

テンション構造物の材料非線形及び 幾何学的非線形解析

— ケーブルネット構造の場合 —

黒川 泰 嗣 *1

石井 一 夫 *2

梗 概

本論文では、ケーブルネット構造についての材料非線形問題を取り上げ、応力-ひずみ関係式を非線形式とし、幾何学的非線形と材料非線形を組み合わせた解析を報告する。この解析結果によると、幾何学的非線形のみ解析と比較して、外力の低い時も高い時も共に変位あるいは張力に相違が表われ、信頼できる解析となる。

1. 序

ケーブルネット構造、膜構造等では、構造物の剛性が低いため、外力による変形量が多い。そのため正確な変位あるいは張力を求めるには、有限要素法を用いた非線形解析が必要となる。

従来の研究では、幾何学的非線形を考慮した解析が主に行われており、もう一方の非線形要因である材料非線形性は十分に検討されていない。本研究では、ケーブルネット構造の材料非線形性を取り上げ、幾何学的非線形性との定式化、部材の応力-ひずみ関係の非線形式を組み立て、静的な外力による弾性範囲での変形状の把握を目的とした。

2. 材料非線形及び幾何学的非線形の定式化

変位法によって定式化された小さなひずみの線形弾性問題では、次のように組み立てて得られた剛性方程式

$$[K] \{\delta\} - \{R\} = 0 \quad (2.1)$$

を解き、最終の解に到達するのが普通である。ここに $\{R\}$ は、外力、初期応力、初期ひずみなどによるすべての力を並べたベクトルを表わす。

上の定式化では、線形のひずみ-変位関係式、変位の連続性、近似的に力のつり合いを満足するという条件のほか、つぎの線形弾性構成方程式が成立することが仮定されている。

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (2.2)$$

材料非線形弾性問題を考える上で、変位の連続性及び力のつり合いは依然として満足されなければならないので、変更を要する関係は式(2.2)のみである。新しい関係は一般に

$$F(\{\sigma\}, \{\epsilon\}) = 0 \quad (2.3)$$

の形で表わされる。式(2.2)に含まれるパラメータ $[D]$ 、 $\{\epsilon_0\}$ 、 $\{\sigma_0\}$ の一つ、またはそれ以上を調節して、その結果、式(2.2)と式(2.3)とが式(2.1)の解として同じ応力およびひずみ値を与えるようにすることができれば材料非線形問題の解が得られることになる。

ひずみ-変位関係式が線形であるということは、構造内に生じる変位もひずみも小さいということに相当する。外力が加わっても構造要素の幾何学的性状は基本的に変化することなく、1次の微小な線形ひずみの仮定を用い得ることに相当している。

*1 鹿島建設(株) 建築設計本部 構造設計部 *2 横浜国立大学 工学部 建築学科教授

生じるひずみが小であって通常の構造材料の弾性限度を超えていなくてもこのような仮定が成立しなくなることがある。ケーブルネット構造はこの種の構造であり、幾何学的非線形が必要となる。

内および外力のつり合い条件は変位（またはひずみ）の大小に関係なく満たされていなくてはならない。

従って、 $\{\delta\}$ によって変位が与えられるとき

$$\{\psi(\{\delta\})\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \{R\} = 0 \quad (2.4)$$

が成立しなければならない。 $\{\psi\}$ は外部および内部一般化力の総和を表わし、 $[B]$ はひずみの定義からつぎのように導かれるものである。

$$d\{\epsilon\} = [B] d\{\delta\} \quad (2.5)$$

ここで $[B]$ と表わしてあるのは、変位が大きい場合ひずみが変位に対して非線形関係で結ばれ、 $[B]$ が $\{\delta\}$ の関数となるからであり、

$$[B] = [B_0] + [B_L(\{\delta\})] \quad (2.6)$$

と表わし、 $[B_0]$ は線形微小変位解析におけるものと同じマトリックスである。ひずみが十分小さいときは一般的な弾性関係として通常のように式(2.2)を用いることができる。しかし、解の全過程は常に式(2.4)の非線形方程式の解を得ることに帰着するのであるから、どのような非線形の応力-ひずみ関係を用いても良い。

