

複合CABLE構造の数値解析法に関する研究

—固定交点解析と滑り交点解析の比較—

高 重伯 *¹
藤井 淳一 *²

概 要

これまでは大空間構造として大型の空気膜構造物がいくつか建てられてきた。しかしながら、常時送風装置を必要とするためRUNNING COSTがかかることや、維持管理の難しさなどの問題点が指摘されてきた。そのため、複合CABLE 構造は、経済性が高いことや維持管理の簡素化が図れることなどから、非常に注目される存在となっている。

複合CABLE 構造は、高強度の引張材であるCABLE と圧縮材であるPOST、そして膜とから構成されている。本構造では、POST上端部のCABLE が架構方向に滑る”滑り交点”を有するため、その解析においてはCABLE の滑りを考慮した解析が必要となるが、より簡便な方法としてPOST上端部の滑り交点を固定交点とみなした解析法が考えられる。そこで本研究では、複合CABLE 構造の挙動に影響を与える要素（POST長、POST数、RISE比）を変化させることにより、滑り交点解析と固定交点解析の結果を比較し、固定交点解析の適用性について検討を行なう。

1. 研究の目的

複合CABLE 構造では、DIAGONAL CABLEがPOST下部から境界COMPRESSION RINGまで1本の連続したCABLE で、架構の剛性を形成するための初期張力導入部材である。そのため、POST上端部ではCABLEが架構方向に自由に滑る”滑り交点”を有することになる。

ゆえに複合CABLE 構造の解析では、POST上端部におけるCABLE の滑りを考慮した解析が必要となる。しかしながら、実用的にはより簡便な解析法が要求される。その1つの方法としては、POST上端部の”滑り交点”を固定交点とみなして解析する方法が考えられる。

本研究においては、解析MODEL を数種設定し、滑り交点解析と固定交点解析の結果（変形状及び張力変動）を比較することにより、複合CABLE 構造における固定交点解析の適用性を検討する。

2. 固定交点解析

すべてのCABLE 交点を固定交点（ピン接合）と考えた場合、内外力の釣り合い条件は次のように書ける。

$$\{\psi(\{\delta\})\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \{R\} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\{\psi\}$ は外部及び内部一般化力の総和、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、 $\{R\}$ は外荷重ベクトル、 $[B]$ はひずみの定義から次のように導かれるMATRIXである。

$$d\{\varepsilon\} = [B]d\{\delta\} \quad (2)$$

$$[B] = [B_0] + [B_n(\{\delta\})] \quad (3)$$

$[B_0]$ は、 $[B]$ の線形部、 $[B_n]$ は非線形部で $\{\delta\}$ の関数である。

Newton-Raphson法を採用するとき、 $d\{\delta\}$ と $d\{\psi\}$ との関係は、

$$d\{\psi\} = \int_V d[B]^T \{\sigma\} dV + \int_V [B]^T d\{\sigma\} dV \quad (4)$$

となる。(2) 式の関係を用いると、

*¹横浜国立大学工学部計画建設学科博士課程

*²横浜国立大学工学部計画建設学科修士課程

$$d\{\sigma\} = [D]d\{\varepsilon\} = [D][B]d\{\delta\} \quad (5)$$

ゆえに、

$$d\{\psi\} = \int_V d[B_n]^T \{\sigma\} dV + [K]d\{\delta\} \quad (6)$$

ここで、

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (7)$$

また、(4)式の第1項は、次のように書ける。

$$\int_V d[B_n]^T \{\sigma\} dV = [K_g]d\{\delta\} \quad (8)$$

ここで、 $[K_g]$ は幾何剛性MATRIXを表わす。

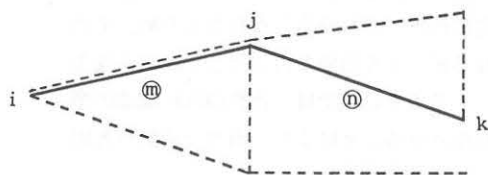
したがって、

$$d\{\psi\} = ([K] + [K_g])d\{\delta\} \quad (9)$$

となり、これを解くことにより解を得ることができる。

3. 滑り交点解析

全CABLE交点を固定交点とみなした幾何学的非線形解析により、複合CABLE構造の節点変位及び部材張力を求めることができる。



いま、図のような滑りCABLE (DIAGONAL CABLE) を1本だけ持つ複合CABLE構造を考えた場合、滑り交点を固定交点とみなして解析すると、要素⑩と⑪の張力は等張力とはならない。しかし、CABLE交点が滑り交点である場合には、1本のCABLEの張力はCABLE全長にわたって一定値に保たれる（交点の両側で張力が異なれば、CABLEが滑ることになる）わけであるから、要素⑩と⑪が等張力となる釣り合い位置を求めなければならない。

