テンセグリティ構造による

タワー及びアーチの構造特性について

村 山 自 H 野 1

圧縮力のみを負担する圧縮材と引張力のみを負担する引張材より構成されるテンセグリテ システムの単位ユニットを考案し、それをタワー状の構造物やアーチ状の構造物に応用するた めの最適な形態を検討する。そしてそのユニットを積み重ねて計画した軽量なタワーおよびアー チの構造挙動を把握する。

1 はじめに

「テンセグリティ」とは、R.B. Fullerらによって 考えだされた概念で、"tension"と"integrity" との合成語であり、テンセグリティ構造は、「連続的 なサブシステムを構成する引張り材と、不連続なサブ システムを構成する圧縮材とで構成され、相応な初期 張力を必要とする複合構造である」と定義される。

図1はテンセグリティ構造の簡単な例であるが、 (a)の引張材に初期張力を導入することによって、圧 縮材には圧縮力が与えられる。それに対して、(b)で は引張材に初期張力を導入すれば圧縮材には引張り力 が与えられ圧縮材実際には必要ないためテンセグリ ティ構造とはいえない。

立体トラスにこのテンセグリティシステムを利用す れば、部材数(圧縮材数)が大幅に減り、自重の低減 が期待できるため大規模構造に応用することができ る。コンプレッションリングを圧縮材とし、それにつ なかった引張材(ケーブル)に初期張力を導入するこ とで圧縮材 (ポスト)を支えるケーブルドームなどは この例である。

テンセグリティ構造は、圧縮材の位置、次元、引張 材の配置によって表1のように分類される。開いたシ

ステムとは、その張力を維持するために余分の(二次 的な)支持構造(要素)を必要とするものであり、閉 じたシステムとは、その架台から独立して安定してい るものである。ここでは、単位ユニットを圧縮材が同 一平面状にない閉じたシステムで計画し、それを応用 しタワーとアーチ (基礎につながるケーブル要素を用 いるため全体としては開いたシステム)を計画しその 構造特性を探る。



図1 1次元のテンセグリティ

表 I テンセグリティ構造の分類

圧縮材が同一平面上にある		圧縮材が同一	一平面上にない
開いたシステム	閉じたシステム	開いたシステム	閉じたシステム
開いたシステム 1次元 (初た	閉じたシステム	開いたシステム	閉じたシステ

•1

横浜国立大学大学院 *2 横浜国立大学工学部

2. テンセグリティの仕組み

2.1 立体トラスの安定化

J. Clerk Maxwellは、立体トラスを「いくつか の節点でつながった直線材のシステム」、剛体トラス を「直線材の長さが変わらなければ、2節点間の距離が 変わらないもの」と定義し、剛体にするには、j節点に 対してb本の部材が必要だと証明している。

$$b = 3\dot{7} - 6$$
 (1)

これは、Maxwellの定理と呼ばれており、節点の全 自由度数3jから剛体の自由度数6を差し引いた自由度 3j-6を部材数bで拘束するということである。

しかし厳密にいえば、この式を満足するものが全て 剛であるというわけではない。例えば図2の正二十面体 の陵を形作る立体トラスについては、j=12, b=30で 式(1)を満足するが、(b)のように節点Jにつながる5 本の部材が同一平面上にある場合不安定となる。この ようなものを微小変位の範囲で不安定という。



しかし節点Jにつながる5本の部材に初期張力(引張 力)を導入し剛性を付与することで図2(b)のような場 合も安定化することができる。

2.2 テンセグリティ構造の安定化

テンセグリティ構造の場合、立体トラスの一部の部 材をケーブルに置き換えるので単にMaxwellの定理 (式(1))を満足すれば安定というわけではない。図 3の(a)は、式(1)を満足する立体トラスであるが、部 材②と部材④が直交する位置にある場合のみ微小変位 の範囲で不安定となる。(b)はテンセグリティ構造に



するために (a) の9本の部材をケーブルに置き換えたも のである。ケーブルは圧縮方向に剛性をもたないた め、 (b) は明らかに不安定である。

(b)を安定化するため適当な初期張力をケーブルに 導入すると、(a)における微小変位の範囲で不安定と なる形状と同一形状になり安定する。



図4 テンセグリティ構造の安定化

このようにMaxwellの定理を満足するトラスは、微 小変位の範囲で不安定となる形状で自己釣合い応力 モードを持ち安定する。

Maxwellの定理を満足しないトラスでも初期張力の 導入によって安定化できる。図5はj=12, b=27のテン セグリティシステムであるが模型のように安定である ことが確かめられる。