3. ケーブルネット構造の剛性方程式

応力とひずみの関係式を次のように仮定した時

$$\sigma = F(\epsilon) \quad (3.1)$$

曲げモーメント等を含まないケーブルネット構造物ではその応力は張力のみであるので、ひずみエネルギーは次のように表わせる。

$$\Phi(\epsilon) = \int_{\epsilon} F(\epsilon) d\epsilon \quad (3.2)$$

全ひずみエネルギーは

$$U = \int \int \int \Phi(\epsilon) dx dy dz \quad (3.3)$$

であり、この全ひずみエネルギーは変位の変化がひずみのみに影響しているため、変位の関数と考えることができる。全ひずみエネルギー U をある点の変位 u_i で微分したものは、その点の変位方向への外力 f_i に等し

い。というのが最小ひずみエネルギーの原理であるので、次式が成立することになる。

$$\frac{\partial U}{\partial u_i} = f_i \quad (3.4)$$

式(3.3)について u_i で偏微分するならば、次の事がいえる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial u_i} &= \frac{\partial}{\partial u_i} \left[\int_V \Phi(\epsilon) dv \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial u_i} \Phi(\epsilon) \int_V dv \\ &= \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left[\Phi(\epsilon) \right] \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial u_i} \cdot A \cdot L_0 \\ &= F(\epsilon) \cdot A \cdot L_0 \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial u_i} \end{aligned} \quad (3.5)$$

ひずみ ϵ は、次の式で表わせるので

$$\epsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (3.6)$$

$$L = \sqrt{(x_{ji} + u_{ji})^2 + (y_{ji} + v_{ji})^2 + (z_{ji} + w_{ji})^2}$$

$$L_0 = \sqrt{x_{ji}^2 + y_{ji}^2 + z_{ji}^2}$$

従って、

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial u_i} = - \frac{(x_{ji} + u_{ji})}{L \cdot L_0} \quad (3.7)$$

となる。 $\sigma = F(\epsilon)$ となる関係式を仮定しているので

$$\frac{\partial U}{\partial u_i} = -\sigma \cdot A \cdot \frac{x_{ji} + u_{ji}}{L} \quad (3.8)$$

となる。また張力 N_{ij} は

$$N_{ij} = \sigma \cdot A$$

で表わせ、同様に v_i, w_i, v_j, w_j について偏微分するならば、次の結果が得られる。

$$f_{x_i} = -N_{ij} \frac{x_{ji} + u_{ji}}{L} \quad f_{x_j} = N_{ij} \frac{x_{ji} + u_{ji}}{L}$$

$$f_{y_i} = -N_{ij} \frac{y_{ji} + v_{ji}}{L} \quad f_{y_j} = N_{ij} \frac{y_{ji} + v_{ji}}{L}$$

$$f_{z_i} = -N_{ij} \frac{z_{ji} + w_{ji}}{L} \quad f_{z_j} = N_{ij} \frac{z_{ji} + w_{ji}}{L} \quad (3.9)$$

従って構造の節点の釣合方程式をたてるには f の符号をかえたものすなわち $-f$ を外力と同様に考えて取り

扱えばよいので

$$\{P_x\} = \{-f_x\} = N \frac{xj_i + u_j}{L} \quad (3.10)$$

が釣合方程式となる。

4. ケーブル材料の応力ひずみ関係

ケーブル材料の荷重・伸長曲線を図1に示す。(文献6) このようにケーブル材の応力-ひずみ関係は、応力が小さい状態では締結性を示し、破断近くの応力ではひずみが急に増加する。

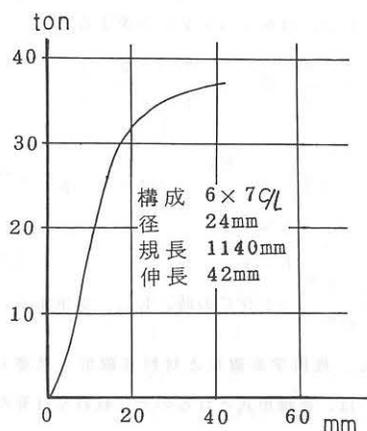


図-1. ケーブル材料の荷重・伸長曲線

従って、材料非線形を考慮した新しいモデル式も、このS-S曲線に沿ったものでなければならない。

単軸材の応力-ひずみ関係式は、材料線形の場合次の式で表せる。

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (4.1)$$

σ : 応力 kg/cm², E : 引張弾性率 kg/cm², ϵ : ひずみ
引張弾性率 E は定数であり、比例関係となる。線形式の場合は以上のように簡単な数式で表現できるが、材料非線形を考える場合、応力 σ とひずみとの関係を数式にすることから始めなくてはならない。