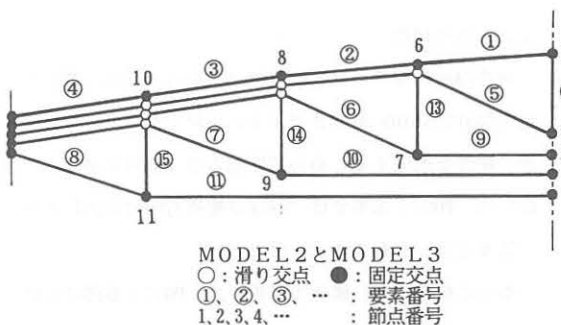
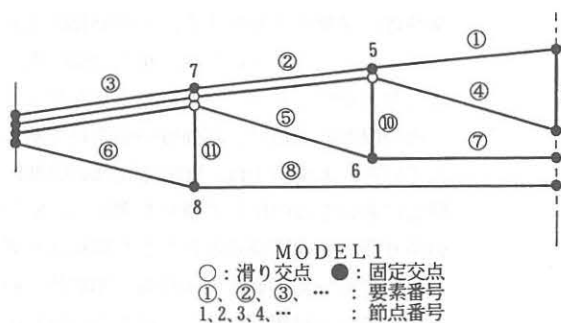
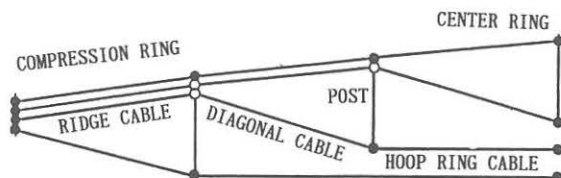
そこで、固定交点で解析後、滑りCABLE (DIAGONAL CABLE) だけに注目し、その節点座標を変えることなく、滑りCABLEの全CABLE長さに対する応力-ひずみ関係より求めた張力を要素⑩及び⑪に代入する。節点座標を変えることなく各々部材張力のみを変化させるわけであるから、各節点にはそれぞれ不釣り合い力が発生することになる。そのため、いま代入した張力を初期張力とみなして、もう1度固定交点解析を行ない、各節点の不釣り合

い力を解消する。

これを繰り返すことにより、滑りCABLEの張力を等張力に収束させる。

4. 解析MODELの設定

複合CABLE構造は3次元の立体構造であるが、本研究では全面雪荷重時の挙動を解析するため、2次元の平面MODELで解析を行なった。



複合CABLE構造では境界COMPRESSION RINGにつながるDIAGONAL CABLEに初期張力を導入し、架構の剛性を形成する。そこで、設定MODELにおいては境界COMPRESSION RING上の節点を強制変位させることにより、初期張力を導入する。ただし導入初期張力量は、各々のMODELの頂部RIDGE CABLE (要素番号①) が、 60Kg/m^2 の鉛直付加

荷重（雪荷重）時に張力を消失しない量とする。なお、初期張力の導入は滑り交点解析により行なった。

境界節点を強制変位させることにより得られた形状を初期釣合形状とし、これに鉛直付加荷重（雪荷重）を20 Kg/m²、40Kg/m²、60Kg/m²、80Kg/m²、100Kg/m²と段階的に加える。

設定MODEL のSPANは100mとし、屋根平面はRIDGE CABLEにより16のSEGMENTに分割されるものとする。

また同一MODEL内のPOST長はすべて同じ長さとする。すなわち、MODEL1の要素番号⑨、⑩、⑪およびMODEL2とMODEL3の要素番号⑫、⑬、⑭、⑮はそれぞれ同じ長さである。

設定MODELの部材特性

* YOUNG'S 係数：1.6×10⁶ (Kg/cm²)

* CABLE 1本の断面積：20.0 (cm²)

MODEL 名	RISEの比	POSTの数	POSTの長さ (M)
MODEL1-1	1 / 1 0	3	5
MODEL1-2			6
MODEL1-3			7
MODEL2-1	1 / 1 0	4	5
MODEL2-2			6
MODEL2-3			7
MODEL3-1	0.75 / 1 0	4	5
MODEL3-2			6
MODEL3-3			7

4.1 解析結果

滑り交点の解析と固定交点の解析の張力と変形に与えるRISE比、POST数、POST長さなどを変化させて解析することにより、つぎのような解析結果が求められる。

1. 解析法の違いによる部材張力差GRAPH
2. 解析法の違いによる変位置差GRAPH
3. 解析法の違いによる張力相対誤差の表

また、本研究で扱う変位とは、各節点の垂直方向変位のことをいう。複合CABLE構造では水平方向の変位は非常に小さいため、本研究では水平方向の変位差については考えていない。