図5 b-3j+6<0のテンセグリティシステム

これらの自己釣合い応力とメカニズムの関係は2次 元のトラスで説明される。釣合い方程式のマトリック スの次元により次の式が導かれる。

b - 2j + 3 = s - q (2)

s:自己釣合い応力モードの独立なものの数 g:微小変位の範囲でのメカニズムの数

-34-

図6のトラスはj=4, b=4でs-q=-1となる。(a)は 外力が零の状態で各部材が張力を持たずに節点の釣合 い式を満足する。よってs=0であり、q=1で一つのメ カニズムを持つことになる。(b)は各部材が一直線上 に配置されたもので部材14に圧縮力、他の部材に引張 力という自己釣合い応力のモードをもちs=1である。 よってq=2で二つの微小変位の範囲でのメカニズムを 持つことになる。これは節点2,3の部材14に垂直な方 向のメカニズムに相当する。



三次元の場合も(2)式と同様な式が導かれる。

$$b - 3j + 6 = s - q$$
 (3)

図3のトラスの場合j=6, b=12でs=qとなり部材②と 部材④が垂直な場合はq=1でs=1であり自己釣合い応 力のモードを一つもつ。垂直でない場合はs=q=0とな り自己釣合い応力モードをもたないため、テンセグリ ティシステムにはできない。

2.3 自己釣合い応力モード

自己釣合い応力を求めるには、節点力が零のときの 釣合い方程式をとけばよい。

いま、節点数j、要素数bのトラス構造を考える。



部材aについての釣合い式は、



これを構造全体でまとめると、

$$B n = f$$

n : 軸力ベクトル

f : 節点力ベクトル

B : m=3j(全自由度数)行,n=b(部材数)列 の方向余弦に関するマトリックス

これが軸力のみによって平衡状態となる場合はf=0 のときで、

$$B n = 0$$
 (6)

(5)

この式の解はβを任意のベクトルとすると、

$$n = [I_n - B^- B] \beta \tag{7}$$

となる。ここで、B⁻はBの一般逆行列であり、Bのラン クをrとするとB⁻Bのランクもrであり、

$$rank(I_n - B^-B) = n - r \tag{8}$$

となる。q=n-rは独立な適合条件の数で、不静定次数 とよばれる。いま、

 $[I_n - B^-B] = [g_1 g_2 - g_n]$ (9) として独立な列ベクトルを g_1, g_2, \dots, g_q とすれば、式 (7)は、

$$n = \beta_1 g_1 + \beta_2 g_2 + \dots + \beta_q g_q$$
(10)

$$\beta_1, \dots, \beta_q : 任意の実数$$

$$g_1, \dots, g_n : 自己約合い応力モード$$

となる。

このようにして自己釣合い応力は求めることができ る。しかし、図3のトラスのように自己釣合い応力の存 在する形態が明らかな場合はよいが、もっと複雑なフ レームになると自己釣合い応力の存在する形態を明ら かにできない場合が多い。そのような場合は、模型を つくりその釣合い形態に近い形状を得てから、圧縮材 に圧縮力、あるいは引張材に引張り力を導入し、非線 形を考慮した応力変形解析を行なうことで自己釣合い 形態、自己釣合い応力モードを得ることができる。

3. タワー状構造物

3.1 単位ユニットの構成

図8のユニットについて、自己釣合い応力モードや鉛 直荷重に対する挙動をもとにタワー状構造物に応用す るための最適な形態を検証する。



圧縮材長、半径r2、半径r2:半径r1の三つが挙げられ が、ここではr2を圧縮材の長さLの1/2に固定した場 合を考える。そうすると圧縮材長が一定の場合は、図 9に示すようにr2とr1の比によって高さが変わる。 r1:r2が3:10~10:10のモデルの各部材の自己釣合 い応力モードを圧縮材の軸力の値を-1として図10に示 す。



3.2 単位ユニットの構造挙動

r1:r2の異なる8モデルに対して全体での剛体変位 を拘束し、それぞれの形態に初期張力を導入したうえ で節点1,2,3に鉛直荷重をかけて幾何学的非線形解析 を行なった。想定した部材および拘束・荷重条件は次の とおりで圧縮材の長さLは2m、r2は1mとした。図13 にr1:r2=9:10,7:10,5:10,3:10のモデルの荷重 と各部材張力の関係を示す。

表 II 解析パラメーター

	圧縮材(一般構造	5 用炭素鋼鑽	1管)	
ヤング係数 (t/cm ²)	単位重量 (kg/m·cm ²)	外径 (mm)	断面積 (cm ²)	厚さ (mm)
2100	0.78	101.6	9.892	3.2

引張材(スパイラルロープ)

