

ケーブルネット構造の振動特性に関する研究

— 主に減衰性状について —

有竹 剛*1
石井 一夫*2

梗 概

解析によって建物の動的応答を求める際には、何らかの減衰を設定する必要がある。

本研究では、振動実験の結果を周波数分析することによって卓越振動数を求め、その卓越成分の振幅比から減衰定数を算出する。減衰方法としては比例減衰を採用し、先に求めた卓越振動数と減衰定数から減衰マトリクスを作成することによって、実験の供試体モデルについて減衰自由振動の動的応答解析を行う。これによって、ケーブルネット構造の減衰性状を調べると共に、適切な減衰設定の方法について検討する。

1. はじめに

ケーブルネット構造は、ケーブルに張力を導入して形態を成立させる構造である。したがって、大変形問題は構造解析上考慮すべき重要な問題であり、変形ともなう幾何剛性の変化に対応した非線形解析が一般的となっている。

このような静的な応力変形問題に対して、本研究で対象とするのはケーブルネット構造の動的応答、すなわち非線形振動問題である。そして特に、実際の構造物の振動現象においては必ず現れる、「減衰」という性質を中心的テーマとして扱うこととする。なぜなら、解析によって構造物の動的応答をより正確に把握しようとするならば、減衰は必要不可欠な条件だからである。

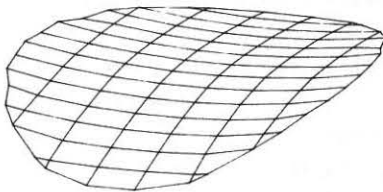
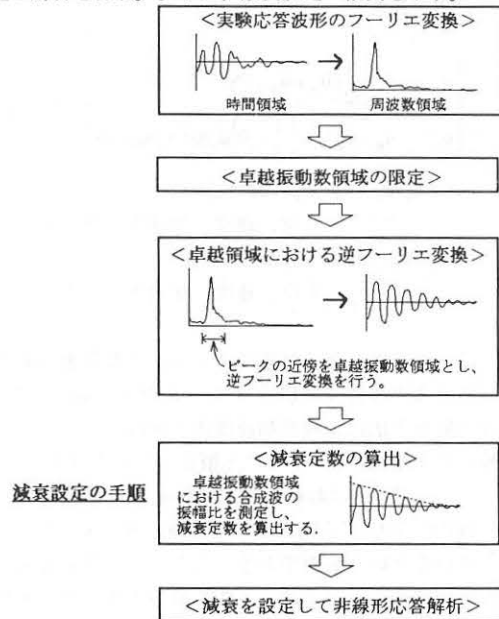


図1.1 ケーブルネット構造

本研究では、より実際に近い応答波形を得るために実験の応答波形を分析することによって、適切な減衰を設定し解析を行う。以下に、減衰設定の概要を示す。



*1 横浜国立大学 大学院

*2 横浜国立大学工学部建設学科 教授 工博

2. 解析理論

2:1 振動方程式

多自由度系の減衰自由振動は、マトリクスを用いると次の微分方程式で記述される。

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = 0 \quad (2.1)$$

[M] : 質量マトリクス
 [C] : 減衰マトリクス
 [K] : 剛性マトリクス
 u : 静的平衡点からの変位ベクトル
 \dot{u} : 速度ベクトル
 \ddot{u} : 加速度ベクトル

式(2.1)の第一項は系の慣性力、第二項は減衰力、第三項は弾性力による復元力を表している。

この式を、微小な時間間隔ごとに数値的に積分して解を定めていく数値積分法によって計算する。数値積分法には各種の方法があるが、本研究ではニューマークの β 法を用いる。

ニューマークの β 法とは、加速度法系の諸公式の総称であり、その基本公式はベクトルを用いると次のように記述される。

$$\begin{cases} \dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \frac{1}{2}(\ddot{u}_n + \ddot{u}_{n+1})\Delta t \\ u_{n+1} = u_n + \dot{u}_n\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{u}_n\Delta t^2 + \beta\ddot{u}_{n+1}\Delta t^2 \end{cases} \quad (2.2)$$

$u_n, \dot{u}_n, \ddot{u}_n$: 時刻 t_n における
 変位、速度、加速度ベクトル
 $u_{n+1}, \dot{u}_{n+1}, \ddot{u}_{n+1}$: 時刻 t_{n+1} における
 変位、速度、加速度ベクトル

β は、加速度変化の仮定に応じて適当な値を与えるが、本研究の解析では $1/6$ とする。この $\beta=1/6$ とした場合の解析手法は、線形加速度法と呼ばれている。

解析の手順は、式(2.2)と振動方程式の3本の式を使って、時刻 t_n における既知数($u_n, \dot{u}_n, \ddot{u}_n$)から、 Δt 秒後の時刻 t_{n+1} における未知数($u_{n+1}, \dot{u}_{n+1}, \ddot{u}_{n+1}$)を計算していくというものである。ここで時間間隔 Δt の与え方には注意が必要であり、この値が大きすぎると計算が発散する原因となる。一般的には、最短周期の $1/6$ 以下にすれば安全といわれているが、解析時間の長短や必要な解析精度などを考慮して、経験的に決めていく必要がある。

2:2 質量マトリクス[M]

質量マトリクスの作成は、LM法(ランプト・マス法)により行う。LM法は、分布質量を何らかの方法で集中質量に換算するもので、簡便な方法として広く用いられている。本研究では、一本のケーブル自重の半分づつを両端の節点に振り分けている。

2:3 剛性マトリクス[K]

前述した通り、幾何学的非線形性を考慮した解析を行うため、静的弾性剛性マトリクス、初期変位剛性マトリクスおよび幾何剛性マトリクスを合成した全体剛性マトリクスを用いる。この内の幾何剛性マトリクスは、前ステップで求めた変位によって、解析の1ステップ毎に作り変えていく。

2:4 減衰マトリクス[C]

減衰のメカニズムは非常に複雑であり、それを正確に表現することは困難である。従って、ある比例減衰を仮定し解析するという手段がよくとられている。比例減衰マトリクスの一般形は、Caugheyにより次のように示されている。

$$[C] = [M] \cdot \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} a_j ([M]^{-1}[K])^j \right\} \quad (2.3)$$

比例減衰の最も単純な形は、減衰マトリクスが質量マトリクスに比例すると仮定した質量比例型、および剛性マトリクスに比例すると仮定した剛性比例型の二種類である。そしてこの他によく用いられるものとして、両者の和の形で表されるレーリー型減衰などがある。レーリー型減衰は比例減衰の一般形において最初の2項をとった場合にあたる。以下に、その3種類の減衰の減衰マトリクスの作成式を記す。

a) 質量比例型減衰

$$[C] = a_0 \cdot [K] \quad a_0 = 2 \cdot h \cdot \omega \quad (2.4)$$

h : 減衰定数

b) 剛性比例型減衰

$$[C] = a_1 \cdot [K] \quad a_1 = 2h/\omega \quad (2.5)$$

c) レーリー型減衰

$$[C] = a_0[M] + a_1[K] \quad \begin{cases} a_0 = 2\omega_1 \cdot \omega_2 (h_1 \cdot \omega_2 - h_2 \cdot \omega_1) / (\omega_2^2 - \omega_1^2) \\ a_1 = 2(h_2 \cdot \omega_2 - h_1 \cdot \omega_1) / (\omega_2^2 - \omega_1^2) \end{cases} \quad (2.6)$$