GRAPH中の記号②、③、④、⑤は、それぞれ以下

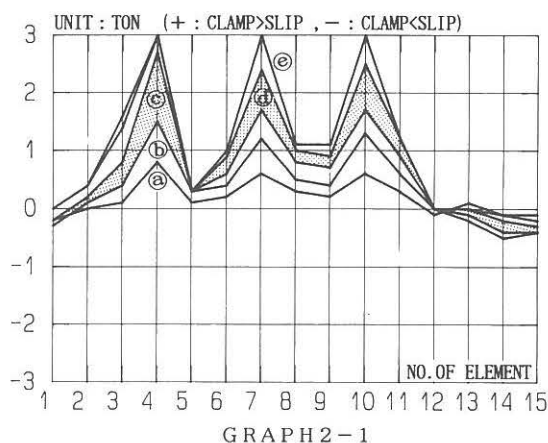
の鉛直付加荷重（雪荷重）を示す。

- ②：雪荷重20Kg/m² ③：雪荷重40Kg/m²
 ④：雪荷重60Kg/m² ⑤：雪荷重80Kg/m²
 ⑥：雪荷重100Kg/m²

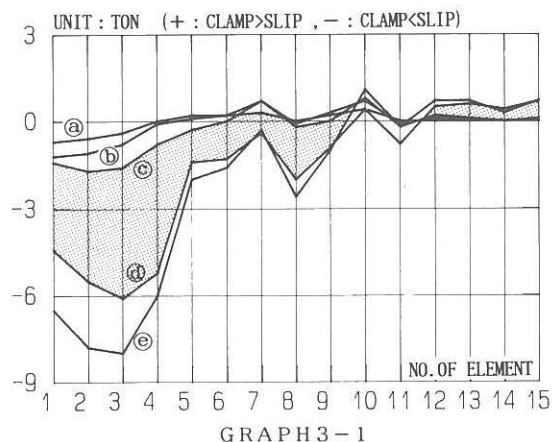
4.1.1 RISE比の変化による張力と変形の差

GRAPH2 (MODEL2) とGRAPH3 (MODEL3) は、POST数およびPOST長は同じであるが、RISE比は1/10、0.75/10と違う。

MODEL2とMODEL3においては、CENTER RINGと結ばれている頂部RIDGE CABLE(要素番号①)の張力が雪荷重60Kg/m²(記号④)以上で消失した後、すべての部材で固定交点解析と滑り交点解析との張力差が大きくなっている。

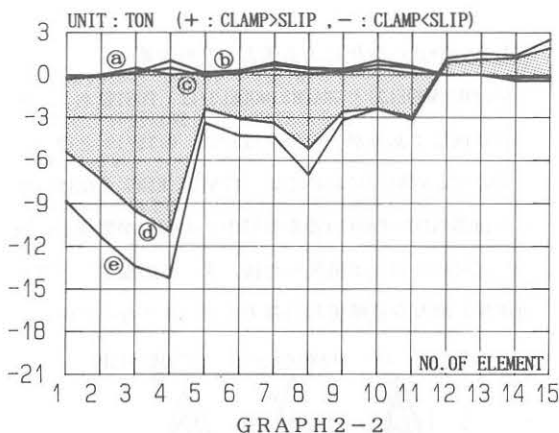


MODEL3のGRAPH3-1、GRAPH3-2、GRAPH3-3において、雪荷重60Kg/m²以上で張力差が特に大きく表われている部材は要素番号③で、その張力差は1.5TON、3TON、5TON



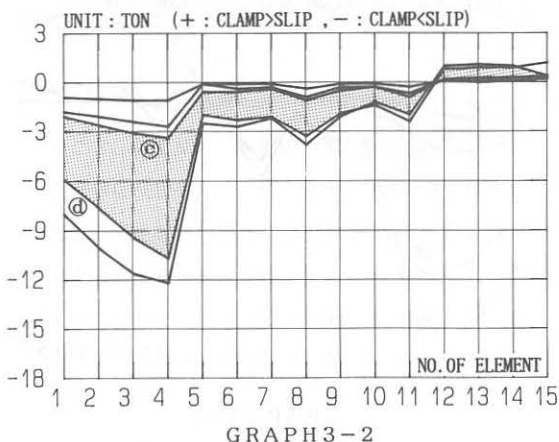
である。MODEL2のGRAPH2-1、GRAPH2-2、GRAPH2-3におい

ても雪荷重 60Kg/m^2 以上で、固定交点解析と滑り交点解析との張力差が大きく表われている。その張力の差は 9 TON、11.5TON、15TON であるが、その様子はMODEL3と同様である。



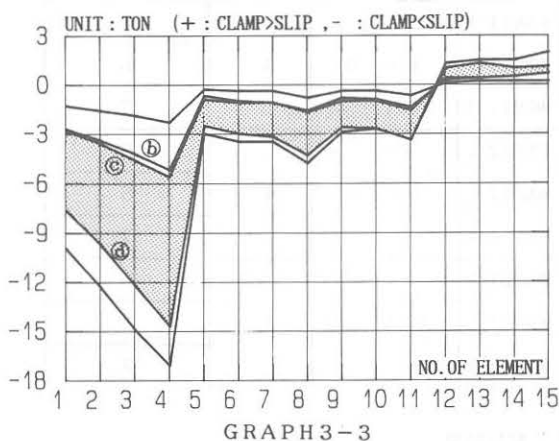
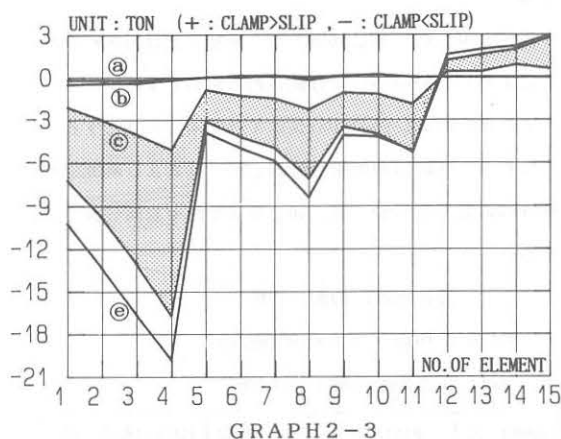
MODEL3における要素番号③あるいは④の固定交点解析と滑り交点解析との張力差は、その部材の張力と比較すると、相対的にはそれほど大きなものではないと思われる。MODEL2においても要素番号①でそのような現象が見られる。MODEL2とMODEL3の固定交点解析と滑り交点解析との張力の差が大きい理由としてはMODEL2とMODEL3の初期張力状態とRISE比が違うことから考えられる。