ヤング係数	単位重量	径	断面積
(t/cm ²)	(kg/m·cm ²)	(mm)	(mm ²)
1400	0.827	20	240



自己釣合い応力モードの点では、背の低いもの特に r1:r2=9:10のモデルがばらつきが少ない初期張力を 導入できるが、z方向の荷重に対して各部材に大きな応 力が発生する。これは鉛直方向に積み上げるタワー状 の構造物では不利に働くうえ背が低いため積み上げた ときの高さも期待できない。よってここでは高さも期 待でき初期張力のバランスも比較的良好なr1:r2=5: 10のモデルを使ってタワー状構造物を計画する。





3.3 タワーの構成

単位ユニットTを応用したタワー状構造物として、

- ・ 同じユニットを単純に積み重ねたものTower1
- 逆向きのねじれをもつユニットを交互に積み重 ねたもの -Tower2
- Tower1の引張材数を減らしたもの -Tower3
- Tower2の引張材数を減らしたもの Tower4

が考えられる。

それぞれのモデルは安定化するためにユニットのね じれと同方向のねじれをもつが、Tower2,4は逆向き のねじれをもつユニットを交互に積み上げることで全 体のねじれを押さえている。部材の長さ、ユニット数 はタワーとして、ある程度の大きさ(30m級)をもた せるため圧縮材長4.0m、ユニット数15とした。ま た、Tower3,4については初期張力のバランスがかな り偏ったものになり実用的ではないためここでは取り あげない。図15,16にTower1,2の各部材の自己釣合 い応力のモードを示す。地面に接続するための支え ケーブルであるユニット15の部材①と部材④の負担張 力が大きくなるが、全体にほぼ均等な張力を導入でき る。なお単位ユニットのように簡単に(7)式の解が得 られないためタワーの形状を決めた後、圧縮材に適当 な圧縮力を導入し幾何学的非線形解析を行なうことで 釣合い形態および自己釣合い応力を求めた。





-37-



3.4 タワーの構造挙動

このようなケーブルを使用した構造物ではケーブル 材のたわみが挙動に大きく影響する。図17,18に Tower1,2の各節点に水平の等荷重を与え、幾何学的 非線形解析を行なった結果を示す。荷重はもっともリ ンクリングの発生が起こりやすい方向つまり、3本の支 えケーブルのうち1本だけが圧縮側になる方向に与え た。



一 リンクリング部材 変位倍率 2倍

図 17 Tower1の荷重·変位曲線

Tower1はねじれ方向への回転で変位を吸収するためTower2よりもx方向の変位は小さくなっている。 ユニット15の圧縮側の⑥部材(支えケーブル)が最初 にたるみ、荷重の増加にともないそれに続くケーブル がたるんで荷重方向の変位が増大している。荷重と直 角方向(y)へも変位しており、ねじれ変形を起こして いることがわかる。

つぎにこの二つのタワーについてリンクリングのな いように静的な設計をした結果を示す。なお解析は幾 何学的非線形解析を用い、たるみやすい部材には形状



が変わらない程度の大きな初期張力を導入している。 荷重は軽量な構造体なので風荷重を用いた。荷重方向 は等荷重を与えたときと同様にリンクリンクの発生し やすい方向とし、風力係数は各部材0.8、速度圧は 120h^{1/4} (kg/cm²)とした。

部材⑥は基礎に接続した3本の支えケーブルにつなが るケーブルでもっとも荷重による張力の変動が大きい 部材である。Tower1の部材⑥は螺旋を描くので風下 側、風上側というのは支えケーブル(ユニット15の部 材⑥)の位置のことである。 表 IV Tower1の荷重

2 (0 M 12 11 A	固定荷重 (kg)	風荷 X	Ér(kg) Y	静的地震荷重(kg) (水平震度 0.3)	
UNIT1の頂部	187.38	91.20	86.39	56.21	
UNIT1の底部	177.14	80.25	82.24	53.14	
略	122	1.00	1110.09	20.25.25	Ì
UNIT15の頂部	185.34	91.25	89.92	55.60	Ī
UNIT15の底部	153.43	76.31	72.20	46.03	
合計	16117	6854	6857	4835	Î

表 V Tower2の荷重

	固定荷重	風荷重	(kg)	静的地震荷重(kg)
	(kg)	Х	Y	(水平震度 0.3)
UNIT1の頂部	187.38	90.50	88.52	56.23
UNIT1の底部	177.14	82.40	79.62	53.14
略		-		and the second
UNIT15の頂部	185.32	92.28	89.10	55,60
UNIT15の底部	153.43	76.31	72.203	46.03
合計	16117	6854	6862	4835