比例減衰を設定した場合、与える減衰定数によって系に作用する減衰力の大きさが決定される。しかし、振動を無数の異なる振動数成分の重ね合わせと解釈した場合、個々の成分に与えられる減衰定数は一定ではない。又、減衰の型によってもその効き具合には特徴があり、性質は異なる。前出の三つの減衰は、それぞれ次の様な特徴を持っている。

a) 質量比例型減衰

h と ω の値を式(2.4)に与えることにより、 a_0 の値は決定される。よって、個々の振動数成分に対する減衰定数は、次式によって計算される。

$$h = a_0 / 2\omega \quad (2.7)$$

したがって、振動数が高くなるにつれて減衰定数が小さくなる傾向がある。

b) 剛性比例型減衰

質量比例型と同様に、式(2.5)により a_1 が決定され、各振動数成分に対する減衰定数は次のようになる。

$$h = 2 \cdot a_1 \cdot \omega \quad (2.8)$$

従って、振動数の高い成分ほど大きな減衰定数が与えられ、減衰効果が大きくなる。

c) レーリー型減衰

同様に式(2.6)から a_0, a_1 が計算され、各振動数成分に対する減衰定数は次のようになる。

$$h = \frac{1}{2}(a_0/\omega + a_1 \cdot \omega) \quad (2.9)$$

これは、質量比例型と剛性比例型の中間的な効き具合となる。

以上、式(2.7)～式(2.9)から振動数成分に対する減衰定数が求まるわけであるが、ここで注意しなければならないのは、 a_0, a_1 の値によって全振動数領域にかかる減衰定数が計算され、その a_0, a_1 は解析者の与える減衰定数と振動数の代表値によって一義的に決定されるという事である。すなわち、全振動数領域に対する影響を考慮して、代表値として与える数値を決める必要がある。

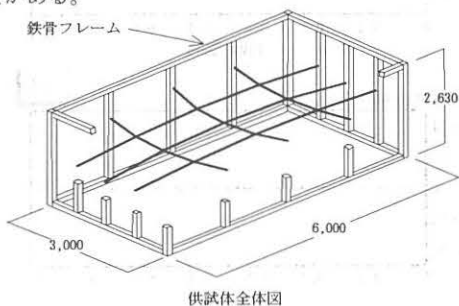


図2.1

3. ケーブルネット構造振動実験

3:1 実験概要

本実験は、膜材、ケーブル材、ポスト材を組み合わせた新構造システム「二重ケーブルネット膜構造」の構造挙動を把握し、その合理性を証明するために行われ、主な実験内容は、静的載荷実験および振動実験である。実験では、膜面とケーブルネット、膜面のみ、およびケーブルネットのみの3ケースについて振動実験を行っており、本研究ではこの内のケーブルネット単体での振動実験について取り扱う。

ケーブルネットの振動実験では、ケーブルネット交点を下方に引っ張って初期変位を与えることによって自由振動させ、各交点における鉛直方向変位を測定した。変位の測定には、レーザービーム変位計を用いた。又、作業手順上の都合により、ケーブルネット交点上に、膜面とネット交点を連結するポストを載せたまま振動実験を行った。

3:2 供試体

ここでは、ケーブルネット部分のみについて説明する。ケーブルネットは、二方向に異なる曲率を持った鞍型曲面を形成しており、ケーブル張力の調整はケーブル端部の引き込みボルトによって行う。以下に、使用したケーブルの材料定数を示す。

表3.1 【ケーブル材料定数表】

名 称	線 径	断面積	重 量	弾性係数
スパイラル ロープ 6×19, φ5	6.3mm	15.8mm ²	0.92kg/cm ² ・m	10,500kg/mm ²

※) 但し表の数値は実測による

又、振動実験の際にネット交点上に載っていたポストおよびケーブル押さえ金具等の総重量は、計測により平均399gであった。

強制変位点および変位測定点の位置を下図に示す。

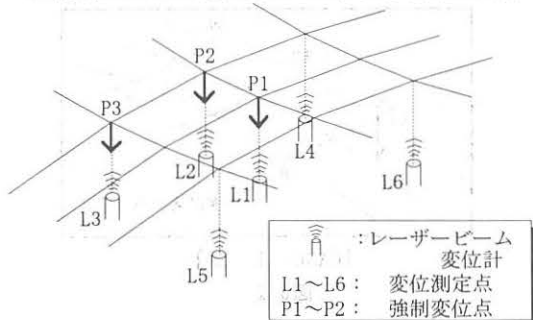


図3.1

3:3 実験結果

実験は、張力レベル、張力比および強制変位点を変えて合計6ケース行った。

まず、ケーブル張力が、

吊り方向：500kg、押さえ方向：250kg

の場合について、各測定点における鉛直方向の変位応答波形を示す。

CASE No.	強制変位点	ケーブル張力	変位量
1-1	P1	吊り : 500kg 押さえ : 250kg	4.2mm
1-2	P2		
1-3	P3		

表3.2 【実験ケース表】

各ケースの初期変位状態は、以下の通りである。

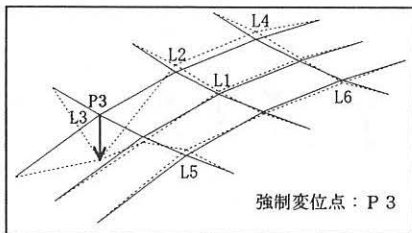
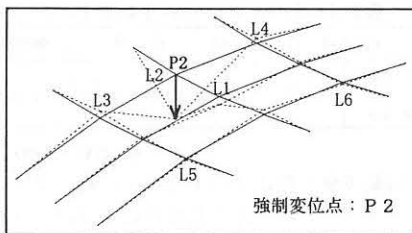
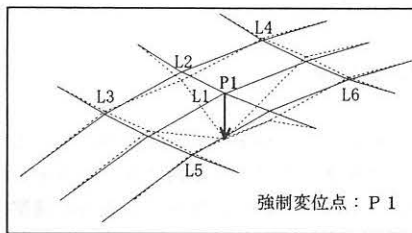


図3.2

【CASE: 1-1】

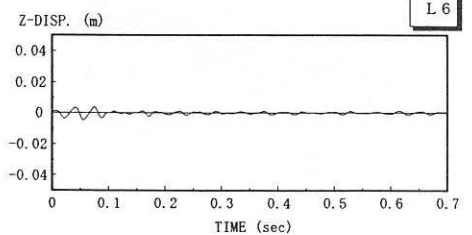
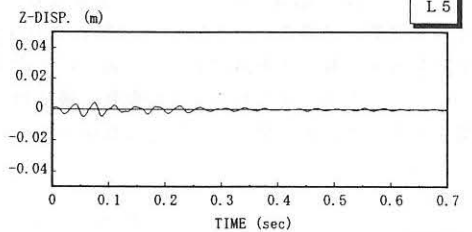
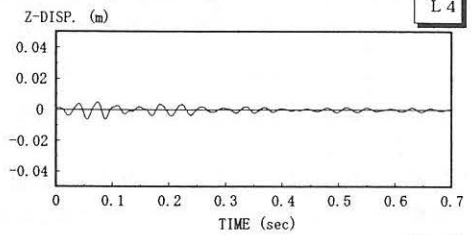
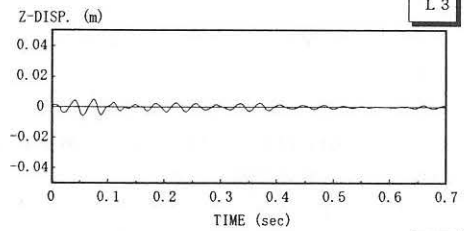
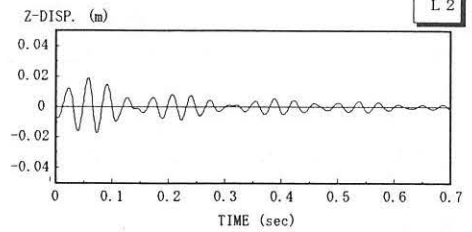
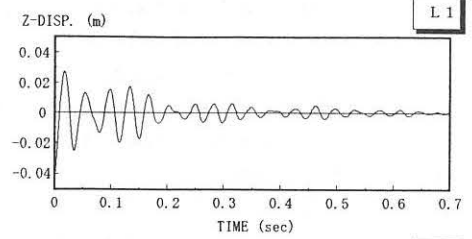