GRAPH2 (MODEL2) とGRAPH3 (MODEL3) の要素番号⑫、⑬、⑭、⑮はそれぞれPOSTの圧縮力を示しているが、RISE比の変化および初期張力状態の違いによる圧縮力の差は見られない。



複合CABLE 構造では、頂部の変形が大きい、滑り交

点解析と固定交点解析との変形の差が最も大きい節点も節点番号1 (頂部点) である。雪荷重 60Kg/m^2 (記号◎) までMODEL2 (GRAPH5) では約9CM、10CM、19CM、MODEL3 (GRAPH6) では約19CM、18CM、17CMであるが、ほかの節点では10CM以下である。

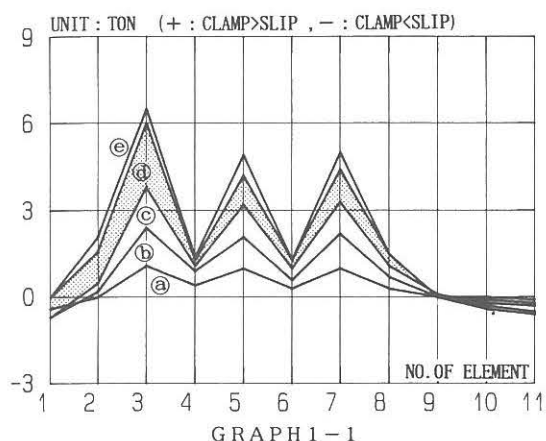


MODEL2 (GRAPH5) とMODEL3 (GRAPH6) で滑り交点と固定交点との変形の差は、RIDGE CABLE (要素番号①) の張力が残っている雪荷重 60Kg/m^2 (記号: ◎) とそのRIDGE CABLE の張力がなくなる雪荷重 80Kg/m^2 (記号: ④) の間で大きくなっているが、荷重 60Kg/m^2 (記号: ◎) までのMODEL2 (GRAPH5) とMODEL3 (GRAPH6) の変形の差は少ないという共通点が見られる。MODEL2 (GRAPH2) とMODEL3 (GRAPH3) では、固定交点解析および滑り交点解析において頂点のRIDGE CABLE (MODEL2 とMODEL3 での要素番号①) の張力が消失するまで、解析法の違いによる張力の差は小さく安定してことが分かる。

4.1.2 POST数の変化による張力と変形の差

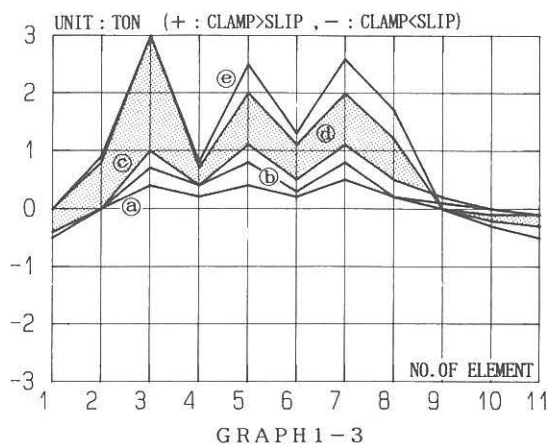
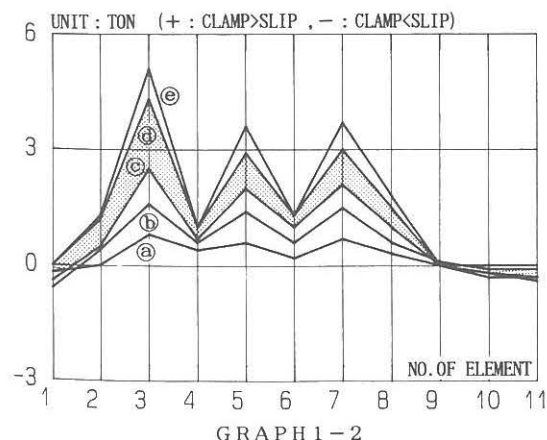
GRAPH1 (MODEL1) と GRAPH2 (MODEL2) は、RISE比とPOST長は同一MODEL 内では各々5M、6M、7Mと同じであるが、POST数は3個と4個である。

固定交点解析と滑り交点解析との張力差は、GRAPH1 (MODEL1) では要素番号③、⑤、⑦が他の要素にくらべて多少ばらつきが多くなっている。しかし、雪荷重 60Kg/m^2 までは、それぞれの張力差は大きいところで4TON、2.8TON、1TONでその部材張力に比べると、解析法の違いによる