ここに、文献(2)による非線形のモデル式がある

$$\sigma = \frac{E \cdot \epsilon}{\left\{1 + \left(\frac{E}{\sigma_y} \epsilon\right)^n\right\}^{1/n}} \quad (4.2)$$

E : 引張弾性率 kg/cm², σ_y : 破断応力 kg/cm²

また、上式における微係数 $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$ は次の様になる。

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{E}{\left\{1 + \left(\frac{E}{\sigma_y} \epsilon\right)^n\right\}^{\frac{n+1}{n}}} \quad (4.3)$$

式(4.2)について圧縮域まで評価すると図-2のグラフとなる。

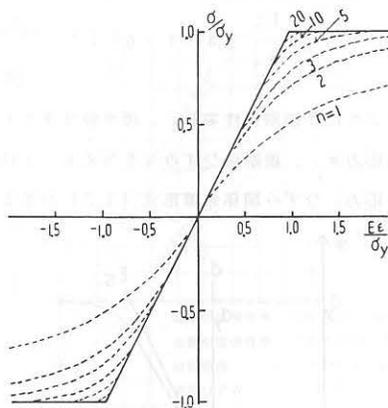


図-2. 式(4.2)によるS-S曲線

しかしながら実際のケーブルの引張試験では、上図の挙動は示さず、初期ひずみでは応力が小さく、ひずみが増すにつれて応力は増加し、破断近くになると応力の増加は小さくなる。また特性定数は材料によって異なるが、およそ以下の数値である。

E_s (標準的な弾性率) : 1,400,000 kg/cm²

E_0 (初期の弾性率) : 450,000 kg/cm²

σ_y (破断強度) : 7,000 kg/cm²

n (曲がり具合) : 4~6

従って、モデルのS-S曲線式を修正して実際の挙動に乗るようにしなければならない。式(4.2)のx軸y軸を各々について軸移動させ新しいS-S曲線式を求める。

式(4.2)において $\frac{d\sigma}{d\epsilon} = E_0$ とする p 及び Q を求めて ϕ 及び ψ の増加率 a , b を求める。

$$P = \frac{\sigma_y}{E_s} \left\{ \left(\frac{E_s}{E_0} \right)^{\frac{n}{n+1}} - 1 \right\}^{\frac{1}{n}}$$

$$Q = \frac{E_s \cdot p}{\left\{ 1 + \left(\frac{E_s}{\sigma_y} p \right)^n \right\}^{1/n}}$$

$$a = (k+p)/k \quad b = (\sigma_y + Q)/\sigma_y$$

従って、次式 (4.4) を得る。

$$b \Psi - Q = \frac{E_s \cdot (a \cdot \phi - p)}{[1 + \{ \frac{E_s}{\sigma_y} (a \cdot \phi - p) \}^n]^{\frac{1}{n}}} \quad (4.4)$$

Ψ 、 ϕ を新しく σ 、 ε に置き換える。

$$Q = \frac{E_s \cdot (a \varepsilon - p)}{b [1 + \{ \frac{E_s}{\sigma_y} (a \cdot \varepsilon - p) \}^n]^{\frac{1}{n}}} + \frac{Q}{b} \quad (4.5)$$

以上のように、初期弾性率 E_0 、標準弾性率 E_s 、及び破断応力 σ_y 、破断時ひずみ k を与えることにより、新しい応力-ひずみ関係非線形式 (4.5) が求まる。