図3.3

【CASE : 1 - 2】

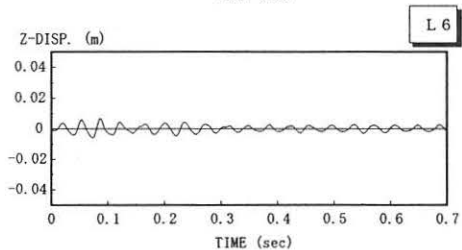
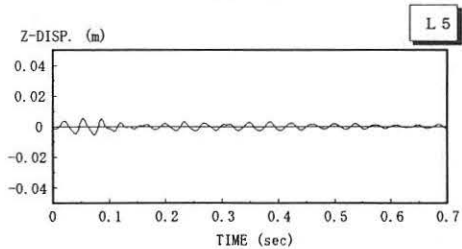
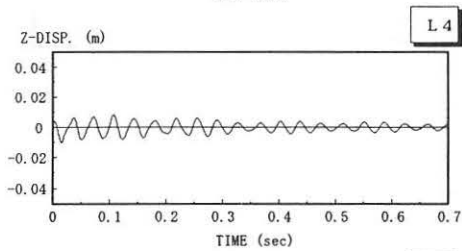
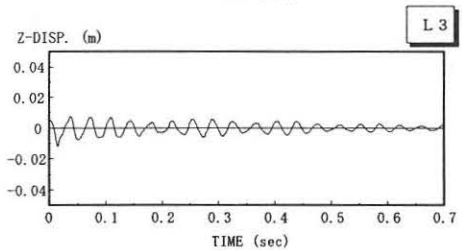
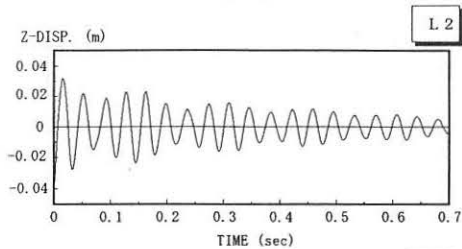
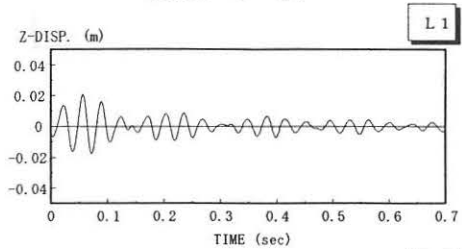


図 3.4

【CASE : 1 - 3】

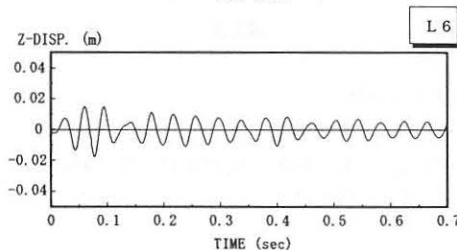
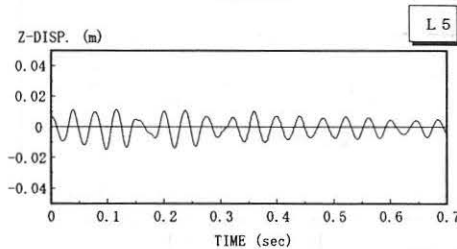
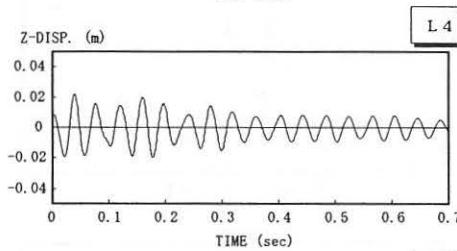
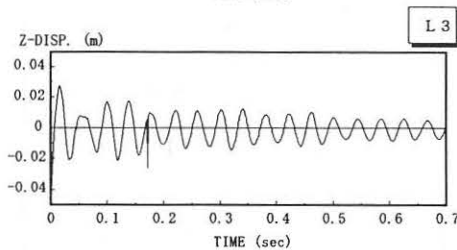
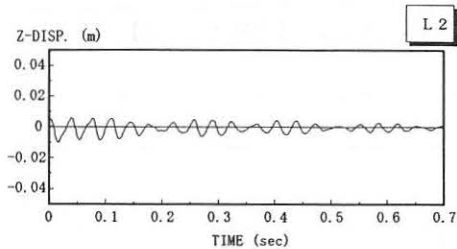
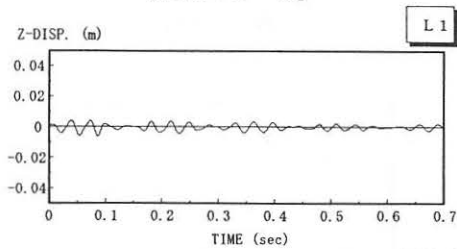


図 3.5

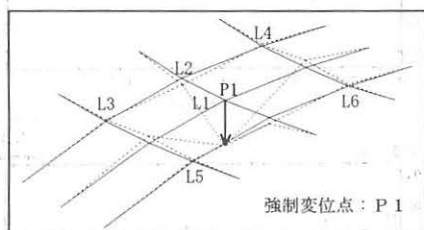
次に、ケーブル張力が、

吊り方向：250kg、押さえ方向：125kg
 の場合の変位応答波形を示す。

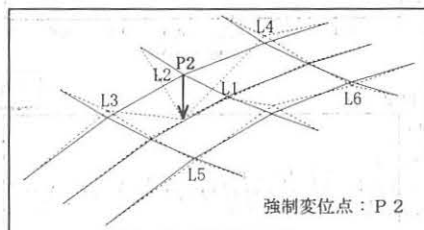
CASE No.	強制変位点	ケーブル張力	変位量
2-1	P 1	吊り : 250kg 押さえ : 125kg	4.2mm
2-2	P 2		
2-3	P 3		

表3.3 【実験ケース表】

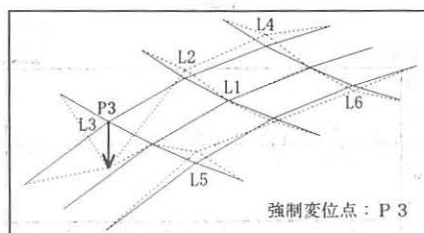
各ケースの初期変位状態は、以下の通りである。



【CASE : 2 - 1】



【CASE : 2 - 2】



【CASE : 2 - 3】

図3.6

(応答波形の観察)

・CASE1-1~3では、波形のうなりが見られる。
 ・張力の高い方が、振動時間および周期が短い。すなわち、初期張力増大によって減衰効果が大きくなっている。

【CASE : 2 - 1】

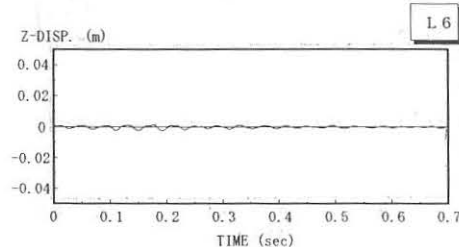
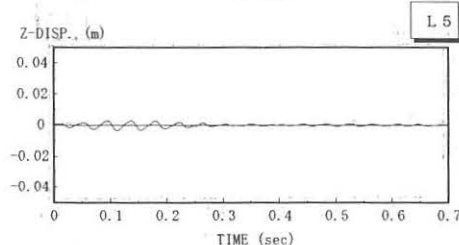
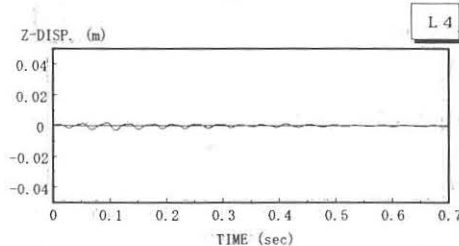
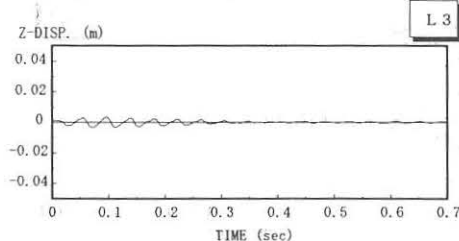
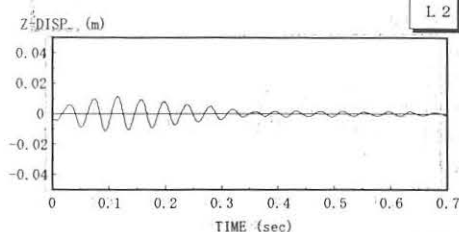
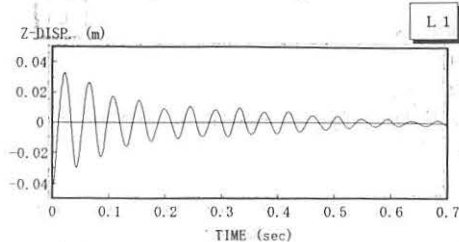