張力差は相対的には小さいと思われる。

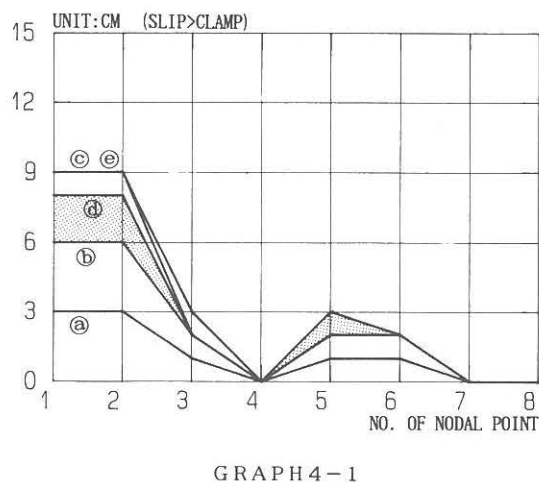
GRAPH2 (MODEL2) では要素番号②において、滑り交点解析と固定交点解析との張力差が大きくなっているが、その他の要素ではそれほど大きな張力差は見られない。GRAPH2 (MODEL2) で RIDGE CABLE の固定交点解析と滑り交点解析との張力差が均一でないのは、初期張力の導入量、POST数などの影響と考えられる。

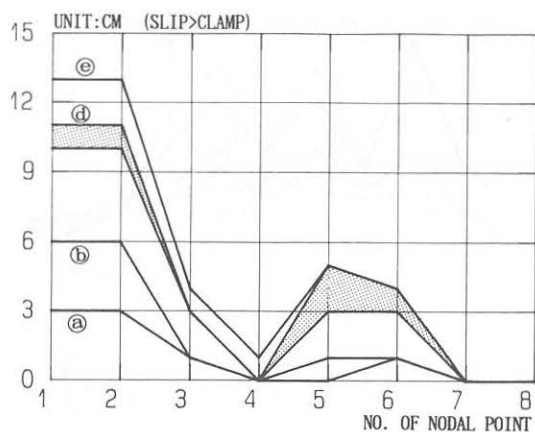


GRAPH1 (MODEL1) と GRAPH2 (MODEL2) では、頂部 RIDGE CABLE (要素番号①) の張力がなくなる雪荷重 60Kg/m^2 までは、その張力差は非常に小さい。GRAPH1 (MODEL1) の要素番号⑫、⑬、⑭、⑮と GRAPH2 (MODEL2) の要素番号⑨、⑩、⑪はそれぞれ POST の圧縮力であるが、固定交点解析と滑り交点解析との圧縮力の差はほとんどないことがわかる。

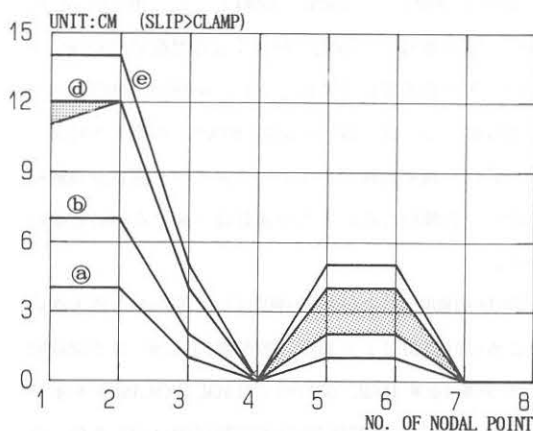
GRAPH4 (MODEL1) と GRAPH5 (MODEL2) で変形が一番大きいところは節点番号1である。雪荷重 60Kg/m^2 まで GRAPH4 では 9CM、10CM、11CM、GRAPH5では 9CM、10CM、19CM を示している。MODEL1とMODEL2ではPOST数に違いがあるが、滑り交点解析と固定交点解析の節点番号1の変形の差は、GRAPH4 (MODEL1) と GRAPH5 (MODEL2) ではほとんど見られない。

RIDGE CABLE (要素番号①) の張力がなくなる支点をみ



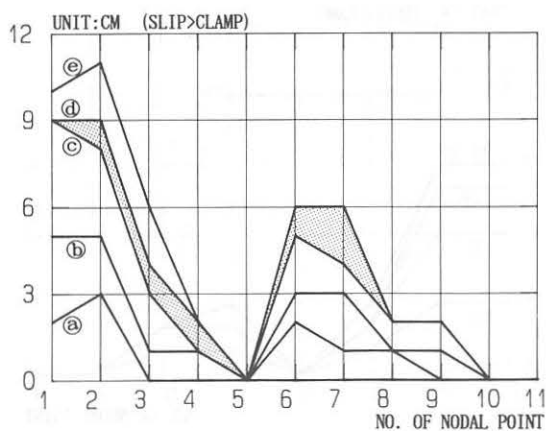


GRAPH 4-2

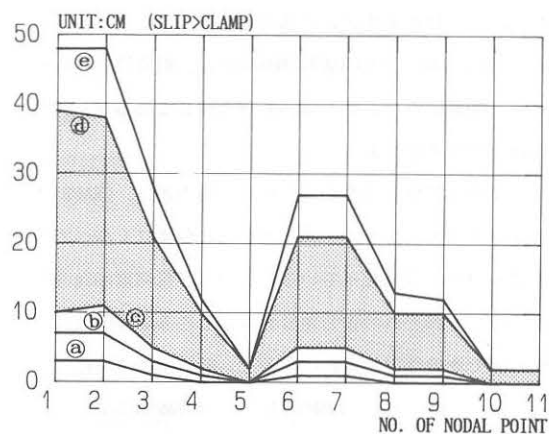


GRAPH 4-3

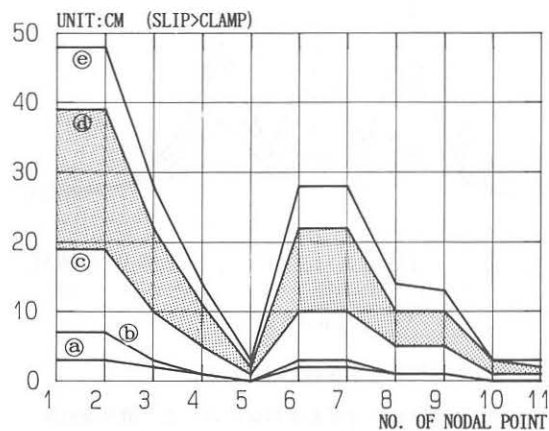
ると、MODEL1では変形が激しく急増しているがMODEL2の変形はMODEL1ほど急激ではない。