表 VI 使用部材

臣	縮材(一般構造用)	炭素鋼鋼管〉	0.51
ヤング係数 (t/cm ²)	単位重量 (kg/m·cm ²)	外径 (mm)	厚さ (mm)
2100	0.78	267.4	9.0
断面積 (cm ²)	長期許容応力 (t)	短期許容応力 (t)	0. ES (V
73.06	104.5	157.1	en goon

ヤング係数	単位重量	径	切断荷重
(t/cm ²)	(kg/m·cm ²)	(mm)	(t)
1600	0.827	50	215
断面積	長期許容応力	短期許容応力	da
(mm ²)	(t)	(t)	
1499	71.7	97.7	





-39-



っぎに動的な挙動を把握するため、リンクリングが 発生しない程度の初期張力を導入した状態でモード解 析(非滅衰自由振動)を行なった。固有振動モード・固 有周期および、タワーの頂部(節点1)と腹の部分(節 点2)の2節点の時刻歴の変位を示す。なお固有値解法 にはハウスホルダー法を用い、モード解析の初期変位 としてはx方向風荷重に対する応答変位を用いた。図 22,23は模式的にモード図をあらわしたもので、基礎 部、節点1を含む平面、節点50を含む平面の図も付し てある。両モデルとも1次モード、3次モードにねじれ が見られ、これ以上に次数があがるとTower1は曲げ のモード、Tower2はねじれのモードが多くあらわれ る。振動の周期が大きいことからかなり柔らかい構造 といえるが、これは圧縮材の数が少ないうえ、その圧 縮材どうしは接続されていないためだと思われる。





<u>4. アーチ状構造物</u>

4.1 単位ユニットの構成

タワーに用いたユニットTは制約条件(上面と底面が 正三角形となるり、平行)を設けたため自己釣合い応 カモードの存在する釣合い形態が簡単に求めることが できるが、一般的にテンセグリティのフレームは釣合 い形態を求めるのが困難である。そこでここで用いる ユニットは、模型により自己釣合い応力モードの存在 すると思われる形態に適当な初期張力を導入し幾何学 的非線形解析によって釣合い形態を求めた。

アーチを構成するためのユニットとして、図26の位

相のユニットを考える。その際、

- ・ 自己釣合い応力のバラつきが少ないもの
- ・ 圧縮材どうしが接触しない距離に配置されるもの(図26(b))
- ・ 積み重ねる方向にながさを持つ(部材12と部材

34のなす角度αが小さいもの(図26(a)))

のを考慮してつぎのユニットA(図27)を用いる。



4.2 アーチの構成

単位ユニットAを応用したアーチ状構造物として、つぎの2種類が考えられる。

- · 同じユニットを単純に積み重ねたもの-Arch1
- ・ Arch1の部材数(引張材)を減らしたもの

-Arch2



図 28 単位ユニットの模型

圧縮材長、ユニット数は、それぞれ4.0m、15とした。Arch2は部材数が少ないためねじれが大きく、初期張力のモードもかなり偏ったものになるためここでは取りあげない。











4.3 アーチの構造挙動

Arch1の各節点に水平、あるいは垂直に等荷重を与 えた。図31はアーチの軸方向に等分布荷重を与えたと きの最高点の変位を示したもので、荷重と垂直方向に 大きく変位している。図32は各節点に垂直に等分布荷 重を与えたもので、リンクリングにより変位量が増大 し、プランでみるとS字に変位している。どちらの荷 重に対してもねじれ方向への変形が大きい。

っぎにこの二つのタワーについてリンクリングのな いように静的な設計をした結果を示す。なお解析は幾 何学的非線形解析を用い、荷重はタワーと同様に風荷 重を用いた。風荷重方向はアーチの軸方向、風力係数 は各部材0.8、速度圧は120h^{1/4} (kg/cm²) とした。図

33に部材②⑦⑧の発生張力を示す。 **表 VII**使用部材

ヤング係数 (t/cm ²)	単位重量 (kg/m·cm ²)	外径 (mm)	厚さ (mm)
2100	0.78	165.2	7.0
断面積 (cm ²)	長期許容応力 (t)	短期許容応力 (t)	
34.79	50.8	76.2	

48-11	引張材 (スパ	(イラルロープ)	. / T
ヤング係数 (t/cm ²)	単位重量 (kg/m·cm ²)	径 (mm)	切断荷重 (t)
1600	0.827	30	79.2
断面積 (mm ²)	長期許容応力 (t)	短期許容応力 (t)	
539	26.7	36.0	



図 31 水平荷重·変位曲線





5.まとめ

本研究でテンセグリティシステムの特性をタワー、 アーチを設計し応力解析、モード解析等を行なうこと により把握することができた。まず計画段階で得られ たことを記すと、