図3.7

【CASE : 2 - 2】

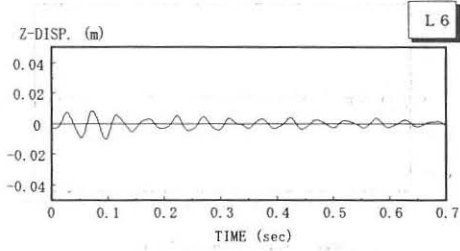
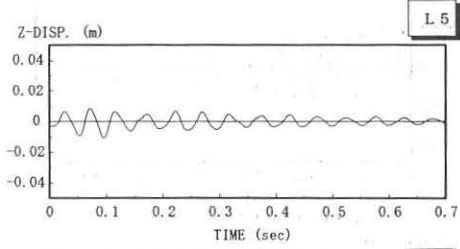
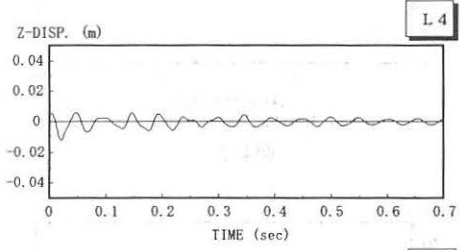
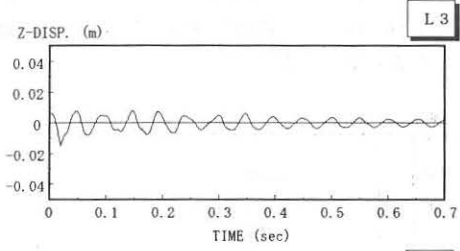
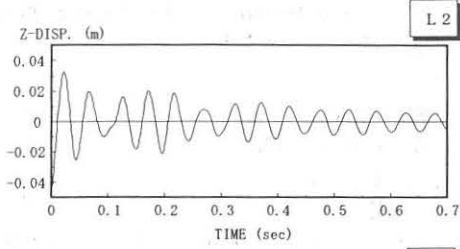
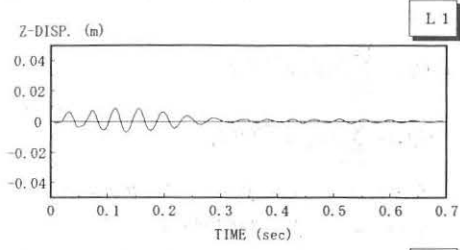


図3.8

【CASE : 2 - 3】

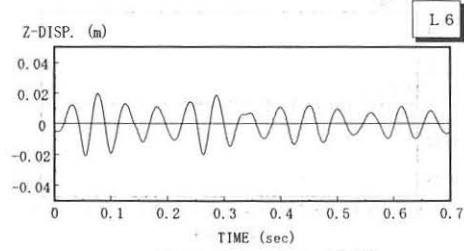
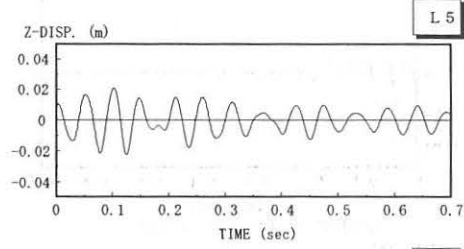
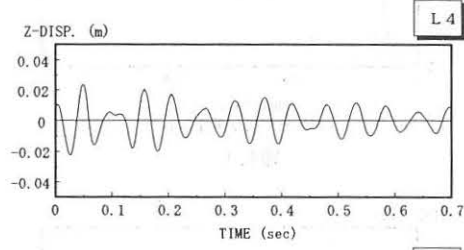
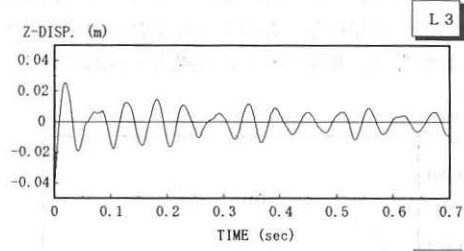
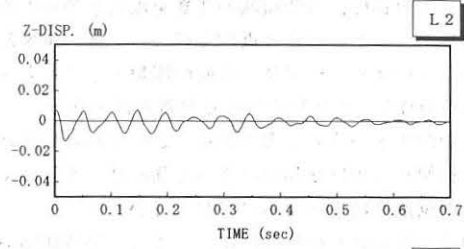
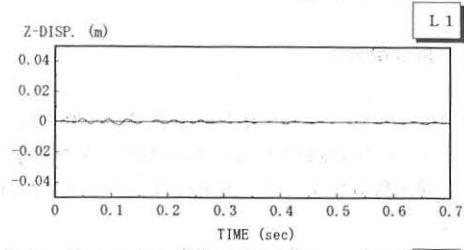


図3.9

4. 実験結果の分析

4 : 1 周波数分析

本項では、実験で得られた変位応答データのうち、CASE: 1-1~1-3の強制変位点におけるデータを対象として、周波数分析を行う。解析には、フーリエ解析を用いる。

フーリエ解析は、時間領域の関数を周波数領域の関数に変換し、またその逆の操作を行う、一種の座標変換であるといえる。つまり、時間の関数として与えられた変位 $y(t)$ を、周波数の異なる無数の波の和としてとらえなおすという考え方である。この重ね合わされる波の振幅や位相は振動数によって異なり、それゆえ実際の振動波形は複雑なものとなっている。

実験等で得られた振動波形は、一般的に等時間間隔の離散的データである。このような場合に適用されるフーリエ解析は、有限フーリエ変換と呼ばれている。

有限フーリエ変換の複素数表現は次のようになる。

$$\begin{cases} y(t_k) = \sum_{n=0}^{N-1} F(if_n) e^{i2\pi f_n t_k} f_0 \\ F(if_n) = \sum_{k=0}^{N-1} y(t_k) e^{-i2\pi f_n t_k} f_0 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$f_n = f_0 \cdot n \quad (f_0 = 1/T, T: \text{データの長さ})$$

$$t_k = k \cdot \Delta t \quad (\Delta t: \text{時間刻み})$$

式(4.1)で、 $F(if_n)$ を $y(t_k)$ のフーリエ変換と呼び、 $y(t_k)$ を $F(if_n)$ の逆フーリエ変換という。

ここで、

$$F(if_n) = c_n / f_0 \quad (4.2)$$

とすると式(4.1)の上式は、

$$y(t_k) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{i2\pi f_n t_k} \quad (4.3)$$

と変形できる。この式(4.3)中の c_n は、フーリエ振幅スペクトルと呼ばれ、各振動成分の強さ(あるいは、寄与分)を表す値である。

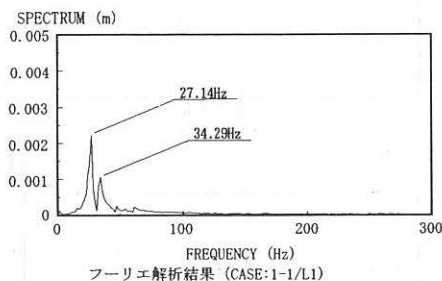


図 4. 1

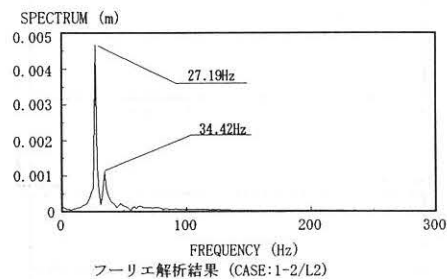


図 4. 2

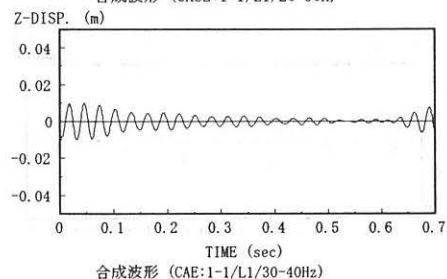
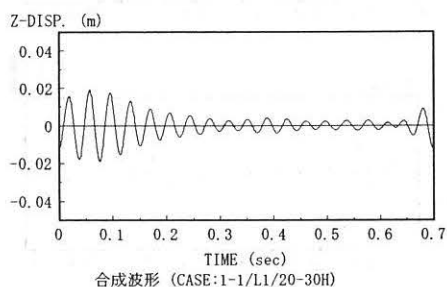