GRAPH 5-1



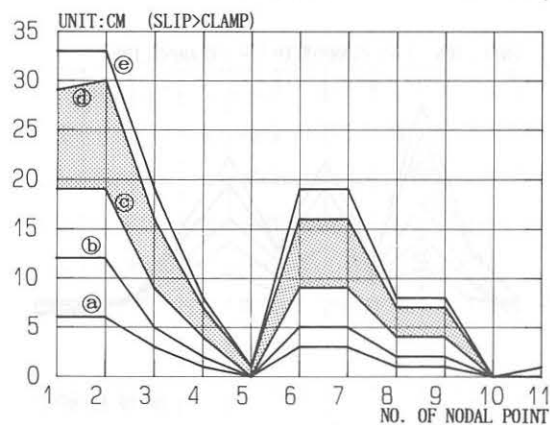
GRAPH 5-2



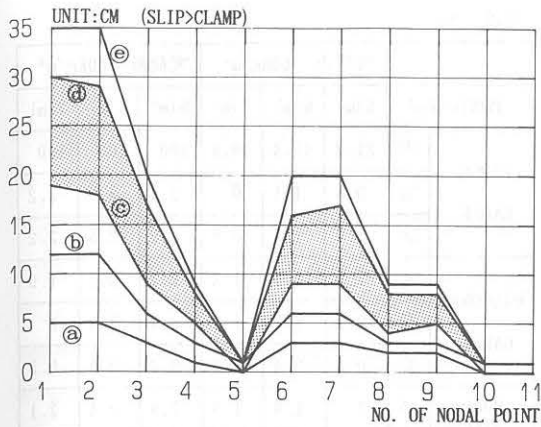
GRAPH 5-3

4.1.3 POST長の変化による張力と変形の差

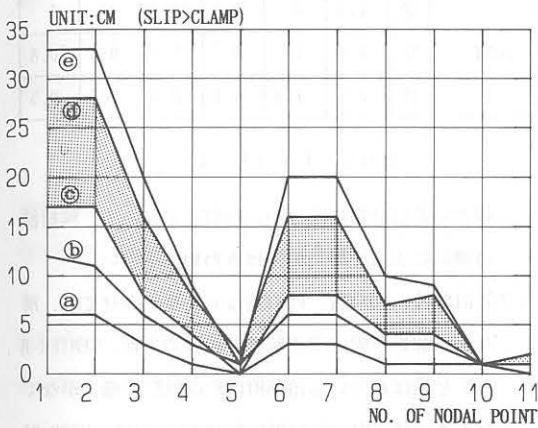
GRAPH3 (MODEL3) はRISE比0.75/10、POST数4であるが、POSTの長さはそれぞれ5M、6M、7Mに変化させてある。



GRAPH 6-1



GRAPH 6-2



GRAPH 6-3

固定交点解析と滑り交点解析との張力差は雪荷重60Kg/m² (記号ⓐ)までは大きいところがPOST5mで1.5TON、POST6mで3TON、POST7mで5TONである。POST長さが長くなるにつれて固定交点解析と滑り交点解析との張力差に違いが出てくる。しかし、固定交点解析と滑り交点解析との張力差はそれぞれの部材の張力と比較すると、相対的には非常に小さなものであると考えられる。

GRAPH6 (MODEL3)はPOST長の変化による滑り交点解析と固定交点解析との変形の差であるが、それぞれ変形の差はほとんど見られない。

4.1.4 滑り交点解析と固定交点解析との張力相対誤差

張力の相対誤差はつぎの式より求めた。

$$\text{張力相対誤差} = \frac{|\text{CLAMP 張力} - \text{SLIP 張力}|}{\text{CLAMP 張力}} \times 100 (\%)$$

CLAMP 張力：固定交点解析による張力

SLIP 張力：滑り交点解析による張力

表-3 (MODEL3) の雪荷重60Kg/m² では全体的に張力相対誤差は安定しているが、特にRIDGE CABLE ①と②は他のDIAGONAL CABLE, HOOP RING CABLEの張力相対誤差より不安定である。それは頂部 RIDGE CABLEの張力が雪荷重

