小田憲史、半谷裕彦、「面内捩りを受ける円形張力膜に発生するしわの実験」、膜構造研究 論文集、pp.1-9、1993
- [7] 宮村倫司、半谷裕彦、「直交異方性弾性膜に発生す るしわの形状」、構造工学における数値解析法シン ポジウム論文集、第18巻、pp.117-120、平成6年7 月

Analysis and Experiments on the Wrinkling of Stretched Circular Membranes under In-plane Torsion

Tomoshi MIYAMURA*1 Yasuhiko HANGAI*2

SYNOPSIS

The shape of wrinkles on membrane structures depends on the stress field.

In this paper, we investigate the stress field on wrinkled membranes by carrying out experiment and numerical analysis. We treat the circular stretched membrane under in-plane torsion, which is the classical problem in the study of wrinkling.

In the experiment using isotropic elastic membrane, the rate of increases of strains changes when wrinkling occurs. This shows that occurrence of wrinkles is a bifurcation phenomena. The principal stresses are evaluated from the strains that are measured by using three directional strain gages. It is found that there exists compression on the wrinkled membrane.

The shapes of wrinkles and stresses are computed by employing geometrically nonlinear finite element method. The difference between the shape of wrinkles and stresses on isotropic membrane and those on orthotropic membrane is shown. Directions of wrinkles almost coincide with the axes of elastic symmetry in orthotropic membranes.

*1 Graduate Student, University of Tokyo

*2 Institute of Industrial Science, University of Tokyo