図 4. 4

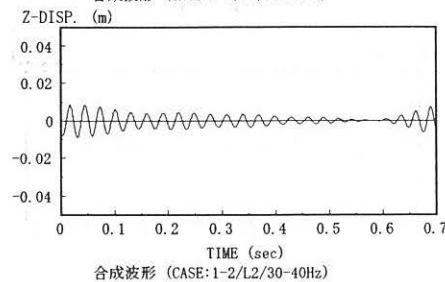
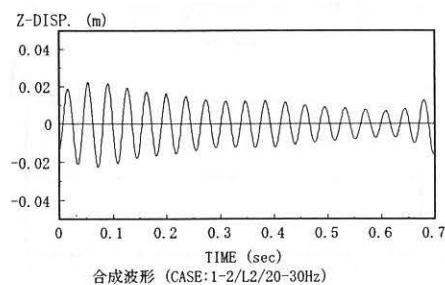


図 4. 5

解析は、CASE: 1-1、1-2、1-3において振幅の比較的大きい波形について行った。図4.1～図4.3は、各ケースの強制変位点で得られた波形の解析結果であり、縦軸は $|c_n|$ を表している。これらの図から判ることは次の二点である。

- ① 卓越振動数は20Hz台と30Hz台の二つの領域に存在している。
- ② 100Hz以上の高い振動数領域の成分は振動全体に対する寄与率が低い。

4:2 卓越領域成分の合成

フーリエ解析結果から、20Hz台と30Hz台の振動数領域の成分が振動に大きく影響しており、又、このように優勢な二つの卓越振動成分が干渉し合うことによって“うなり”が生じていると解釈して、20Hz台と30Hz台の成分を、逆フーリエ変換によってそれぞれ合成することを試みた。

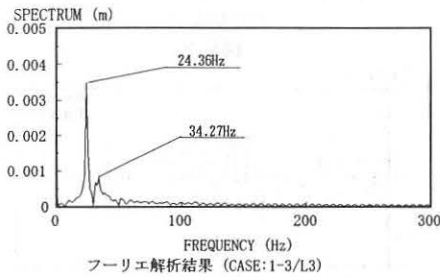


図4.3

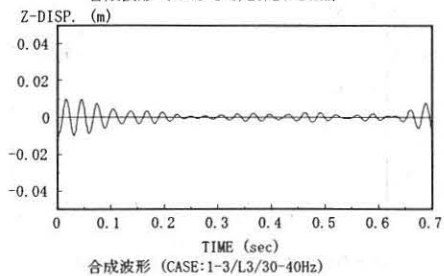
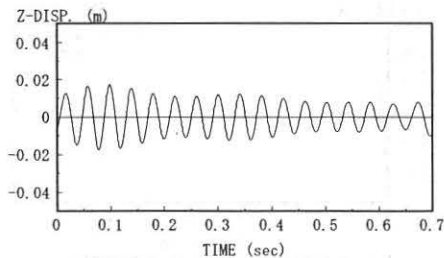


図4.6

これは、原波形における優勢な振動成分を残しつつ、振幅比をとる際に障害となる波形の“うなり”を除去することを意図したものである。

なぜ、このような作業が必要かという点、

- (理由①) 原波形の減衰性状は、その振動において優勢な卓越成分の減衰性状に大きく影響を受けるであろう。
- (理由②) 振動の減衰性状を最も簡単に表すものは振幅比であるが、原波形は“うなり”が現れているため振幅比の計測がしにくい。

と考えたからである。その結果が図4.4～図4.6である。これらの合成波形は、原波形における“うなり”が取り除かれ、振幅比を計測しやすい波形となっていることが判る。

(“うなり”についての考察)

振動は、振幅・周期(振動数)・位相の三つの要素によって構成されている。この三要素の異なる波が出会うと、そこで干渉という現象が起きる。ケーブルネットの振動のような複雑な波形を示す振動も、フーリエ解析結果から分かるように、様々な大きさの振幅を持った、異なる振動数成分の重ね合わせであると考えられる。

そこで、二つの異なる振動数 f_1, f_2 と振幅 A_1, A_2 を持ったCOS波の干渉現象を解析してみると、以下のようになる。

$$(計算式) \quad y(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t)$$

$$A_1 = 2.0\text{cm} \quad f_1 = 40\text{Hz}$$

$$A_2 = 1.0\text{cm} \quad f_2 = 45\text{Hz}$$

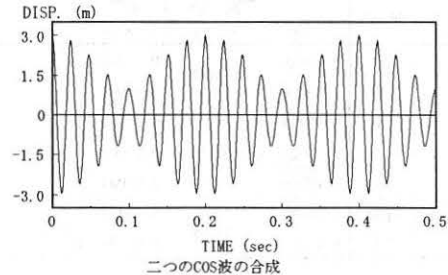


図4.7

これから分かることは、干渉する波が主に二つ存在すると、うなりを生じるということである。したがって、実験の変位応答波形におけるうなりは、20Hz台と30Hz台の振動成分が主に干渉して発生していると考えられる。

5. 減衰の設定

5:1 減衰定数の算出

ここでは、4:2項において合成した卓越振動数領域における成分波形から、減衰定数を算出する。そのために、まずそれぞれの波形の振幅比を計測する。振幅比の計測は、ピーク点を結ぶ折れ線によって合成波形を近似して行う。以下に、その手順を述べる。

$$\text{振幅比の計算式} : d = d_1/d_2 \quad (5.1)$$

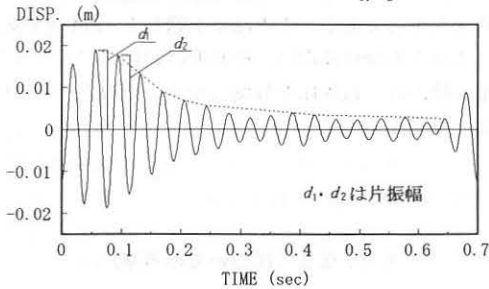


図5.1

この d を、近似折れ線で結ばれたピーク点同士について計算し、その平均 \bar{d} をその合成波の振幅比とする。次に、求めた振幅比から減衰定数を算出する。

粘性減衰を仮定すれば、振幅比は常に一定であり減衰定数は次式によって計算される。

$$\ln \bar{d} = 2\pi h / \sqrt{1-h^2} \quad (\ln \bar{d} : \text{対数減衰率})$$

$$\therefore h = \left(\frac{\ln \bar{d}}{2\pi} \right) / \sqrt{1 + \left(\frac{\ln \bar{d}}{2\pi} \right)^2} \quad (5.2)$$

このような手順によって、減衰定数を求める。対象とした波形は、周波数解析を行った7点である。その結果を下表に示す。

表5.1

CASE No.	測定点	減衰定数 h			
		20-30Hz	平均	30-40Hz	平均
1-1	L1	0.03620	0.03273	0.03059	0.02983
	L2	0.02926		0.02907	
1-2	L1	0.02711	0.02114	0.02625	0.03109
	L2	0.01322		0.03669	
	L3	0.02309		0.03034	
1-3	L3	0.01651	0.01560	0.03434	0.03602
	L4	0.01469		0.03770	

5:2 減衰を考慮した非線形応答解析による検討

本項では、供試体モデルによる非線形応答解析によって、比例減衰における適切な減衰定数の与え方を探っていく。比例減衰としては、代表的な質量比例型、剛性比例型およびレーリー型を適用し、その解析波形

への影響を検討する。

解析モデルは、実験の供試体に忠実なものとした。また、自由振動させる際の初期変位については、ケーブル自重およびネット交点上のポストの重量等を考慮した応力変形解析によって計算し、実験の計測点における値とよく一致する事を確認して用いた。

設定した減衰は、前述の通り三種類である。このうち質量比例型および剛性比例型の場合は、20~30Hz平均の減衰定数および卓越振動数を与え、レーリー型の場合は、20~30Hzと30~40Hzの平均の減衰定数および卓越振動数を与えた。解析は、初期張力の高い場合、すなわちCASE1-1~1-3の3ケースについて行った。