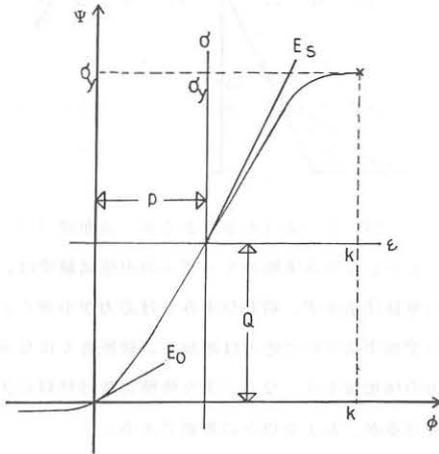


図-3. S-S 曲線の修正

この曲線式 (4.5) の検討として、 E_s を定め、 E_0 による違いを図4に示す。

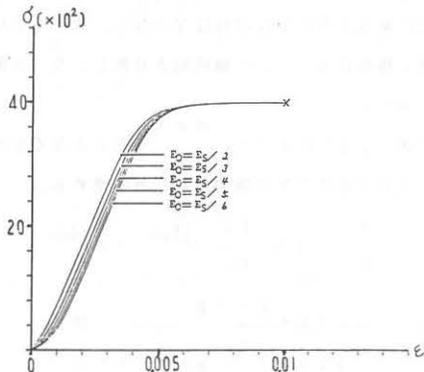


図-4 初期弾性率の変化

5. 非線形方程式の解析手法

式 (4.5) の応力-ひずみ関係式を用いて幾何学的非線形と組み合わせた釣合式は i 点での x 方向に注目すると

$$\begin{aligned} A x &= \Sigma E_{(L)} \left[A \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{L} \right) (x + u) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(x + u)}{E_{(C)} C} N^0 \right] + P i x \\ &= \Sigma E_{(L)} \phi(u) + P = 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

A : 断面積、 N^0 : 初期張力、 C : 初期張力時の部材長
 L : 変形後の部材長、 P : 外力

$E_{(L)}$ 、 $E_{(C)}$ は次式 (5.2) で求まる。

$$\begin{aligned} E_{(L)} &= \left[\frac{a}{b} E_s - \frac{E_s \cdot p}{b \cdot \varepsilon} \right] \\ &\quad \frac{1}{[1 + \{ \frac{E_s}{\sigma_y} (a \cdot \varepsilon - p) \}^n]^{\frac{1}{n}}} \\ &\quad + \frac{Q}{b \cdot \varepsilon} \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\varepsilon = \frac{L - C^0}{C^0} \quad (L \text{ が } C \text{ の時、} E_{(C)} \text{ が求まる。})$$

従って、幾何学非線形と材料非線形を考慮した式 (5.1) は、非線形式となるので、収れん計算が必要となる。釣合式 (5.1) を $\{\delta\}$ について微分をとると

$$dA = dE(\delta) \cdot \phi(\delta) + E(\delta) \cdot d\phi(\delta) \quad (5.3)$$

となり、前項を材料非線形項、後項を幾何学的非線形項と考えることができる。Newton Raphson法を採用したマトリックスは

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} \frac{\partial E_{(L)}}{\partial u_i} \cdot \phi(u) & \frac{\partial E_{(L)}}{\partial v_i} \cdot \phi(v) & \frac{\partial E_{(L)}}{\partial w_i} \cdot \phi(w) \\ \frac{\partial E_{(L)}}{\partial u_i} \cdot \phi(v) & \frac{\partial E_{(L)}}{\partial v_i} \cdot \phi(v) & \frac{\partial E_{(L)}}{\partial w_i} \cdot \phi(v) \\ \frac{\partial E_{(L)}}{\partial u_i} \cdot \phi(w) & \frac{\partial E_{(L)}}{\partial v_i} \cdot \phi(w) & \frac{\partial E_{(L)}}{\partial w_i} \cdot \phi(w) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(u)}{\partial u_i} & E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(u)}{\partial v_i} & E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(u)}{\partial w_i} \\ E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(v)}{\partial u_i} & E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(v)}{\partial v_i} & E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(v)}{\partial w_i} \\ E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(w)}{\partial u_i} & E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(w)}{\partial v_i} & E_{(L)} \cdot \frac{\partial \phi(w)}{\partial w_i} \end{bmatrix} \\ &= [K_a] + [K_o] \end{aligned} \quad (5.4)$$

となり、

$$[K_m + K_e] (\Delta \delta) + \{\phi\} = 0 \quad (5.5)$$

を解いた $\{\Delta \delta\}$ を取れんさせることによって解を得ることができる。また、式 (5.3) の材料非線形項は、式 (5.2) を微分することで求まり、次の様になる。

$$dE(\delta) = \frac{dE(\epsilon)}{d\epsilon} \cdot \frac{d\epsilon}{d\delta} = \Phi \cdot \frac{d\epsilon}{d\delta}$$

$$\frac{dE(\epsilon)}{d\epsilon} = \frac{E_s \cdot p}{b \cdot \epsilon^2 \left[1 + \left\{ \frac{E_s}{\sigma_y} (a - p) \right\}^n \right]^{\frac{1}{n}}}$$

$$= \frac{a \cdot E_s \left[\frac{E_s}{\sigma_y} (a - p) \right]^n}{b \cdot \epsilon^2 \left[1 + \left\{ \frac{E_s}{\sigma_y} (a - p) \right\}^n \right]^{\frac{n+1}{n}}}$$