単位：%

		雪荷重 : 60Kg/m ²			雪荷重 : 80Kg/m ²		
POSTの長さ		5 (m)	6 (m)	7 (m)	5 (m)	6 (m)	7 (m)
RIDGE CABLE	①	40	31.8	50.9	100	100	100
	②	8.5	12.6	21.8	22.6	33.8	44.5
	③	2.7	6	11.4	8.6	15.7	23.3
	④	0.6	2.9	6.3	3	7.8	12.7
DIAGONAL CABLE	⑤	1.8	4.1	7.6	6.9	11.5	16.3
	⑥	0	1.9	4.3	2.7	5.4	9.1
	⑦	0.8	0.6	2.1	0.4	2.7	4.7
	⑧	0.1	0.9	1.8	1.1	2.2	3.5
HOOP RING CABLE	⑨	0	1.6	4.3	1.9	5.1	8.6
	⑩	1	0.5	2.1	0.4	1.8	4.3
	⑪	0.1	0.8	1.8	0.5	1.7	3
POST	⑫	4.8	4.3	8.9	9.3	14	16.9
	⑬	1	2.9	4.1	4.7	7	10.2
	⑭	0	1.4	2.5	1.4	3.3	3.8
	⑮	0.2	1	1.9	1.3	2.4	2.2

MODEL 3 (表-3)

60Kg/m² においても滑り交点解析あるいは固定交点解析で多少残っている。そのときの滑り交点解析と固定交点解析との張力の差は小さいが、張力相対誤差は大きく出ている。

表-3 (MODEL3)と表-2 (MODEL2)の雪荷重80Kg/m² において特にRIDGE CABLE ①と②の相対誤差が大きく、不安定である。そのとき、他のCABLE では雪荷重60Kg/m² より張力相対誤差が大きく表わしているが、全体的に張力相対誤差は安定していると言える。ここでのRIDGE CABLE ①の相対誤差が100を示していることは、固定交点解析の頂部RIDGE CABLE 張力は消失しているが、滑り交点解析の頂部RIDGE CABLE 張力は消失していないことで

単位：％

		雪荷重 : 60Kg/m ²			雪荷重 : 80Kg/m ²		
POSTの長さ		5 (m)	6 (m)	7 (m)	5 (m)	6 (m)	7 (m)
RIDGE CABLE	①	4.5	4.5	47.8	100	100	100
	②	0.9	0	17.8	1.9	30.3	42.1
	③	1	0.7	8.9	2.8	13.4	21.6
	④	0.3	0	4.6	1.9	6.4	11.9
DIAGONAL CABLE	⑤	1.5	1.2	6.9	1.4	12.3	18.1
	⑥	1.1	0.7	4.2	1.5	6.7	10.7
	⑦	1.4	1	2.1	1.8	3.2	5.9
	⑧	0.3	0.3	1.8	0.4	2.6	4.5
HOOP RING CABLE	⑨	1.3	1	3.8	1.6	5.7	9.6
	⑩	1.4	1.1	1.9	1.9	2.4	5.1
	⑪	0.4	0.4	1.6	0.5	1.7	3.6
POST	⑫	0	0	8.9	0	15.5	19.7
	⑬	0	0	3.8	0.8	7.9	11.5
	⑭	0.7	0.8	2.6	1.3	3.8	6.7
	⑮	0.5	0.4	2	0.6	2.9	4.8

MODEL 2 (表-2)

ある。RIDGE CABLE ②の相対誤差が大きくなっていることはRIDGE CABLE ①の影響によると考えられる。

表-3 (MODEL3)の圧縮力相対誤差は雪荷重60Kg/m²まで、頂部POST以外は安定していると言える。雪荷重80Kg/m²では全体的に雪荷重60Kg/m²より圧縮力相対誤差が高くなっている。特に雪荷重60Kg/m²と雪荷重80Kg/m²での頂部POSTの圧縮力相対誤差が大きい、その原因はMODEL3の頂部周辺の剛性が低いことと思われる。表-1 (MODEL1)は60Kg/m²と80Kg/m²において表-2と表-3より全体の張力相対誤差が安定している。しかし、頂部RIDGE CABLEの張力相対誤差の傾向は同様である。

5. 結論

固定交点解析と滑り交点解析による張力と変位結果を比較検討した結果、つぎのようなことが把握できた。

- 【1】解析法の違いによって、張力の差が大きく表われる部材は、RIDGE CABLE である。DIAGONAL CABLE、HOOP RING CABLE においては、解析法の違いによる

単位：％

		雪荷重 : 60Kg/m ²			雪荷重 : 80Kg/m ²		
POSTの長さ		5 (m)	6 (m)	7 (m)	5 (m)	6 (m)	7 (m)
RIDGE CABLE	①	21.2	15.4	10.8	100	100	100
	②	0.8	1.1	0	2.4	2.6	2.2
	③	1.6	1.6	0.8	2.5	2.5	2.2
DIAGONAL CABLE	④	1.8	1.7	1.2	2.1	2.2	1.9
	⑤	1.9	1.7	1.3	2.4	2.3	2
	⑥	0.3	0.4	0.3	0.4	0.5	0.5
HOOP RING CABLE	⑦	2	1.8	1.3	2.5	2.4	2.1
	⑧	0.3	0.4	0.3	0.4	0.6	0.6
POST	⑨	1.4	0	0	0	0	0
	⑩	0.9	1	0	1.1	0.8	0.8
	⑪	0.5	1.4	0.2	0.8	0.7	0.5

MODEL 1 (表-1)

張力の差は非常に小さい。POSTにおいても、解析法の違いによる圧縮力の差はきわめて小さい。

- 【2】RISE比、POST数、POST長などを変化させても、滑り交点解析と固定交点解析との張力差は、CENTER RINGと結ばれている頂部RIDGE CABLEの張力がなくなるまでは、RIDGE CABLE、DIAGONAL CABLE、HOOP RING CABLEではほとんどない。しかし、CENTER RINGと結ばれているRIDGE CABLEの張力がなくなってしまった後その張力差が大きくなるということが把握できる。