- 立体トラス構造をテンセグリティシステムにする ためには、自己釣合い応力モードの存在する形態 を見つけだすことが必要である。
- 2) その形態を手計算で釣合い式を検討することにより求めることができるのは、ごく限られた場合で、それができないときは模型を作り自己応力 モードの存在する形態に近い形態を得て、初期張力を想定して幾何学的非線形解析を行なえば容易に求めることができる。
- 3)本論では具体的に示してはいないがテンセグリ ティのユニットを応用してタワー、アーチ等を構 成する場合に圧縮材間の距離が問題となる。互い に接触しないような釣合い形態を見つけださねば ならない。
- 4) テンセグリティシステムはねじれを持つ。タワーのように一端が完全に自由なものは形態的な問題は起こらないが、アーチのように両端に拘束がある場合は平面がS字になるという問題が生じる。このため単位ユニットの形をいくつも吟味する必要がある。
- 5) 部材数や自重の低減により、施工性、経済性を期 待できる。

以上のことがあげられ、問題点として形態が自由に決 められないということがあるがオブジェ等の魅力的な 形が求められる構造物にとっては、ねじれを積極的に 利用したおもしろい形態を得ることができる。つぎに 挙動の点で得られたことを記す、

- 6) 水平荷重を受けると圧縮側に圧縮材を持たない場合があり、リンクリングが発生してしまう。そのためケーブルに大きな初期張力が必要となり、圧縮材、引張材とも必要断面が大きくなる。
- 7) 外力を受けるとねじれ変形を起こす。
- 8) 固有周期はかなり大きく、ゆっくりとしたゆれ方 をする。固有モードのなかにはねじれのモードが 多く見られる。

以上がテンセグリティシステムのタワーおよびアーチ の構造特性である。構造体全てをテンセグリティで構 成するだけでなく他の構造形式との複合構造としても 考えられ、支えケーブルを使うなど工夫をすれば構造 としての可能性はより大きくなる。

参考文献

- [1] Gernot Minke: TENSEGRITY-TRAGERKE, Zodiac21, 132-145, Edizioni di Comunità, 1972
- [2] R. Buckminster Fuller : DESIGN SCIENCE-ENGIN-EERING, AN ECONOMIC SUCCESS OF ALL HUMANITY, Zodiak19, 59-74, Edizioni di Comunità, 1969
- [3] C. R. Calladine : BUCKMINSTER FULLER'S "TENSE-GRITY" STRUCTURES AND CLERK MAXWELL'S RULES FOR THE CONSTRUCTION OF STIFF FRAMES, Int. Jour. Solids and Structures, Vol. 14, 161-172, 1978
- [4] Rene Motro, Salem Najari, Paul Jouanna :TENSE-GRITY SYSTEMS. FROM DESIGN TO REALIZATION, Proc. of 1st Int. Conf. on Light weight Structures in Architecture, Sydney, Aug. 1986
- [5] James Ward, D. L. Richter : THE ARTIFACTS OF R. BUCKMINSTER FULLER, Vol. 4, Garland Publishing, Inc., 1985
- [6] 半谷裕彦,川口健一:形態解析一般逆行列とその 応用,培風館,1991
- [7] 小田憲史,川口健一,半谷裕彦:張力安定トラス 構造の構造設計,膜構造研究論文集'91,日本 膜構造協会,1991
- [8] 戸川隼人: 有限要素法による振動解析, サイエン

ス社, 1975

[9] 高重伯:複合ケーブル構造とその構造の特性に関 する研究, 横浜国立大学学位論文, 1992

A STUDY ON STRUCTURAL CHARACTERISTICS OF TENSEGRITY STRUCTURES - ON TOWER AND ARCH -

Ryo MURANAKA^{*1} Yoshihiko HINO^{*2}

SYNOPSIS

A tensegrity system consists of tensile stressed elements which form a continuous sub-system, and compressive stressed elements forming a discontinuous sub-system. This system is realized by replacement tension members of truss structures with cable members, and stabilized by cable tension. Reducing the number of compression members, tensegrity structures can be composed of light weight members, and apply to the large-span structures effectively.

In this paper, we designed tensegrity units composed of three compression members and nine tension members connected by six pin-points, and searched suitable form for real structures, tower and arch. Then we designed Tensegrity Tower and Tensegrity Arch composed some units which are selected as better forms, and studied an structural characteristics of these structures by non-linear analysis and modal analysis.

*1 Student of Master course, Yokohama National University
*2 Student, Yokohama National University

(4) A provide a strategy of a stra