従って、

$$\frac{\partial E}{\partial u_i} = -\Phi \frac{x_{ji} + u_{ji}}{C^0 L} \quad \frac{\partial E}{\partial u_j} = \Phi \frac{x_{ji} + u_{ji}}{C^0 L}$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_i} = -\Phi \frac{y_{ji} + v_{ji}}{C^0 L} \quad \frac{\partial E}{\partial v_j} = \Phi \frac{y_{ji} + v_{ji}}{C^0 L}$$

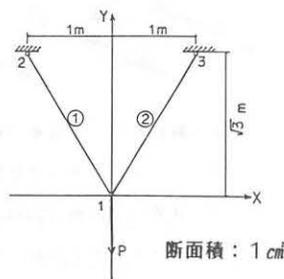
$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = -\Phi \frac{z_{ji} + w_{ji}}{C^0 L} \quad \frac{\partial E}{\partial w_j} = \Phi \frac{z_{ji} + w_{ji}}{C^0 L}$$

となる。式 (5.3) の幾何学的非線形項は、従来の幾何学的非線形の解析時に求めてあり、その弾性率 E が、部材のひずみにより、逐次変化すればよい。

6. 解析例および考察

(a) トラスモデル

右図のモデルについて節点1に荷重 P を作用させ、材料線形・幾何学的非線形解析と材料非線形・幾何学的非線形解析の比較を行った。ケーブル材のモデルとして図5



(a) トラスモデル

を示す。これは、破断時ひずみが、かなり大きな値をとり、破断近くの荷重では、変位量が大きくなると考えられる。材料線形のモ

デルとして、非線形モデルの標準弾性率と初期弾性率の中間をとり、 $E = 720,000 \text{ kg/cm}^2$ を用いた。

図6にその解析結果についての節点1の荷重と変位の関係のグラフを示す。また、表6.1に荷重と変位及び応力の関係を示す。

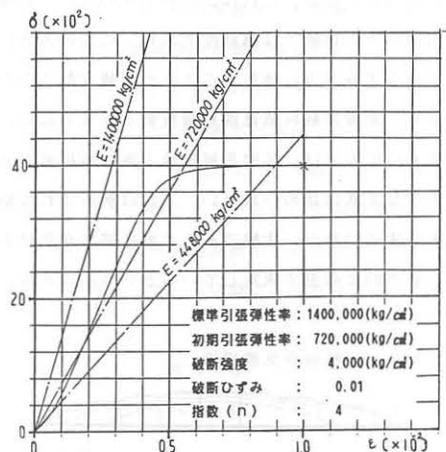


図-5 ケーブルのS-S曲線

表6.1 解析結果

荷重 (kg)	節点1の変位 (mm)		要素1の応力 (kg/cm ²)	
	材料非線形	材料線形	材料非線形	材料線形
800	2.034	1.481	461.7	461.8
1600	3.281	2.961	923.3	923.4
2400	4.390	4.440	1384.8	1384.8
3500	5.884	6.472	2019.0	2018.9
5000	7.951	9.241	2883.5	2882.9
5600	8.881	10.347	3229.1	3228.4
6200	10.110	11.453	3574.4	3573.7
6900	16.164	12.743	3974.5	3976.5