下図は、各ケースの強制変位点の解析波形である。

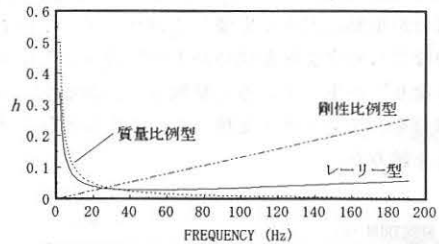
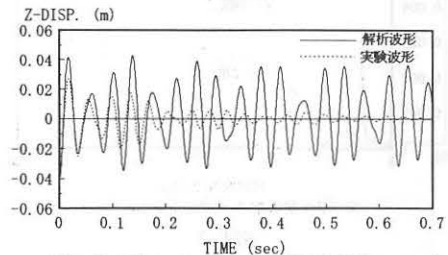
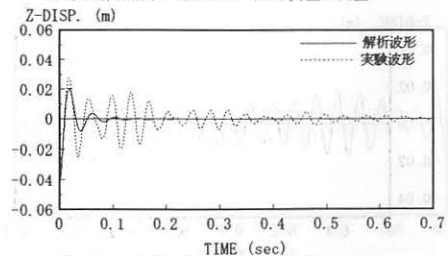


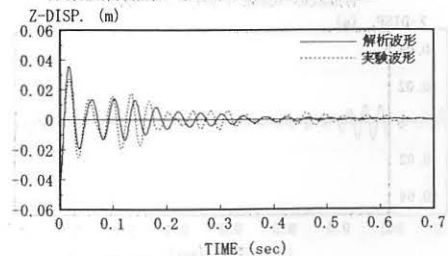
図5.2



非線形解析結果 (CASE:1-1/L1/質量比例型)



非線形解析結果 (CASE:1-1/L1/剛性比例型)



非線形解析結果 (CASE:1-1/L1/レーリー型)

図5.5

図によると、各ケースとも、質量比例型は振幅が過大であり、剛性比例型は振幅の減少が急激な傾向がある。解析波形が実験波形に最も近いのは、レーリー型を採用したCASE:1-1であるが、他のケースのレーリー型では、やはり振幅が急激に減少してしまっている。このような傾向は、強制変位点以外の計測点における解析波形にも同様に現れている。

そこで、各減衰が、200Hz付近までの振動数成分に与えている減衰定数を、各ケース毎に算出しグラフ化してみた。これによると、各減衰で高い振動数に対する影響が特徴的であることが分かる。特にCASE1-1において比較すると、高次振動に対して、剛性比例型

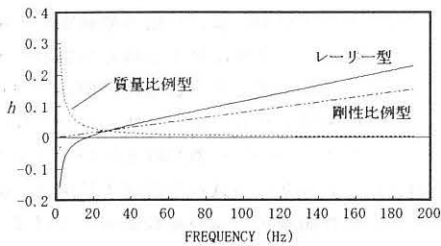


図5.3

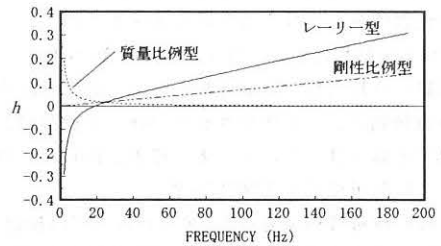
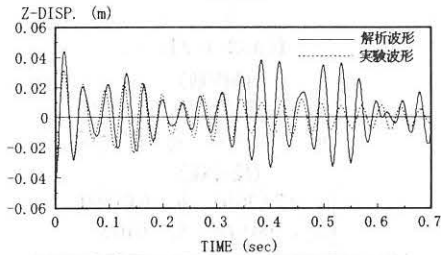
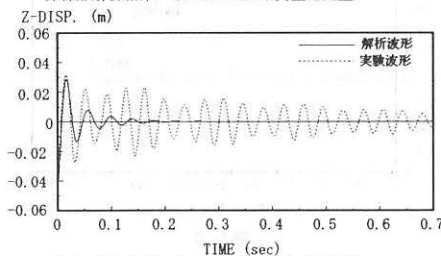


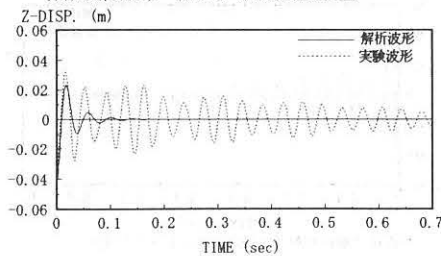
図5.4



非線形解析結果 (CASE:1-2/L2/質量比例型)

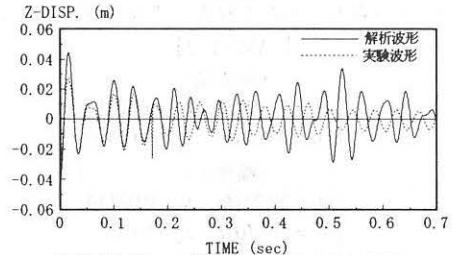


非線形解析結果 (CASE:1-2/L2/剛性比例型)

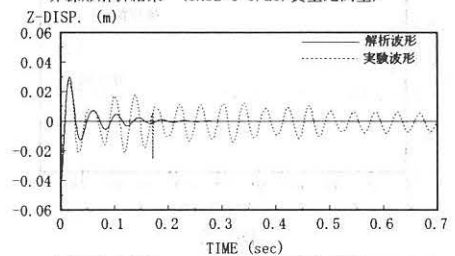


非線形解析結果 (CASE:1-2/L2/レーリー型)

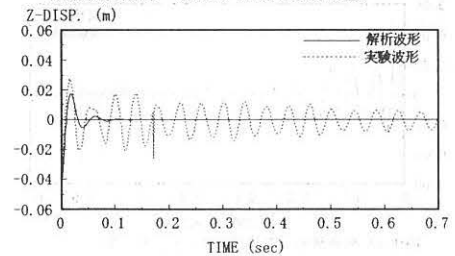
図5.6



非線形解析結果 (CASE:1-3/L3/質量比例型)



非線形解析結果 (CASE:1-3/L3/剛性比例型)



非線形解析結果 (CASE:1-3/L3/レーリー型)

図5.7

は減衰効果が大きく、質量比例型はごくわずかでありレーリー型は両者の中間といえる。そして、実験波形に最も近い結果が得られたのがレーリー型であることから、減衰定数の振動数成分に対する効き具合としては、図5.2のレーリー型のケースが好ましいと予想される。CASE1-2および1-3のレーリー型は、CASE1-1とは全く異なる効き方をしているため、同じ型の減衰でも実験波形とは程遠いものとなったと考えられる。

そこで、次項ではCASE1-2および1-3において、高次振動に対する減衰定数の効き具合を操作することによって、解析波形を実験波形に近づけることを試みる。

5:3 減衰定数のコントロール

前項で解析波形が実験波形によく符合したCASE:1-1の減衰定数の変化を見ると、20-30Hzの低振動数領域から100Hz以上の高振動数領域まで、ほぼ一様に効いていることが分かる。それに対してCASE:1-2、1-3の減衰定数は、レーリー型においても低次と高次ではかなりの差がある。

よって、CASE:1-2および1-3のレーリー型の減衰定数を、高振動数領域において現状より低く抑えるように操作する。具体的には、実験から得た卓越領域(20Hz台)の減衰定数および振動数は遵守することとし、高次領域の減衰定数の操作のために100Hzの減衰定数を代表値として与えるという手法をとる。

100Hzの振動数に対して与える減衰定数の値は、初回は実験の卓越領域の減衰定数を与え、結果の解析波形の減衰状態によって変化させていき、実験波形とよく符合する値を探っていく。その結果、得られた減衰定数および解析波形を下図に示す。

操作後の解析波形を見ると、0.2秒位までは振幅および周期ともよく類似しており、図5.10においては実験波形の“うなり”もある程度まで表現されている。

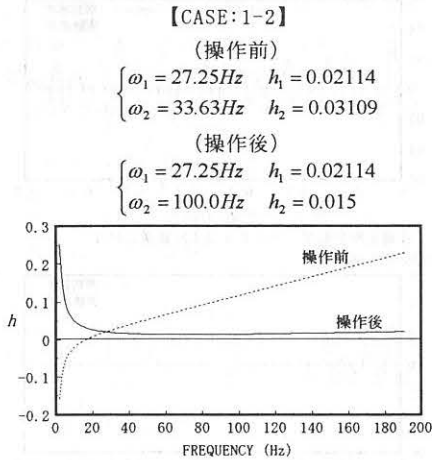


図5.8

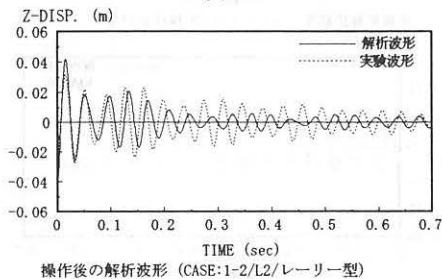


図5.10

ここでは、CASE:1-1~1-3の強制変位点についてのみ操作後の解析波形を呈示したが、他の計測点における解析波形でも同様の傾向が見られ、高振動数領域の減衰定数を操作した解析では、解析波形が実験波形とある程度符合することを確認した。