- 【3】解析法の違いによって、複合CABLE構造の中心部の節点変位量の差が多少大きくなっている。しかしながら、変位量差のGRAPHの様相はよく似た傾向となる。変位量の差が大きくなる原因としては、複合CABLE構造の中心部の変形が大きいために解析法の違いによる変位量もこれに影響されたためその差が大きくなるものと思われる。

- 【4】各部材の張力相対誤差は、すべての部材において頂部RIDGE CABLEの張力が消失するとき、荷重点での張力相対誤差が最大になる。しかし、頂部RIDGE CABLEの張力が消失している荷重点でのその相対誤差は、それ以前の相対誤差と比較すると大きい

が、RIDGE CABLE 以外の、DIAGONAL CABLE、HOOP RING CABLE などのものは安定していると言える。

全般的に、固定交点解析と滑り交点解析による部材張力の差および変位量の差は小さく、局部的にその差が大きくなるようなことはほとんどない。滑り交点解析と固定交点解析の張力差が大きいものはその張力相対誤差においても同様である。また、初期張力が十分大きい場合には、変形が小さくなるため、解析法の違いによる部材の張力差および節点変位量の差も小さくなるものと予想される。

以上より複合CABLE 構造における鉛直付加荷重時の挙動は、POST上端部の滑り交点を固定交点と見なして、固定交点の幾何学的非線形解析によって、変形状および張力性状が把握することが可能であると思われる。

参考文献

空気膜構造設計と応用 工業調査会

石井 一夫

CABLE DOME構造の数値解析法に関する研究

横浜国立大学1988年度卒業論文

藤井 淳一

複合CABLE 構造の形態とその基本特性

膜構造協会論文集 1988年

高 重伯

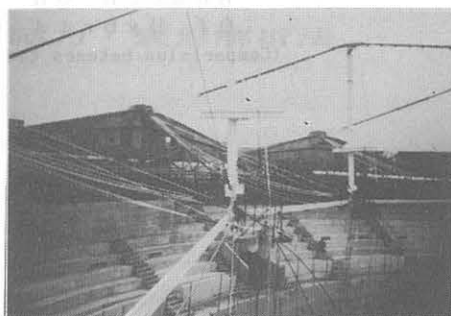


写真-1

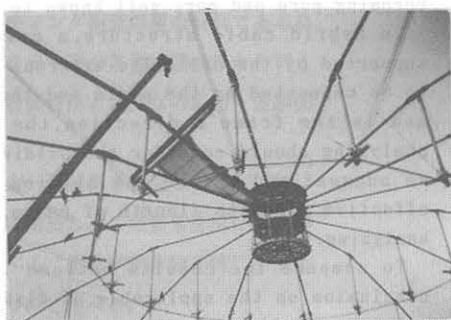


写真-2

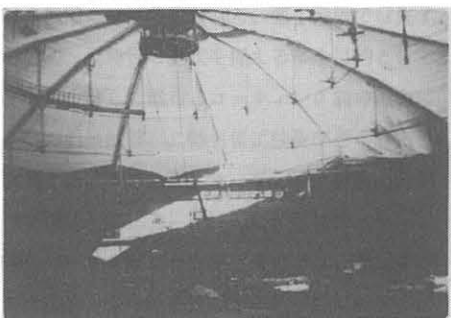


写真-3

次の写真は1988年SEOUL OLYMPIC のFENNCING競技場の工事当時のものである。

写真-1 POST、RIDGE CABLE、DIAGONAL CABLE、HOOP RING CABLEの張力の調節。

写真-2 それぞれの部材が立ち上がった状態で膜をCENTER RING より張る。

写真-3 1面だけ膜を張らない場合の内部空間。

Research On The Numerical Analysis
Of Hybrid Cable Structure
(Comparison between the sliding and fixed node analyzing of a sliding node)

JOONG BAEK KO *1
JUNICHI FUJII *2

SYNOPSIS

So far, there are a number of pneumatic diaphragm structure built for the use as the roof of the large scale sport stadium or other facilities. However, in these kinds of structure they required a regular pneumatic compressor and the maintenance are complicate and costly. While, Hybrid cable structure is easy in maintenance and the cost is low, it's naturally becoming more and more well known to the world as ever.

In Hybrid cable structure, a powerful tensile stress is required and it is basically supported by the cable. The external load is mainly snow-load and it is structurally designed to be supported by the posts and the membrane. As a matter of fact, the top-part of the posts and in the frame's direction, the node should be in the form of "sliding node" and the analyzing should consider the silding of the cable. However, in order to simplify the analysis we suggest and regard the sliding node as a fixed node. And in this reseach, we vary the effective elements (length of posts, number of the posts and rise ratio) of the structure for analyzing.

To compare the results between the sliding node and fixed node analyze and to draw a conclusion on the applicable of fixed node analyze to the sliding node ananlyze would be the main aim of this reseach.

*1 Student of Dr. course, Department of Architecture, Faculty of Engineering,
Yokohama Natinal University

*2 Student of Master course, Department of Architecture, Faculty of Engineering,
Yokohama Natinal University