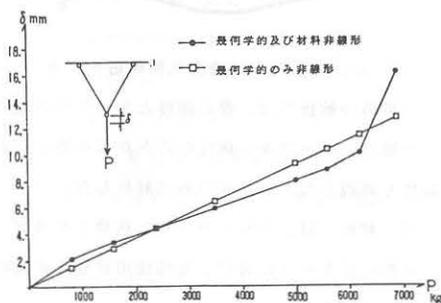


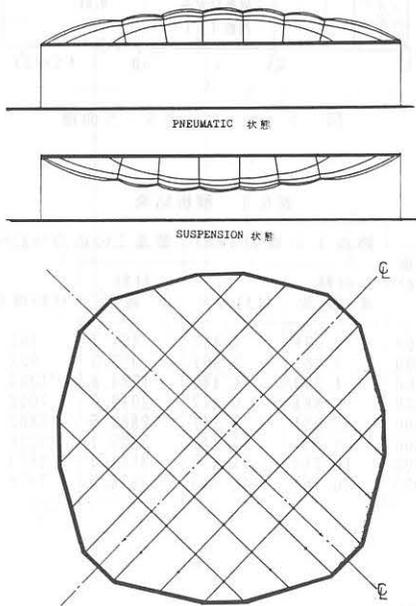
図-6 節点の変位量

これらの結果より、以下の事が考察できる。

変位について材料非線形と材料線形と比較すると荷重値によって変位量に違いが表われる。すなわち、 $P = 800\text{kg}$ の場合、材料非線形の変位の方が材料線形の変位より大きく、 $P = 5,000\text{ kg}$ の場合には、材料非線形の方が大きくなる。これは、ケーブルのS-S曲線が、応力の小さい状態では締結性であり、応力の大きい状態ではひずみが急に増加するという複雑な動きのためであり、非線形解析値は線形解析値と一致しない。

要素の応力では、非線形解析値も線形解析値もそれ程大きな差異は認められない。これは解析された結果はあくまでつり合い状態であるため各要素が受ける応力は必然的に荷重で決定しているという点にある。

(b) ケーブル補強空気膜構造



(b). ケーブル補強空気膜構造モデル

この構造の解析では、膜の剛性とケーブルの剛性を比べた場合、ケーブルの剛性の方がかなり高いため膜の剛性を無視したケーブルのみで解析した。

今回の解析では、ニューマチック状態とサスペンション状態の2ケースに分け、常時使用状態と非常時状態について解析した。

XおよびY方向に対して対称であるので、 $1/4$ のモデル

内圧 75mmAq

- ・上記の数値：幾何学的のみ非線形解析結果
- ・()内の数値：材料非線形及び幾何学的非線形解析結果
- ・単位：cm

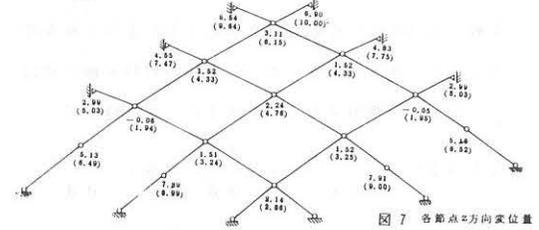


図7 各節点方向変位量

内圧 75mmAq

- ・上記の数値：幾何学的のみ非線形解析結果
- ・()内の数値：材料非線形及び幾何学的非線形解析結果
- ・単位：kg

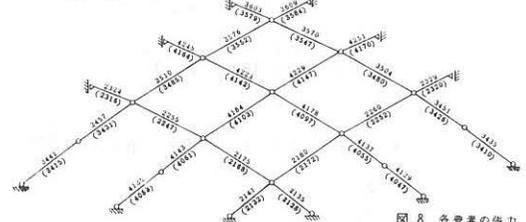


図8 各要素の張力

雪荷重 225kg/㎡

- ・上記の数値：幾何学的のみ非線形解析結果
- ・()内の数値：材料非線形及び幾何学的非線形解析結果
- ・単位：cm

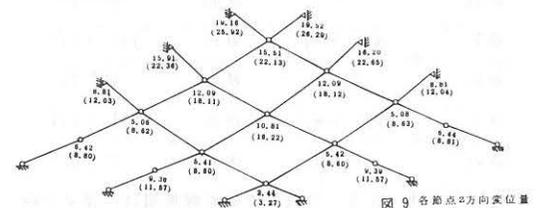


図9 各節点方向変位量

雪荷重 225kg/㎡

- ・上記の数値：幾何学的のみ非線形解析結果
- ・()内の数値：材料非線形及び幾何学的非線形解析結果
- ・単位：kg

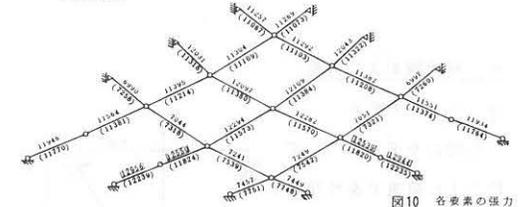


図10 各要素の張力

ルで解析を行い、荷重の種類として内圧と雪荷重を想定し、ニューマチック状態の内圧75mmAq、サスペンション状態の雪荷重 225kg/㎡について解析した。

ケーブルのモデルは、(a)トラスモデルと同様として断面面積は、3.13cm²であり、ケーブル自重2.43kg/cm、膜自重1.34kg/m²である。ケーブルの線形モデルとして公称されているは弾性率 $E = 1400000\text{ kg/cm}^2$ である。