このようにして、減衰を考慮した非線形応答解析によって、実験波形をある程度まで再現することができた。実際の振動波形を再現するには、どのような減衰を設定するかが問題であるが、本研究の場合は、各種の比例減衰を採用したため、その減衰定数をどのように与えるかということになる。そのポイントは、以下のようになると思われる。

(その1) 振動成分に対する減衰定数のかかり方という点からは、一組の減衰定数と振動数から、全体に対する減衰定数が自動的に決まってしまう質量比例型および剛性比例型よりも、減衰定数をコントロールできるレーリー型が好ましいと言える。

(その2) レーリー型減衰を設定する場合、低振動数領域から高振動数領域までほぼ一定にかかるとする。

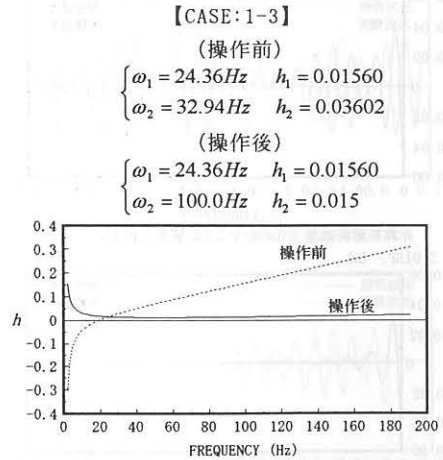


図5.9

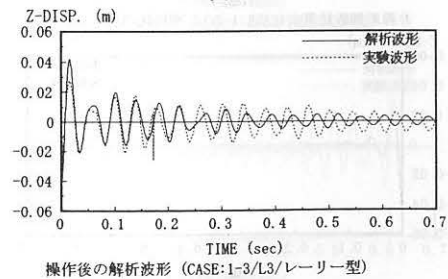


図5.11

(その3) どのレベルで減衰定数をほぼ一定にするかは、本研究では実験結果から抽出したが、ケースによってばらつきがあり一つには決定し難い。しかし、例えばCASE 1-1でレーリー型減衰を設定した解析では、強制変位点のみならず他点においても、解析波形が実験波形にある程度よく符合しているのを確認した。従って、本解析のように、0.01から0.03程度のばらつきはさほど問題ではなく、減衰定数の一つの目安としてはこの辺りと言えよう。

5:4 初期張力の低いケースについての検討

本項では、初期張力の高い場合 (CASE:1-1~1:3) について検討してきた方法によって、初期張力の低い場合 (CASE:2-1~2-3) の解析を試みる。

まず、減衰定数を算出する。CASE:2-1の強制変位点における実験波形をフーリエ解析すると、卓越振動数は22.86Hzと25.71Hzとなっている。この両者は、ごく近い値であり、原波形に顕著な“うなり”も見られないことから、卓越振動数領域としては20~30Hzの範囲のみを考え、逆フーリエ変換による成分の合成はこの領域についてのみ行った。そして、この合成波形から算出した減衰定数は0.03709となった。

以上の結果から、次の様な値を与え解析を行った。

(操作前)

$$\begin{cases} \omega_1 = 22.86\text{Hz} & h_1 = 0.03709 \\ \omega_2 = 25.71\text{Hz} & h_2 = 0.03709 \end{cases}$$

その結果が図5.15上の波形である。これは、実験波形に比べて、振幅の減少がやや早い傾向を示しており、図5.14の減衰定数の変化によると、高い振動数領域に対して減衰効果が過大であることがわかる。

よって、前項と同じ解釈のもとに、減衰定数を次の様に操作して解析を行った。

(操作後)

$$\begin{cases} \omega_1 = 22.86\text{Hz} & h_1 = 0.03709 \\ \omega_2 = 50.00\text{Hz} & h_2 = 0.030 \end{cases}$$

その結果、解析波形は図5.15下のようになり、実験波形に対して振幅についてはよく符合したものとなった。又、他の計測点における解析波形も、実験波形にかなりよく符合している。さらには、同じ減衰定数を与えてCASE:2-2、2-3について行った解析でも、実験波形とのよい近似を得た。

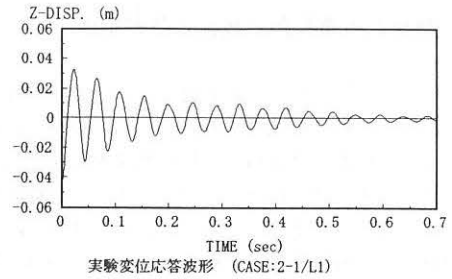


図5.12

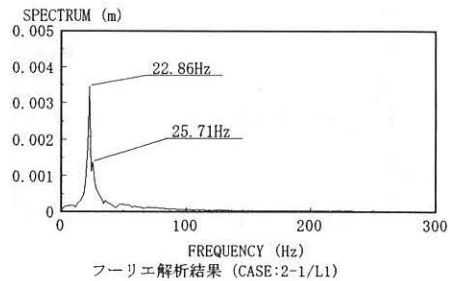


図5.13

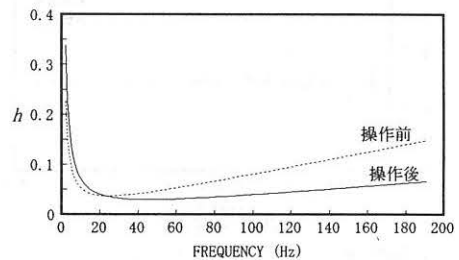
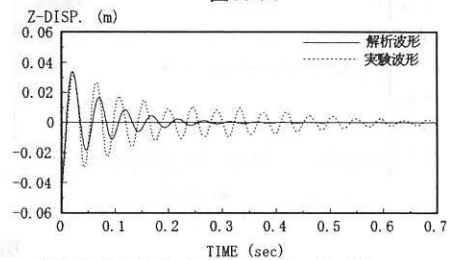
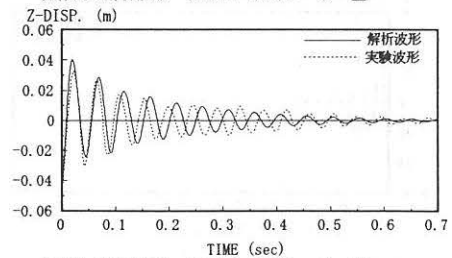


図5.14



操作前の解析波形 (CASE:2-1/L1/レーリー型)



操作後の解析波形 (CASE:2-1/L1/レーリー型)

図5.15

6. 減衰を考慮した非線形応答解析例

本項では、今回採用した各種の減衰、および様々な減衰定数と振動数の組み合わせのうち、総合的に判断して最も実験波形に近似した解析結果を呈示する。

ここに示すのは、CASE:1-1~1-3までの解析結果である。CASE:2-1~2-3については、5:4項で設定した減衰による解析結果が、他点および他ケースにおいても実験波形と近似することを確認している。

下図の解析条件は、以下の通りである。

- ・設定減衰：レーリー型

$$\begin{cases} \omega_1 = 27.17\text{Hz} & h_1 = 0.03273 \\ \omega_2 = 33.62\text{Hz} & h_2 = 0.02983 \end{cases}$$
- ・時間刻み：0.0001 (秒)
- ・ステップ：7000

なお、各ケースで振幅の小さい波形は除外した。

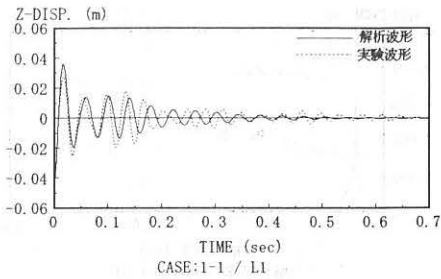


図 6. 1

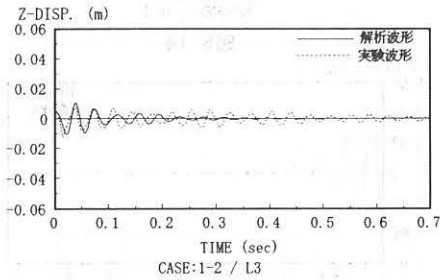
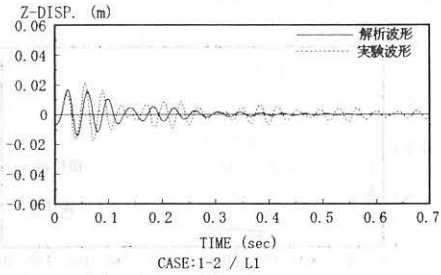


図 6. 2

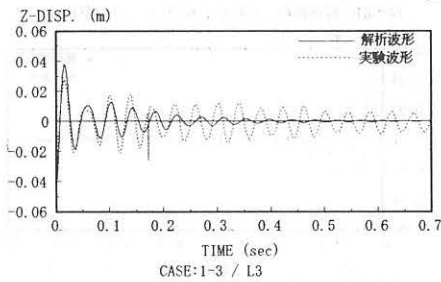
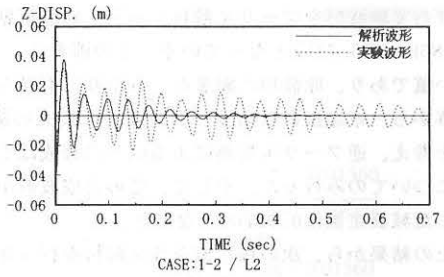
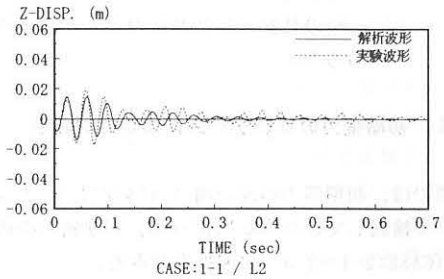


図 6. 3



(考 察)

設定した減衰は、CASE1:1-1から算出した減衰定数を与えており、やはりCASE:1-1の解析波形が最もよく近似している。

7. まとめ

本研究では、各種の比例減衰を設定し非線形応答解析を行い、解析波形の減衰性状を実験波形と比較することによって、適切な減衰設定方法を探っていった。特に、各振動数成分に対する減衰定数のかかり方について注目し、それをコントロールする事を試みた。その結果、前章で示した様な解析波形を得る事ができ、実験波形とかなり近似させることができた。

本解析は、いくつかの考慮すべき条件を含んでいる。以下にそれらを述べる。

(その1) 初期変位の大きさについて

本解析の強制変位量-42(mm)は、モデルの長辺方向に対して1/143、短辺方向に対して1/71程度の大きさであり、変位量としては線形範囲内である。従って、本研究で考察した減衰定数についての諸性状が、大変位の場合にも適用できるとは必ずしも言えないであろう。今回の実験では、非線形範囲と考えられるような大変位による実験を行わなかったため、実験波形による確認は不可能であった。

解析に非線形理論を採用した理由は、より実際の挙動に近い解析結果が得られると判断したからである。実際、今回の解析モデルの場合、非線形解析とモード解析には大きな差異はないようであるが、モード解析は若干周期が長くなる傾向がある。

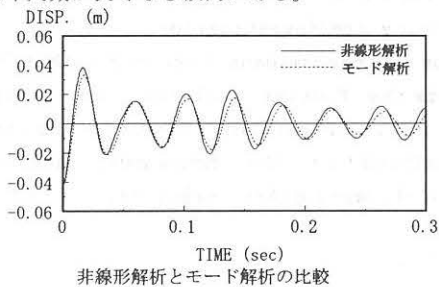


図6.4

(その2) 部材の弛みについて

ケーブルは圧縮力に抗しえない材料であり、部材の弛みは考慮すべき条件である。本解析の解析モデルは、初期張力の大きさをあらかじめ弛みの発生しない程度に設定しているため、特に問題としなかった。応答解析における弛みの発生はごくわずかであり、解析波形に与える影響は無視できる範囲である事は確認している。

(その3) モデルの諸条件について

振動現象は媒体の形状や大きさ等によって、様々な性状を示すものである。例えば、一本の弦の振動においては、強く張った方が細かく振動し、同じ強さで張っても全長の短い方が細かく振動するといった具合である。今回の実験波形でも、張力の違いや強制変位点の違いによる波形の差異は明らかである。したがって本解析の結果は、今回の実験の供試体についてはあてはまるといえるが、異なる実験モデルについては不明である。この減衰設定に関する無次元化の問題は、今後の研究課題である。

前にも述べたとおり、実際の構造物の振動性状は複雑であり、解析によって正確に再現することは不可能に近いと言えるだろう。しかし、現状のような非減衰解析を中心とした振動性状の把握は、解析波形と実験波形との間に外見上大きな差異があるため、信頼性に欠けている。そこで、本研究で題材とした“減衰”を解析に取り入れることが必要となってくるのである。そのような観点からすると、本研究は、レーリー型等の比例減衰を設定し、実験波形をある程度まで再現できる可能性を示したと言える。今後、さらに詳細に振動性状を分析し、より正確な減衰設定の方法を探っていく必要があるだろう。

最後に、本実験は、(株)東畑建築事務所、(株)鴻池組、太陽工業(株)および横浜国立大学建設学科石井研究室の四者による共同で行われた。実験データの提供等の御協力を頂いた関係者各位に対し深く感謝致します。

(参考文献)

- 1) 戸川 隼人; 『有限要素法による 振動解析』; サイエンス社
- 2) 戸川 隼人; 『マトリクスの数値計算』; オーム社
- 3) 柴田 明德; 『最新 耐震構造解析』; 森北出版
- 4) 春日 隆; 『フーリエ級数の使いみち』; 共立出版
- 5) 佐々木 直也; 『部材のたるみを考慮した膜構造の動的応答』; 膜構造研究論文集' 89 -No. 3-
- 6) 正岡 典夫; 『低次四辺形膜要素による振動解析』; 膜構造研究論文集' 92 -No. 6-

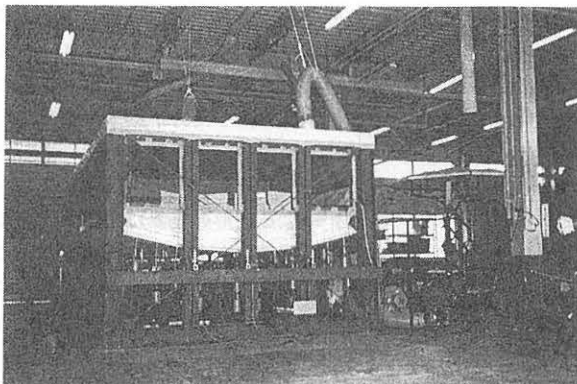


写真1. 実験供試体

STUDY OF VIBRATION CHARACTERISTICS OF A CABLE-NET STRUCTURE
- DAMPING CHARACTERISTICS -

Tsuyoshi ARITAKE*1

Kazuo ISHII*2

SYNOPSIS

When Dynamic responses of structures are analyzed, some damping should be considered in analyses. In the paper, therefore, damping characteristics of a cable-net structure and a suitable method of the dynamic analysis including damping are investigated.

Damping factors are calculated by amplitude ratios of predominant components that are decided by analyzing waves of vibration experiments by Fourier analysis, and Damping matrices are computed by these predominant frequencies and damping factors. And then, dynamic responses of experiment models are analyzed by the non-linear analysis, considering to some proportional dampings. They have following characteristics.

- 1) Type of proportion to Mass matrix
- 2) Type of proportion to Stiffness matrix
- 3) Type of proportion to both of them, generally called "Rayleigh damping".

As results of these analyses, waves of analyses considering to Rayleigh damping was the most suitable for waves of experiments of three types of proportional dampings.

In this way, one of possibilities that waves of experiments were approximately calculated by dynamic analyses considering to some proportional damping was shown in the paper. For the future, the damping model which will be more suitable for damping characteristics of experiment waves will have needed to be investigated, analyzing waves of experiments.

*1 Graduate Student of Master Course, Yokohama National University

*2 Professor, Dr.-Eng, Yokohama National University