図7～図10に各解析結果を示す。

内圧75mmAq時は、ケーブルの最大応力度は1360kg/cm²であり、各ケーブルとも弾性域に存在し、本解析結果について以下の事がいえる。

- (1). 変位量について、材料非線形解析は全ての節点について線形解析を上まわっている。
- (2). 変位量の材料非線形解析と線形解析の差は、平均2.13cmで、最大3.10cmであり、2倍の差がある節点が存在する。
- (3). 張力について、各部材とも材料非線形解析の方が線形解析より小さい値となっている。
- (4). 張力の材料非線形解析と線形解析の差は、平均で40kg、最大で81kgであるが、張力の1%程度である。

以上より、変位量を問題とする初期形状あるいは高内圧時形状を求めるには、公称されるケーブルの弾性率を一律に設定しての材料線形解析では精度が低く、材料非線形解析が必要である。

雪荷重 225kg/m²時は、ケーブルの最大応力度は、4000kg/cm²に近く、塑性領域に存在し、本解析手法を直接適用できないが、サスペンション状態の最終耐力として重要な課題であるので1例を示した。

以下の事が考察できる。

雪荷重 225kg/m²で破断応力を超えているケーブル(12,520kg以上)を図中数値を□で囲んだ。このように材料線形モデルでは雪荷重 225kg/m²で破断を超えている部材が出てくるが、材料非線形モデルでは破断を超えた部材は出ていない。破断付近では、応力が変化しないで、伸びだけが生じるため荷重が全ての要素に再分配されるためだと考えられる。このような変化は、材料線形解析では表現できず、極限状態の構造解析において材料非線形解析が必要であることを示している。

7. まとめ

ケーブルネット構造の材料非線形問題を通して考えると、ケーブル部材のS-S曲線は理論で求めたモデル式で実際の部材の挙動に十分追従している。

また、このモデル式は連続性を持っているので、Newton法での幾何学的非線形との組み合わせに問題は生じなかった。

現在の材料線形解析では、得られるケーブル張力を想定し、その張力に見合う弾性率を各部材に異なった値を決める必要があるが、本解析手法により精度の高い解析結果が弾性率の想定を行わないで得ることができた。

各解析モデルの結果をみると、幾何学的非線形性が小さいモデルでは、材料非線形と材料線形とは大きな差異はないが、幾何学的非線形性が高いモデルでは、各節点の変位に違いが表われる。

今回取り上げた材料非線形問題は、ケーブルの応力-ひずみ関係のモデル化により、実際に即した解析結果を得ることを目的としているが、有限要素法における材料非線形と幾何学的非線形の定式化とともにケーブルネット構造について信頼できる精度が得られた。

参考文献

- 1). O. C. Zienkiewicz 著：マトリックス有限要素法 培風館
- 2). 戸川隼人著：有限要素法概論、培風館
- 3). 小堀為雄・吉田博著：有限要素法による構造解析プログラム 丸善
- 4). 大地羊三著：有限要素法とその応用数学ライブラリー-38 森北出版
- 5). 日本鋼構造協会編：吊構造 コロナ社
- 6). 東京製鋼：ワイヤーロープの常識
- 7). Richard C. Heusley and Jamal J. Azar: Computer Analysis of Nonlinear Truss Structure ASCE June 1968 ST6
- 8). Brian J. Sullivan and Steven C. Batterman: Nonlinear Static and Dynamic Deformation of Viscoelastic Cables ASCE June 1980 BM3
- 9). O. C. Zienkiewicz, S. Valliappan and I. P. King: Stress Analysis of Rock as a "No Tension" Material GEOTECHNIQUE 18.
- 10). 石井一夫：膜曲面上の測地線ケーブルネットについて、日本建築学会大会学術講演梗概集、昭和48年
- 11). 坪田張二、相澤恂：ケーブルネット構造物の施工時解析、日本建築学会論文報告集第 253号、昭和52年